**Разработка уроков по теме «Системы линейных уравнений с двумя переменными»**

**Урок 1  
Понятие системы уравнений  
с двумя переменными**

**Цели:** ввести понятие системы уравнений с двумя переменными; формировать умение решать графически системы линейных уравнений с двумя переменными.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Какие из пар чисел являются решениями уравнения –*х* – *у* = 5?

а) (2; 3); б) (–2; 3); в) (–3; –2); г) (1; –6).

2. Даны два уравнения: *х* + *у* = 3 и *х* – *у* = 1. Какие из пар чисел являются одновременно решением каждого из этих уравнений:

а) (1; 2); б) (–1; 2); в) (2; 1); г) (–2; 5)?

**II. Объяснение нового материала.**

На этом уроке следует ввести понятие ***системы уравнений с двумя переменными*** и рассмотреть, как графически решаются системы линейных уравнений. Вопрос о возможном количестве решений таких систем целесообразно рассмотреть на следующем уроке.

Объяснение проводить согласно пункту 42 учебника в несколько этапов.

1. Рассмотреть задачу из учебника, подводящую к понятию системы уравнений с двумя переменными. Здесь необходимо добиться чёткого понимания учащимися того, в чём состоит отличие простых уравнений с двумя переменными от их систем.

Можно вернуться ко второму заданию устной работы, обратив внимание учащихся на то, что мы искали общее решение двух уравнений.

2. Ввести понятие ***решения системы уравнений с двумя переменными***.Учащиеся должны уметь формулировать определение этого понятия.

Желательно привести примеры, показывающие, что некоторые пары чисел могут быть решением какого-либо одного уравнения системы, но не являться решением всей системы.

Пример. 

|  |  |
| --- | --- |
| (2; 1) – | является решением 1-го уравнения системы, но не является решением 2-го, значит, не является решением системы  уравнений. |
| (–1; 1) – | является решением 2-го уравнения системы, но не является решением 1-го, значит, не является решением системы  уравнений. |
| (1; 3) – | является решением и 1-го, и 2-го уравнений, значит,  является решением всей системы. |

3. Рассмотреть, как можно графически решить любую систему линейных уравнений. При этом обратить внимание учащихся, что данный способ не всегда позволяет находить точные решения системы, поэтому в дальнейшем будут изучены другие способы.

**III. Формирование умений и навыков.**

1. **№ 1056.**

Необходимо показать учащимся, как следует оформлять решение подобных заданий:



а) *х* = 3, *у* = 1:



Ответ: не является.

б) *х* = 2, *у* = 2:



Ответ: является.

2. **№ 1058** (а).

3. **№ 1059.**

Каждый из учащихся составляет систему самостоятельно, а затем некоторые из систем выносятся на доску. Можно устроить конкурс: у кого система получилась «красивее», то есть такая, которую сложнее составить.

Например: 

4. **№ 1060** (а, б).

При построении графиков учащиеся могут выражать переменную *у* через *х*, а могут просто в каждое из уравнений подставить некоторое значение *х* и находить соответствующее ему значение *у*.

**IV. Итоги урока.**

– Что представляет собой система уравнений с двумя переменными?

– Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

– Является ли пара чисел (1; –2) решением системы уравнений 

– Как решить систему линейных уравнений с двумя переменными графически?

**Домашнее задание:** № 1057; № 1058 (б); № 1060 (в, г).

**Урок 2  
Графическое решение систем  
линейных уравнений с двумя переменными**

**Цели:** продолжить формирование умения решать графически системы линейных уравнений с двумя переменными; рассмотреть вопрос о возможном количестве решений таких систем; проверить уровень усвоения материала.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Является ли пара чисел (2; –5) решением уравнения:

а) 2*x* + *y* = 9; в) –*x* + *y* = 3;

б) *x* – *y* = 7; г) *y* – 2*x* = –9?

2. Является ли пара чисел (1; 2) решением системы уравнений:

а)  б)  в) 

**II. Объяснение нового материала.**

Сначала необходимо актуализировать знания учащихся. Они должны чётко сформулировать, как графически решаются системы линейных уравнений.

