Приложение 1

1. Найдите семнадцатый член арифметической прогрессии: 19, 15…
2. Найдите $S\_{17}$ этой арифметической прогрессии: 19, 15…

3) Найдите $S\_{50}$ геометрической прогрессии, если $b\_{1}$=-16, q=0,5

-24, 12, -6,… бесконечная геометрическая прогрессия. Найдите S.

4) Между числами -2 и -128 вставьте два числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

Приложение 2

Зал ожидания:

1) Если первый член арифметической прогрессии равен 1, а шестой член равен 21, то сумма первых её пяти членов равна:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 40 | 2) 45 | 3) 50 | 4) 55 |

1. Количество двузначных натуральных чисел, кратных 6, равно:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. 16
 | 1. 17
 | 1. 14
 | 1. 13
 | 1. 15
 |

Приложение 3

(1)

Арифметическая прогрессия.

Арифметической прогрессией называют последовательность ($a\_{n}$), у которой каждый член, начиная со второго, больше (или меньше) предыдущего на постоянное (для данной прогрессии) число d. Число d – называют разностью прогрессии (арифметической). Другими словами, арифметическая прогрессия - это последовательность, заданная по правилу: $a\_{1}$ и d даны, $a\_{n+1}$=$a\_{n}$+d при n≥1.

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому последующего и предыдущего членов:

$a\_{n}$=($a\_{n+1}$+$a\_{n-1}$):2.

Это отражено в названии последовательности: арифметическая прогрессия. Верно более общее свойство:

$a\_{n}$=($a\_{n-k}$+$a\_{n+k}$):2, при n≥k

Так же справедливы следующие формулы ($S\_{n}$- сумма n членов арифметической прогрессии)

$a\_{n}$=$a\_{1}$+(n-1)∙d $S\_{n}$=($a\_{1}$+$a\_{n}$):2∙n.

Арифметические прогрессии и их свойства изучались математиками с древних времен. Греческих математиков интересовала связь прогрессий с так называемыми многоугольными числами, вычислением площадей, объемов.

Большой популярностью, даже в наши дни пользуются магические квадраты. Это квадраты, в каждую клетку вписаны числа так, что суммы чисел вдоль любой горизонтали равны сумме чисел по вертикали, и диагонали.

Приложение 3

(2)

Геометрическая прогрессия.

Геометрической прогрессией называют последовательность ($b\_{n}$), у которой каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на постоянное (для данной прогрессии) число q≠0. Число q называют знаменателем прогрессии. Другими словами геометрическая прогрессия- это последовательность, заданная по правилу: $b\_{n+1}$=q∙$b\_{n}$ при n≥1. Случай, когда $b\_{1}$=0, малоинтересен: получается последовательность из одних 0. Поэтому в определение геометрической прогрессии часто включают $b\_{1}$≠0.

Каждый член геометрической прогрессии с положительными членами, начиная со второго, равен среднему геометрическому последующего и предыдущего членов $\sqrt{b\_{n-1}∙b\_{n+1}}$. Этот факт отражается в названии рассматриваемой прогрессии: геометрическая.

Верно и более общее свойство: $b\_{n}=\sqrt{b\_{n-k}∙b\_{n+k}}$, при n˃k.

Справедливы следующие формулы через $S\_{n}$:

$S\_{n}$=$\frac{b\_{1}(q^{n}-1)}{q-1}$=$\frac{b\_{n}q-b\_{1}}{q-1}$, при q≠1.

При q=1 геометрическая прогрессия одновременно является и арифметической прогрессией, при этом $S\_{n}=n∙b\_{1}$.

Арифметическая прогрессия является линейной функцией y=kx+1, заданной на множестве натуральных чисел.

Геометрической прогрессией является функция вида y=c$a^{x}$, заданная на множестве натуральных чисел.

Функция, которую можно задать формулой вида y=c$a^{x}$, где a˃0 называется показательной. Свойства показательной функции будут рассмотрены в 10 классе.

Приложение 4

(1)

Слово «Прогрессия»- латинское (progressio- движение вперёд). Сами по себе прогрессии известны так давно, что, конечно, нельзя говорить о том кто их открыл - это и понятно. Ведь уже натуральный ряд 1, 2, 3, 4..., n- есть арифметическая прогрессия с 1-м членом, равным 1 и разностью, тоже равной 1. В клинописных табличках вавилонян, в египетских пирамидах (И век до н. э) встречаются примеры арифметических прогрессий. Вот пример задачи из египетского папируса Ахмеса: «Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и соседом равна 1/8 меры». Вот формула, которой пользовались египтяне: a=$\frac{s}{n}-(n-1)∙\frac{d}{2}$. Сейчас эта формула имеет вид: S=$\frac{2a\_{1}+d(n-1)}{2}∙n$. Но если из неё мы выразим $a\_{1}$, то получим формулу, которой пользовались египтяне.

