Солошенко Н.Н.

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

Среди задач, решение которых, как считают методисты и учителя, способствует умственному развитию младших школьников, значительное место занимают *комбинаторные* задачи. В них рассматриваются различные комбинации из заданных объектов, удовлетворяющие определённым условиям. Примером такой задачи может быть следующая: «Сколько всего двузначных чисел можно составить из цифр 8, 5 и 6 при условии, что они в записи числа не повторяются?» В начальной школе для этой задачи используется метод перебора. Сначала, например, можно перечислить все двузначные числа, у которых цифра десятков – 8: 85, 86. Затем записать все двузначные числа, начинающиеся с цифры 5: 58, 56. И, наконец все двузначные числа, у которых цифра десятков равна 6: 68, 65. Таким образом, из цифр 8, 5 и 6 можно составить 6 двузначных чисел при условии, что цифры в записи числа не повторяются.

Нетрудно видеть, что приведённый способ решения задачи связан с использованием таких мыслительных операций, как наблюдение, сравнение, обобщение, поэтому, безусловно, он является хорошим средством развития детей.

Непосредственный перебор всех возможных вариантов при решении комбинаторных задач в некоторых случая может быть затруднён. Облегчить процесс нахождения этих вариантов можно, научив детей пользоваться такими средствами организации перебора, как таблицы и графы. Они позволяют расчленить ход рассуждений, четко провести перебор, не упустив каких-либо имеющихся возможностей.

Сначала, как с наиболее простым средством организации перебора учащиеся знакомятся с таблицами. Рассматривая таблицу (рис. 1), ученики «открывают» принцип её составления. Затем им предлагается заполнить другую таблицу. Проговариваются разные способы заполнения: по строчкам, по столбцам.

Рис. 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

В дальнейшем в целях освоения принципа составления таблиц используются и такие задания:

1. Запиши в нужные клетки таблицы (рис. 2) следующие числа: 68, 86, 55, 85, 66, 88, 58. Какие числа нужно записать в оставшиеся клетки?
2. Проверь, правильно ли заполнена таблица (рис. 3).

Рис. 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ед.  д. | 5 | 6 | 8 |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |
| 8 |  |  |  |

Рис. 3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ед.  д. | 1 | 3 |
| 9 | 91 | 39 |
| 4 | 41 | 34 |
| 7 | 71 | 37 |

Когда школьники научатся составлять таблицы, можно переходить к решению комбинаторных задач с их использованием.

Второе средство организации перебора при решении комбинаторных задач, с которым знакомятся младшие школьники – *графы*. Работа строится так, чтобы ученики в процессе решения задач сами приходили к изображению того или иного графа.

Сколько разностей можно составить из чисел 30, 25, 17, 9, если для их составления брать по два числа? Будут ли среди них разности, значения которых равны? (Рис. 4)

Рис. 4

30 25

9 17

Младших школьников можно также познакомить с применением граф-дерева для решения комбинаторных задач. Сначала нужно научить детей понимать «язык» этих графов. С этой целью предлагается следующее задание:

Нарисуй башенки, которые зашифрованы (Рис. 5), для этого пройди по всем возможным путям от верхней точки, до нижних.

Рис. 5

**К** верхний кубик

**С Ж З** средний кубик

**Ж З С З Ж С** нижний кубик

Кроме того, им нужно иметь знания о некоторых видах комбинаторных соединений и правилах подсчета их количества. Основываясь на этих знаниях, учитель сможет не только быстро и правильно решать комбинаторные задачи, но и составлять их с учётом уровня подготовленности детей. Рассмотрим исходные понятия, лежащие в основе решения комбинаторных задач.

**Правило суммы**. Дана задача: «Саша положил в корзину 2 белых гриба, а Таня – 3 подосиновика. Сколькими способами можно взять из корзины либо белый гриб, либо подосиновик?»

В задаче рассматривается два множества: грибы Саши, обозначим его {a1, a2}, грибы Тани - {b1, b2, b3}. Все грибы в корзине представляют собой объединение этих двух множеств: {a1, a2, b1, b2, b3}. В полученном множестве 5 (5=2+3) элементов. И, значит, взять из корзины либо белый гриб, либо подосиновик можно пятью способами.

В обобщённом виде этот способ подсчёта элементов в объединении непересекающихся конечных множеств называется *правилом суммы* и формулируется следующим образом: *если множество A содержит n элементов, а множество B – m элементов и множества А и B не пересекаются, то объединение множеств A и B содержит n+m*