Акцент делаем на то, что решением системы уравнений будет координата точки пересечения двух построенных прямых. После этого ставим вопрос: сколько решений может иметь система линейных уравнений и от чего это зависит? Ясно, что система будет иметь столько решений, в скольких точках пересекутся графики уравнений, входящих в неё.

Спросить у учащихся: может ли система линейных уравнений с двумя переменными иметь два или три решения? Очевидно, что нет, поскольку прямые могут пересечься только в одной точке. Тогда задаём учащимся следующий вопрос: а как ещё могут располагаться прямые?

Далее рассматриваем все случаи расположения двух прямых на плоскости и зависимость этого расположения от уравнений этих прямых. Делаем **выводы** и даём их учащимся под запись:

1) Если угловые коэффициенты прямых различны, то они пересекаются в одной точке, следовательно, система имеет единственное решение.

2) Если угловые коэффициенты прямых одинаковы, а точки пересечения с осью *у* различны, то прямые параллельны, следовательно, система не имеет решений.

3) Если уравнения прямых одинаковы, то их графики совпадают, следовательно, система имеет бесконечно много решений.

**III. Формирование умений и навыков.**

1. Решите графически систему уравнений: 

2. **№ 1062.**

*Решение:*

а) 

, значит, система имеет одно решение.

в) 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1,5*x* = 1 – прямая, параллельная оси *y*  –3*x* + 2*y* = –2 – прямая, непараллельная оси *y* |  | система имеет одно решение |

г) 

|  |  |
| --- | --- |
| –0,5 = –0,5  1,5  0 |  система не имеет решений. |

3. **№ 1064** (а).

Сильным учащимся можно дать дополнительное задание.

4. Подберите, если возможно, такое значение *k*, при котором данная система имеет единственное решение; не имеет решений; имеет бесконечное множество решений.

а)  б)  в) 

*Решение:*

а) 

Если *k* = 3, то прямые будут параллельны, то есть система не будет иметь решений. В остальных случаях прямые пересекаются, значит, система имеет единственное решение.

б) 

Поскольку коэффициенты при *х* равны, то прямые будут либо параллельны, либо совпадать, то есть единственное решение система иметь не может.

Если *k* = –1, то прямые совпадают, значит, система будет иметь бесконечное множество решений. В остальных случаях прямые будут параллельны, то есть система не имеет решений.

в) 

Если , то есть *k* = 3, то уравнения системы будут одинаковы, значит, прямые совпадают, то есть система имеет бесконечное множество решений. В остальных случаях система будет иметь единственное решение.

**IV. Проверочная работа.**

**Вариант 1**

1. Решите графически систему уравнений:



2. Не выполняя построений, выясните, сколько решений имеет система уравнений.

а)  б)  в) 

**Вариант 2**

1. Решите графически систему уравнений:



2. Не выполняя построений, выясните, сколько решений имеет система уравнений.

а)  б)  в) 

**V. Итоги урока.**

– Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

– Является пара чисел (–1; –1) решением системы уравнений



– Как графически решить систему линейных уравнений   
с двумя переменными?

– Сколько решений может иметь система линейных уравнений с двумя переменными?

– Как найти количество решений системы линейных уравнений с двумя переменными?

**Домашнее задание:** № 1061; № 1063; № 1064 (б).

**Урок 3  
Алгоритм решения систем линейных уравнений  
способом подстановки**

**Цели:** разобрать, в чём состоит способ подстановки решения систем линейных уравнений; вывести алгоритм применения этого способа; формировать умение решать системы уравнений способом подстановки.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Является ли пара чисел (2; 3) решением системы уравнений:

а)  б)  в) 

2. Сколько решений имеет система уравнений:

а)  б)  в) 

**II. Объяснение нового материала.**

Объяснение проводить согласно пункту 43 учебника.

1. Разобрать пример 1, сообщив учащимся, что данный способ решения систем уравнений называется способом подстановки.

2. Дать определение равносильных систем уравнений и привести их геометрическую интерпретацию.