Итак, решим эту задачу в тетради: ÷ ($a\_{n}$); d=$\frac{1}{8}$; n=10; $S\_{n}$=10. Воспользуемся формулой египтян: а= 10/10-( 10-1 )∙ 1/(8∙2)=1 -9/16=7/16. Итак, $\frac{7}{16}$ меры получит 1-ый человек. Второй $\frac{7}{16}+\frac{1}{8}=\frac{9}{16}$, 3-ий $\frac{11}{16}$ меры, а последний 10-ый $\frac{25}{16}$меры.

Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределением продуктов, делением наследства и др. Некоторые книги, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским ученым. Ариабхатта (Vв.) применял формулы общего числа, суммы арифметической прогрессии. Но правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречаются в сочинении «Книги Абака» в 1202г. Леонардо Пизанского.

Крупнейший немецкий математик Карл Гаусс (1777 - 1855г) в раннем возрасте проявил необыкновенные способности к изучению арифметики. Карл, будучи учеником 3 класса, мгновенно решил задачу, предложенную учителем: найти сумму всех натуральных чисел от 1 до 100. Решение его было весьма простым и оригинальным. В решении Карла ярко проявилась его математическая зоркость. Ему оказалось достаточным взглянуть на задание: 1+2+3+...+98+99+100, чтобы заметить, что сумма каждой пары слагаемых, которые одинаково стоят от концов записанного выражения, равна 101 (1+100, 2+99, 3+98,..., 50+51). А таких пар, рассуждал дальше мальчик, в два раза меньше, чем слагаемых, т.е. 50. Значит искомая сумма равна 101∙50=5050. Способности Гаусса в области счёта всегда удивляли людей, которым доводилось с ним встречаться.

В старорусском юридическом сборнике «Русская правда» (X-XI вв.) содержатся выкладки количества зерна, собранного с определённого участка

Приложение 4

(2)

земли; некоторые из них содержат вычисления суммы членов геометрической прогрессии со знаменателем, равным 2.

О том, как давно была известна геометрическая прогрессия, свидетельствует знаменитое придание о создание шахмат: индусский царь Шерам научился игре в шахматы и был восхищён её остроумием и разнообразием в ней положений. Слуги привели к царю изобретателя шахмат - Сету, и царь сказал: «Я желаю достойно наградить тебя, Сета, за прекрасную игру, которую ты придумал. Назови награду, которой ты достоин и ты получишь её». На что Сета сказал: «Повелитель, прикажи выдать мне за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно».

- Простое пшеничное зерно?

- Да, повелитель. За вторую клетку прикажи выдать 2 зерна, за третью - 4, за четвёртую - 8 и так до 64-й клетки.

Царь Шерам рассмеялся. А стоило ли царю смеяться?

÷÷$b\_{1}$=l, q=2, n=64; 1,2,4,8,...$S\_{64}$?

Эта задача привлекла Л.H. Толстого. Вот как он решал её. Шахматную доску он назвал шашечницей. Клеток в шашечнице 8 с одной стороны и 8 с другой; 8 рядов по 8 = 64

На 1 -ую 1 на 33-ю 4294967296

На 2 - ую 2 на 34-ю 8589934592

На 3-ью 4 на 35-ю 17179869184

На 4 - ую 8 на 36-ю 34359738368

На 64 - ую 9223372036854775808

Если в одном пуде содержится 40000 зёрен, то на одной последней клетке вышло 230584300921369 пудов. Мы бы эту задачу решили так:

$S\_{64}$=l- ($2^{64}-1$)/ (2-1) =$2^{64}$-1=18446744073709551615=18,5-$10^{18}$

(18 квинтильонов 446 квадрильонов 744 триллиона 73 биллиона 709 миллионов 551 тысяча 615).

Если бы царю удалось засеять пшеницей всю поверхность Земли, считая и моря, и океаны, и горы, и пустыни, и Арктику с Антарктикой, и получить удовлетворительный урожай, то, пожалуй, лет за 5 он бы смог рассчитаться. Так стоило ли царю смеяться?

Приложение №5

(1)

Наша сфера исследования - практическая, производственная деятельность человека. Оказывается и здесь есть процессы, которые моделируются с помощью прогрессий. Сейчас Саша К. решит следующую задачу:

1. На первом рабочем месте сборочного конвейера начинают собирать изделия из пяти деталей, затем на каждом из девяти следующих рабочих мест добавляются к изделию на две детали больше, чем на предыдущем. Какое количество деталей будет в изделии после прохождении 10 рабочих мест.

А Саша В. Решит с вами следующую задачу:

1. Для трансформатора допускается перегрузка в течение 20 минут на 75% от нормального тока. С увеличением времени перегрузки на каждые 20 минут, допустимый уровень снижается до 4:5 от предыдущего. Каковы допустимые перегрузки трансформатора, работающего 1, 2, 3 часа?
2. У нас образовалась прибыль в размере 100 условных единиц. Если 3 банка, в которые можно вложить деньги: I-й банк - простые проценты из расчета 3% в месяц; II-й банк - простые проценты из расчета 40% в год; III-й банк - под сложные проценты из расчета 30% год. Мы хотим положить деньги на три года. В какой банк нам наиболее выгодно вложить деньги? Изменится ли ситуация через 5 лет?

Приложение №5

(2)

**Решение (3 задача):** простые проценты - это прообраз арифметической прогрессии, поэтому

 1) $a\_{1}$=100, d=3 и т. к в году 12 месяцев, то нужно найти $а\_{37}$→$а\_{37}$=$a\_{1}$+d(37- 1)=100+3(37-1)=208 → $а\_{37}$=208 у.е. получится через 3 года в 1-ом банке.

2) $a\_{1}$=100, d=40, найти $a\_{4}$ → $a\_{4}$=$a\_{1}$+d(4-l)=l00+40(4-1)=220 → $a\_{4}$ =220 у.е. получится через 3 года во II-м банке

 3) сложные проценты - прообраз геометрической прогрессии, тогда по формуле сложных процентов А=а(1+р/100)^t (где t - число лет, а первоначальный вклад, р — число %, А — сумма денег, в которую обратится вклад через t лет). Найдем А: $a\_{4}$=100, р=30, t=3 → А=100(1+0,3)^3 =219у.е.

Значит, во второй банк на 3 года деньги класть выгоднее.

Теперь узнаем какая ситуация сложится через 5 лет:

1. $a\_{1}$=100, d=3, найти $a\_{61}$ (т.к. в году 12 месяцев): $a\_{61}$ =l00+3(61-1)=280 → $a\_{61}$=280 у.е. получится через 5 лет в первом банке.
2. $a\_{1}$=100, d=40, найти $a\_{6}$: $a\_{6}$=100+(6-1)40=300→ $a\_{6}$=300 у.е.

получится через 5 лет во втором банке.

3)A = $(1+\frac{p}{100})^{2} $ →$a\_{1}$=100, р=30, t=5 → A = $100(1+0,3)^{5} $=371→А=371 у.е. получится в третьем банке через 5 лет. Значит на 5 лет деньги выгоднее класть в третий банк.

**Ответ:** на 3 года деньги выгоднее положить во второй банк, а на 5 лет выгоднее класть в третий банк.

Приложение 6

(1)

Теория банковских расчётов.

Сейчас очень широкое распространение получает система кредитования. Поэтому очень важным становится умение людьми оценить, какие условия кредитования являются самыми выгодными. Мы изучили этот вопрос. Результаты своей работы представляем вашему вниманию.

Банк выплачивает вкладчикам каждый месяц р % от внесённой в банк суммы, т. е величина вклада каждый месяц увеличивается на одну и ту же сумму по сравнению с начальным вкладом. Математической моделью данной ситуации является арифметическая прогрессия. На банковском языке это простой процентный рост. Значит, через n месяцев на нашем вкладе будет сумма $S\_{n}$=$S\_{0}$+$S\_{0}$pn/l 00

Эта формула описывает многие конкретные ситуации и имеет специальное название: формула простого процентного роста. Можно заметить, что $S\_{n}$ является линейной функцией от n (n€N), т.е., строго говоря, это есть совокупность отдельных изолированных точек.

Рекуррентная формула будет иметь вид $S\_{n+1}$=$S\_{n}$+$S\_{0}$p/l 00

Существуют другие виды вкладов, так называемые срочные вклады. Здесь принята следующая система начисления денег на сумму, внесенную в банк. В конце оговоренного срока сумма денег возрастает на некоторое число процентов. В конце года вкладчик может снять со счета эти деньги-«проценты», или оставить. Во втором случае эти деньги капитализируются, т.е. присоединяются к начальному вкладу, и поэтому в конце следующего срока проценты начисляются уже на новую, увеличенную сумму. Говорят, начисляются проценты на проценты. В математике в такой ситуации обычно говорят о сложных процентах. В данном случае изменение величины идет в одно и то же число раз по сравнению с предыдущим значением. Видим, что математической моделью данной ситуации является геометрическая прогрессия.