3. Предложить учащимся самостоятельно на основе разнообразного примера сформулировать, в чём состоит способ подстановки решения систем линейных уравнений.

Желательно, чтобы учащиеся записали в тетрадях **алгоритм решения систем уравнений способом подстановки**. При этом каждый шаг алгоритма должен отражаться соответствующим действием в решении системы уравнений.

|  |  |
| --- | --- |
| Алгоритм | |
| 1-й шаг.  Выразить из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другую |  |
| 2-й шаг.  Подставить в другое уравнение системы вместо этой переменной полученное выражение |  |
| 3-й шаг.  Решить полученное уравнение с одной  переменной | 4 (3 + *y*) + *y* = 2,  12 + 4*у* + *у* = 2,  5*у* = –10,  *у* = –2. |
| 4-й шаг.  Найти соответствующее значение второй  переменной | *х* = 3 + *у*,  *х* = 3 + (–2),  *х* = 1.  Ответ: (1; –2) |

Обратить внимание учащихся, что выражать следует ту переменную, при которой стоит более «удобный» коэффициент (в частности ±1).

Пример 2 лучше разобрать на следующем уроке.

**III. Формирование умений и навыков.**

Желательно, чтобы в течение урока учащиеся запомнили алгоритм решения систем уравнений способом подстановки и могли его применять, не обращаясь к записям в тетрадях и разобранным примерам.

1. Выразите в уравнениях *х* через *у* и *у* через *х*.

а) *х* + *у* = 5; в) *х* – 3*у* = –6; д) 5*х* – 2*у* = 0;

б) *у* – *х* = –2; г) –2*х* + *у* = 3; е) 3*х* + 5*у* = –7.

2. **№ 1068.**

3. **№ 1069.**

Для решения каждой системы следует вызывать к доске по одному учащемуся. Требовать, чтобы они вслух комментировали все шаги решения.

Можно предложить учащимся такое оформление решения систем уравнений, при котором их не нужно «тянуть» до конца решения, а после получения уравнения с одной переменной приступать отдельно к его решению.

а) 

6*х* – (2*х* + 1) = 7;

6*х* – 2*х* – 1 = 7;

4*х* = 8;

*х* = 2;

*у* = 2*х* + 1;

*у* = 2 · 2 + 1 = 5.

Ответ: (2; 5).

в) 

3 (6 – *у*) – 5*у* = 2;

18 – 3*у* – 5*у* = 2;

–8*у* = –16;

*у* = 2;

*х* = 6 – *у*;

*х* = 6 – 2 = 4.

Ответ: (4; 2).

**IV. Итоги урока.**

– Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

– Какие вы знаете способы решения систем уравнений?

– Сформулируйте алгоритм решения систем уравнений способом подстановки.

– Из какого уравнения системы лучше выражать переменную?

**Домашнее задание:** № 1070.

**Урок 4  
Решение систем линейных уравнений  
способом подстановки**

**Цели:** продолжить формирование умения решать системы уравнений способом подстановки; проверить первоначальный уровень усвоения материала.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

Является ли пара чисел (–3; 1) решением системы уравнений:

а)  б)  в) 

**II. Проверочная работа.**

**Вариант 1**

1. Выразите в уравнении *х* через *у* и *у* через *х*.

а) *x* + *y* = ; б) 2*x* – *y* = 7; в) –3*x* + 5*y* = 1.

2. Решите систему уравнений способом подстановки и сделайте проверку.

а)  б) 

**Вариант 2**

1. Выразите в уравнении *х* через *у* и *у* через *х*.

а) *x* – *y* = ; б) *x* + 3*y* = 5; в) 4*x* – 5*y* = –1.

2. Решите систему уравнений способом подстановки и сделайте проверку.

а)  б) 

**III. Формирование умений и навыков.**

На этом уроке учащиеся будут решать системы уравнений, в которых ни один коэффициент при переменных не равен ±1. Сначала нужно разобрать пример 2 из учебника, сделать соответствующие выводы, а затем приступить к выполнению заданий.

1. **№ 1071.**

Следует обратить внимание учащихся, что иногда удобнее выражать переменную вместе с её коэффициентом.

*Решение:*

а) 

20*v* + 15*v* = 7;

35*v* = 7;

*v* = ;

2*u* = –5 ∙  = –1;

*u* = .

Ответ: .

б) Здесь не получится сделать, как в предыдущей системе, поскольку коэффициенты при переменных не являются кратными.



3*p* + 4 ∙ *p* = 29;

3 · 3*р* + 4 · 5*р* = 29 · 3;

9*р* + 20*р* = 29 · 3;

29*р* = 29 · 3;

*р* = 3;

*q* = *p* =  ∙ 3 = 5.

Ответ: (3; 5).

в) 

5*u* – (14 – 4*u*) = 25;

5*u* – 14 + 4*u* = 25;

9*u* = 39;

*u* = .

3*v* = 14 – 4 ∙ 4;

3*v* = 14 – 17 = –3;

*v* = –1.

Ответ: .

г) 

5 ∙ (5*p* + 22) + 7*q* = –2;

25*p* + 110 + 7*q* = –2;

32*q* = –112;

*q* = –3,5.

2*p* = 5 ∙ (–3,5) + 22;

2*р* = –17,5 + 22 = 4,5;

*р* = 2,25.

Ответ: (2,25; –3,5).

2. **№ 1073.**

*Решение:*

Чтобы найти координаты точки пересечения двух прямых, нужно решить соответствующую систему уравнений.

а) 



16*х* – 5 (23 – 7*х*) = 38;

16*х* – 115 + 35*х* = 38;

51*х* = 153;

*х* = 3.



Ответ: (3; 0,5).

**IV. Итоги урока.**

– Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

– Сформулируйте алгоритм решения систем уравнений способом подстановки.

– В каких случаях при решении системы уравнений можно выражать переменную вместе с её коэффициентом?

**Домашнее задание:** № 1072, № 1074.

**Урок 5  
Решение систем линейных уравнений  
способом подстановки**

**Цели:** закрепить умение учащихся решать системы линейных уравнений способом подстановки; проверить уровень усвоения материала.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Является ли пара чисел (–2; –2) решением системы уравнений:

а)  б)  в) 

2. Из какого уравнения системы и какую переменную выразить «удобнее»? Ответ объясните.

а)  б)  в) 

**II. Формирование умений и навыков.**

На этом уроке учащиеся будут решать системы уравнений, в которых до выражения одной переменной через другую предварительно необходимо провести ряд преобразований.

1. **№ 1075.**

Решение таких систем не должно вызывать затруднений у учащихся. Достаточно открыть скобки, привести подобные слагаемые – и система станет похожей на ранее решённые.

2. **№ 1171** (а).

*Решение:*

**

**

2 (1 – 2*у*) + 1 = –3*у*;

2 – 4*у* + 1 = –3*у*;

–*у* = –3;

*у* = 3;

*х* = 1 – 2*у*;

*х* = 1 – 2 · 3 = –5.

Ответ: (–5; 3).

3. **№ 1077.**

Учащиеся уже знают, что если в линейном уравнении встречаются дроби, то обе части уравнения нужно умножать на наименьший общий знаменатель этих дробей.

Необходимо объяснить учащимся, что таким же приёмом пользуются и при решении систем уравнений.

*Решение:*

а) 

2 (–*у* – 2) – 3*у* = –24;

–2*у* – 4 – 3*у* = –24;

–5*у* = –20;

*у* = 4;

*х* = –*у* – 2;

*х* = – 4 – 2 = –6.

Ответ: (–6; 4).

Замечание. Обращаем внимание на опечатку: во втором уравнении системы вместо –2 должно стоять –1.

в) 

2 (35*п* + 120) + 5*п* = 15;

70*п* + 240 + 5*п* = 15;

75*п* = –225;

*п* = –3;

3*т* = 35 · (–3) + 120;

3*т* = –105 + 120 = 15;

*т* = 5.

Ответ: *т* = 5, *п* = –3.

4\*. Сильным учащимся дополнительно можно предложить выполнить **№ 1173**.