Формула сложного роста:

$S\_{n}$= $(1+p/100)^{n}S$

Рекуррентная формула этой прогрессии примет вид:

$S\_{n+1}$=$S\_{n}$(l+p/100)

В этих прогрессиях величина d=sp/100 является разностью арифметической прогрессии, a q= 1+р/100 знаменателем геометрической прогрессии, в точном соответствии с определениями этой прогрессий.

Приложение 6

(2)

Пример 1: В банк положены 200тыс. р. С начислением простых процентов из расчёта 10% в год. Последовательность сумм на счёте через год, через два, через три и т.д.: 220, 240, 260,... образуют арифметическую прогрессию, имеющую первый член 220 и разность 20 тыс. р. (10% от 200 тыс. р.). И для начисления суммы на счёте 15 лет можно применить формулу n-го члена арифметической прогрессии:

$a\_{15}$= 220 + 20(15-1) = 500 тыс. р.

Если же в банк положены 200 тыс. р. - с начислением сложных процентов из расчёта 10% в год, то последовательность сумм на счёте через год, через два, через три и т.д.: 220, 242, 266, 2;... образует геометрическую прогрессию с первым членом 220 и знаменателем 1,1. Тогда для вычисления суммы на 15 лет можно применить формулу n-го члена геометрической прогрессии:

$a\_{15}$= 220∙$1,1^{15-1}$≈835450 р.

Пример 2: За несвоевременную плату за квартиру может налагаться штраф, который называется «пеня» (от лат. poena - «наказание»). Если пеня составляет 1% от суммы платежа за каждый день просрочки, то за 19 дней просрочки штраф составит 19% от суммы платежа. Допустим, что человек не делал положенных ежемесячных платежей в течении года и решил заплатить все сразу в последний срок внесении платы за декабрь. В этом случае с учетом пени он должен заплатить:

за декабрь:500 рублей (пеня еще не начисляется);

за ноябрь: 500+0,3 ∙500=650р.;

за октябрь: 500+0,3-500+0,3∙500=800р.

за каждый следующий месяц плата увеличивается на 150р. Получаем прогрессию 500,650,800,...2150, где 2150р. - плата - за январь. Теперь посмотрим, какую сумму придется отдать за год просроченных платежей

$S\_{n}$= ($S\_{1}$ +$S\_{n}$) n/2= (500+2150)12/2=15900

При регулярной оплате сумма бы оказалась равной 6000р.=12∙500.

Приложение №7

Биология

Перед нами стояла задача: выявить те процессы в животном и растительном мире, которые моделируются с помощью прогрессий. Оказалось, что это процессы размножения, развитие зародыша, возникновение эпидемий, увеличение наследственных заболеваний, в растениеводстве поражения культур болезнями. Процесс роста листовой пластинки, многие экологические процессы.

1. В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут?
2. На опытном участке леса ежегодный прирост древесины составляет 10%. Сколько древесины будет на участке через 6 лет, если первоначально её запасы составляли 2,1 - $10^{4}$ кубометров?
3. Самое большое животное Земного шара - синий кит. Масса новорожденного китенка примерно 3 т. В период кормления матерью он прибавляет в весе ежесуточно в среднем на 100 кг. Сколько весит китенок через 25 суток после рождения?
4. Морские мидии являются своеобразными живыми очистными сооружениями: 1 кг мидий ежесуточно очищает Ют воды. Определите массу мидий, необходимую для очистки 80000 $м^{3}$ загрязненных вод. На этом сюжете сконструируйте задачу и решите её.
5. Сколько организмов за один месяц получится в результате полового размножения самки аскариды, если известно, что одна особь откладывает 1000 яиц за один раз, а период размножения составляет 30 часов.
6. Крольчиха каждые 3 месяца в среднем приносит в помете 8 крольчат. В помете 50% женских особей. Половой зрелости крольчихи достигают через 6 месяцев после рождения. На этом сюжете сконструируйте задачу и решите её.

Приложение №7

Физика.

Перелистывая учебник физики за 9 класс, мы искали описание процессов, в которых происходило бы изменение какой-либо величины на несколько единиц с течением времени, либо в несколько раз, то есть моделировались бы с помощью прогрессий. Оказалось, что этому закону подчиняется процесс равноускоренного движения, нам уже известный, и процесс радиоактивного распада, изучать который мы будем в конце года.

Мы решили задачи из упражнений 5 и 6, взглянув на них с новой точки зрения, т.е. используя формулы прогрессии. Выяснили, что равноускоренное движение моделируется с помощью арифметической прогрессии. Вот график изменения скорости в зависимости от времени (полуватман).