*Решение:*

а) 

Система содержит три уравнения, а переменных всего две. Такая система имеет решение, если общее решение двух любых её уравнений будет являться решением третьего уравнения.

Сначала нужно решить систему из двух уравнений:



Подставим пару чисел  в третье уравнение:

7 · 4 – 5 ·  = 1.

Очевидно, что равенство будет неверным. Поэтому исходная система решений не имеет.

б) 

Решим систему уравнений:



11*х* + 3(3 – 2*х*) = 1;

11*х* + 9 – 6*х* = 1;

5*х* = –8;

*х* = –1,6;

*у* = 3 – 2 · (–1,6);

*у* = 6,2.

Подставим пару чисел (–1,6; 6,2) в третье уравнение:

5 · (–1,6) + 2 · 6,2 = 4;

–8 + 12,4 = 4;

4,4 = 4 – неверно.

Значит, исходная система решений не имеет.

**III. Проверочная работа.**

**Вариант 1**

1. Решите систему уравнений 

2. Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений 3*x* + 7*y* = 2 и 2*x* – 5*y* = 1.

3. Решите систему уравнений 

**Вариант 2**

1. Решите систему уравнений 

2. Не выполняя построений, найдите координаты точки пересечения графиков уравнений 2*x* – 9*y* = 1 и 5*x* + 2*y* = 3.

3. Решите систему уравнений 

**IV. Итоги урока.**

– Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

– Сформулируйте алгоритм решения системы уравнений способом подстановки.

– Как, не выполняя построений, найти координаты точки пересечения графиков двух уравнений?

– Как следует начать решение системы уравнений, в которой встречаются дробные коэффициенты?

**Домашнее задание:** № 1076; № 1171 (б); № 1078.

Дополнительно: № 1174.

**Урок 6  
Алгоритм решения систем  
линейных уравнений способом сложения**

**Цели:** разобрать, в чём состоит способ сложения решения систем линейных уравнений; вывести алгоритм применения этого способа; формировать умение решать системы уравнений способом сложения.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Является ли пара чисел (4; –1) решением системы уравнений:

а)  б)  в) 

2. Являются ли данные системы уравнений равносильными:

 и 

**II. Объяснение нового материала.**

Объяснение проводить согласно пункту 44 учебника в несколько этапов:

1. На примере 1 выявить суть способа сложения решения систем линейных уравнений.

2. Рассмотреть вопрос о равносильности систем уравнений и его геометрическую интерпретацию.

3. Рассмотреть пример 2 из учебника.

4. Вывести **алгоритм решения систем линейных уравнений способом сложения**.

Так же, как был записан алгоритм решения систем уравнений способом подстановки, учащиеся должны занести в тетради новый алгоритм вместе с примером.

|  |  |
| --- | --- |
| Алгоритм | |
| 1-й шаг.  Умножить почленно уравнения системы на такие множители, чтобы коэффициенты при одной  из переменных стали противоположными |  |
| 2-й шаг.  Сложить почленно левые и правые части  уравнений системы |  |
| 3-й шаг.  Решить получившееся уравнение с одной  переменной | –*х* = –1,  *х* = 1. |
| 4-й шаг.  Найти соответствующее значение второй  переменной | 3·1+2*у*=–1,  2*у*=–4,  *у*=–2.  Ответ: (1; –2) |

Системы, в которых нужно подбирать множители к обоим уравнениям, на этом уроке решать не нужно, поэтому пример 3 также лучше разобрать на следующем уроке.

**III. Формирование умений и навыков.**

В течение урока учащиеся должны запомнить алгоритм решения систем линейных уравнений способом сложения.

1. Умножьте одно из уравнений системы на какое-нибудь число так, чтобы с помощью сложения можно было исключить одну из переменных.

а)  б)  в) 

2. **№ 1082.**

Для решения каждой системы следует вызывать к доске по одному учащемуся. Требовать, чтобы они вслух комментировали все шаги решения.

Необходимо показать учащимся вариант оформления решения системы уравнений способом сложения.

*Решение:*

в) 

2*у* = 60;

*у* = 30;

4*х* – 5 · 30 = 90;

4*х* = 240;

*х* = 60.

Ответ: (60; 30).

3. **№ 1084** (а, б, в).

Этот номер несколько сложнее предыдущего.

Учащимся придётся подбирать множитель, который сделает коэффициенты противоположными. Множитель лучше не «держать в уме», а записывать справа от уравнения.

*Решение:*

а) 

15*у* = 0;

*у* = 0;

20*х* – 7 · 0 = 5;

20*х* = 5;

*х* = .

Ответ: .

**IV. Итоги урока.**

– Какие существуют способы решения систем уравнений?

– Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений способом сложения.

– Сколько решений может иметь система линейных уравнений?

**Домашнее задание:** № 1083; № 1085 (а, б).

**Урок 7  
Решение систем линейных уравнений  
способом сложения**

**Цели:** продолжить формирование умения решать системы уравнений способом сложения; проверить первоначальный уровень усвоения материала.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

Являются ли следующие системы уравнений равносильными:

а)  и 

б)  и 

**II. Проверочная работа.**

**Вариант 1**

1. Умножьте одно из уравнений системы на такое число, чтобы с помощью сложения можно было исключить одну из переменных.

а)  б)  в) 

2. Решите способом сложения систему уравнений:

а)  б) 

**Вариант 2**

1. Умножьте одно из уравнений системы на такое число, чтобы с помощью сложения можно было исключить одну из переменных.

а)  б)  в) 

2. Решите способом сложения систему уравнений:

а)  б) 

**III. Формирование умений и навыков.**

На этом уроке следует разобрать с учащимися решение систем уравнений, в которых для применения способа сложения нужно подбирать множители для обоих уравнений системы.

Сначала необходимо рассмотреть пример 3 из учебника, сделать выводы, а затем приступить к выполнению заданий.

1. **№ 1084** (г, д, е).

*Решение:*

г) 

17*х* = 34;

*х* = 2;

11 · 2 – 18*у* = 4;

–18*у* = 18;

*у* = 1.

Ответ: (2; 1).

После решения подобных систем необходимо, чтобы учащиеся сделали **вывод:** для нахождения множителей нужно сначала узнать наименьшее общее кратное коэффициентов.

2. **№ 1093.**

Прежде чем применять способ сложения для подобных систем уравнений, нужно избавиться от дробных коэффициентов.

*Решение:*

а) 



19*х* = 57;

*х* = 3;

5 · 3 – *у* = 11;

–*у* = –4;

*у* = 4.

Ответ: (3; 4).

г) 



5*v* = 75;

*v* = 15;

2*u* + 15 = 39;

2*u* = 24;

*u* = 12.

Ответ: (12; 15).

3. **№ 1095** (а, г).

**IV. Итоги урока.**

– Сформулируйте алгоритм решения систем линейных уравнений способом сложения.

– На какое число нужно умножить каждое из уравнений системы  чтобы её можно было решить способом сложения?

**Домашнее задание:** № 1085 (в, г); № 1094.

**Урок 8  
Составление уравнений прямой,  
проходящей через две заданные точки**

**Цели:** закрепить умение учащихся решать системы уравнений способом сложения; разобрать, как с помощью системы уравнений можно составить уравнение прямой, проходящей через две заданные точки; проверить уровень усвоения материала.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Являются ли следующие системы уравнений равносильными:

а)  и 

б)  и 

2. Первое уравнение системы *у* = 2*х* – 1. Подберите второе уравнение так, чтобы полученная система:

а) имела единственное решение;

б) не имела решений;

в) имела бесконечное множество решений.

**II. Формирование умений и навыков.**

Все задания можно разбить на две группы. В 1-й группе будут задания на закрепление умения решать системы уравнений способом сложения. Во 2-ю группу войдут задания, в которых требуется написать уравнение прямой, проходящей через две точки с данными координатами.

1-я группа

1. **№ 1086** (а, в).

*Решение:*

а)  

5,03*х* = 503;

*х* = 100;

0,32 · 100 – 25*у* = 7;

–25*у* = –25;

*у* = 1.

Ответ: (100; 1).

2. **№ 1092** (а).