Познакомились с понятием ядерных реакций. Оказывается, нейтрон при определенной скорости может выбить из ядра атома еще 2 нейтрона, которые в свою очередь выбивают теперь уже 4 (каждый по два) нейтрона и т.д. Вот так выглядит этот процесс (полуватман, иллюстрация). Видно, что процесс растет лавинообразно - в геометрической прогрессии. Такая реакция носит взрывной характер, она происходит в атомной бомбе. Вот так графически будет выглядеть этот процесс.

Укажем иные случаи органического изменения величин:

* При прохождении света через мутную среду сила света на промежутках данной длины уменьшается в одном и том же отношении.
* Давление воздуха при данной разности высот уменьшается в одном и том же отношении.
* Скорость тела движущегося в среде, сопротивление которой пропорционально скорости, до определенного момента за данный промежуток времени уменьшается в одном и том же отношении.

Мы предлагаем вашему вниманию задачу о радиоактивном распаде газа радона. (Задача решается со всем классом, демонстрируется график).

Задача.

Известно, что период полураспада радиоактивного газа радона равен Т=3,825 суток. Определить какое количество радона осталось в запаянной ампуле через t=38,25 суток, если его первоначальное количество $N\_{0}$= 0,5кГ (Отв. 0,00049кГ). Построить график изменения массы радиоактивного вещества от времени.

Приложение №8

Математическое кафе «Эврика»

1. Если $x\_{0}$-корень уравнения l+4+7+...+х = 176, то значение выражения ($X\_{0}$+11)/($ X\_{0}$-10) равно 1) 2 2) 3 3) 2,5 4) 3,5

Решение:

1,4, 7,..., х-ар. при $a\_{1}$ = 1, d = 3, n-?

$a\_{n}$=$a\_{1}$+d (n-1)

x=1+ 3(n-1); 3(n-1)=x-1; n-l=(x-l)/3; n=(x-l)/3+l; n=x+2/3

S=$\frac{2+3(\frac{x+2}{3}-1)}{2}∙\frac{x+2}{3}=\frac{\left(2+x+2-3\right)\left(x+2\right)}{6}=\frac{\left(x+1\right)\left(x+2\right)}{6}=\frac{x^{2}+3x+2}{6}$

 $\frac{x^{2}+3x+2}{6}=176$

$x^{2}+3x+2$=1056

$x^{2}+3x-1054$=0

 $ x\_{1,2}=\frac{-3\pm \sqrt{9+4216}}{2}=\frac{-3\pm 65}{2}$

 $x\_{1}=-34$ $x\_{2}=31$

 Ответ: 1) 2

1. Решите уравнение $x^{2}+3x^{3}+9x^{4}+27x^{5}+…=1-3x$, полагая, что левая часть сумма бесконечно убывающей прогрессии
2. Решить уравнение:

$$(x^{2}+x+1)+\left(x^{2}+2x+3\right)+…+\left(x^{2}+20x+39\right)=4500$$

1. В арифметической прогрессии, содержащей 9 членов, первый член равен 1, а сумма всех членов 369. Геометрическая прогрессия имеет 9 членов, причём первый и последний её члены совпадают с соответствующими членами арифметической прогрессии. Найдите пятый член геометрической прогрессии.

Приложение №9

Салон красоты.

1) Вычислить: 1-2+3-4+5-6+.. .+999999-1000000

2) Вычислить: $\frac{1+2+2^{2}+…+2^{11}}{1+2+2^{2}+…+2^{5}}$

3) Вычислить: $\sqrt{1111111111111111-22222222}$

4) При каких значениях, a три корня уравнения (х-а) ($х^{2}$-10х+9)=0 различны, и взятые в некотором порядке составляют

а) арифметическую прогрессию

б) геометрическую прогрессию.

 5) Решить уравнение:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+…+\frac{1}{x^{2}+3x+2}=\frac{11}{24}$$

Приложение №10

Дома:

1. Решить уравнение:

$$\frac{2x}{2x+1}+\frac{2x-1}{2x+1}+\frac{2x-2}{2x+1}+…+\frac{1}{2x+1}=3$$

1. Решите уравнение:

$$x^{2}-2x^{3}+4x^{4}-8x^{5}+…=2x+1$$

полагая, что левая часть-сумма бесконечно убывающей геометрической

прогрессии.

1. В геометрической прогрессии с четным числом членов сумма всех ее

членов в три раза больше суммы членов, стоящих на нечетных местах. Тогда знаменатель прогрессии:

1)2 2) 3 3) 4 4)$ \frac{3}{2}$ 5) $\frac{5}{2}$