2-я группа

1. **№ 1087** (а, в).

*Решение:*

а) Чтобы составить уравнение прямой, нужно найти коэффициенты *k* и *b*. Подставляя координаты данных точек *M* (5; 5) и *N* (–10; –19) в уравнение *y* = *kx* + *b*, получим систему уравнений:



15*k* = 24;

*k* = 1,6;

5 · 1,6 + *b* = 5;

*b* = 5 – 8;

*b* = –3.

Получим уравнение: *у* = 1,6*х* – 3.

2. **№ 1088.**

3. **№ 1091.**

*Решение:*

Чтобы задать формулой функцию по её графику, нужно найти на этом графике две любых точки и записать их координаты. Например, *А* (–1; 1) и *В* (1; –3). Задача свелась к составлению уравнения прямой *y* = *kx* + *b*, проходящей через точки *А* и *В*.



2*b* = –2;

*b* = –1;

1 = –*k* – 1;

*k* = –2.

Получим уравнение: *у* = –2*х* – 1.

Сильным учащимся можно предложить дополнительно выполнить задания на карточках.

***Карточка 1***

Решите систему уравнений:

а)  б) 

***Карточка 2***

Решите систему уравнений:

а)  б) 

***Решение заданий на карточке 1***

а) 

Если сложить первое и третье уравнения системы, то получится уравнение с одной переменной:

2*х* = 6;

*х* = 3.

Подставив найденное значение *х* в первое и второе уравнения, получим и решим систему:



2*у* = 4;

*у* = 2;

2 – *z* = 1;

*z* = 1.

Ответ: (3; 2; 1).

б) Сделаем замену переменных:  = *a*,  = *b*. Получим и решим систему уравнений:



3*b* = 9;

*b* = 3;

5*a* – 6 · 3 = 2;

5*a* = 20;

*a* = 4.

Вернёмся к замене:  = 4, значит, *x* = ;

 = 3, значит, *y* = .

Ответ: .

**III. Проверочная работа.**

**Вариант 1**

Решите систему уравнений.

а)  б) 

**Вариант 2**

Решите систему уравнений.

а)  б) 

**IV. Итоги урока.**

– Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

– Какие существуют способы решения систем уравнений?

– Опишите, в чем состоит каждый из трёх способов решения систем уравнений.

– Любую ли линейную систему уравнений можно решить графически? способом подстановки? способом сложения?

**Домашнее задание:** № 1086 (б, г); № 1087 (б, г); № 1089; № 1092 (б).

**Урок 9  
Составление системы уравнений  
по условию задачи**

**Цели:** изучить способ решения задач с помощью составления систем уравнений; формировать умение составлять системы уравнений по условию задачи и решать их.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

Какое из уравнений нужно записать в систему  чтобы она имела единственное решение? не имела решений? имела бесконечное множество решений?

а) *y* + 3*x* = 7; в) *y* – 2*x* = 3;

б) 4*x* – 2*y* = 2; г) *x* = 5.

**II. Объяснение нового материала.**

Сначала следует вспомнить, в чём заключается способ решения задач с помощью составления уравнения, а затем показать, что задачи могут решаться и с помощью составления системы уравнений.

Разобрав примеры решения задач, учащиеся должны сформулировать действия, которые необходимо выполнить, чтобы решить задачу с помощью составления системы уравнений.

**III. Формирование умений и навыков.**

Сначала необходимо дать учащимся несколько заданий на составление системы уравнений по условию задачи, а затем уже переходить непосредственно к решению задач.

1. Запишите с помощью системы уравнений следующую ситуацию:

а) Сумма двух чисел равна 17. Одно из них на 7 меньше другого.

б) Периметр прямоугольника равен 400 м. Его длина в 3 раза больше ширины.

в) Четыре боксёра тяжёлого веса и пять боксёров лёгкого веса вместе весят 730 кг. Спортсмен тяжелого веса весит на 70 кг больше спортсмена лёгкого веса.

г) Таня заплатила за 3 тетради и 2 карандаша 58 р., а Лена за 3 такие же тетради и 1 карандаш – 78 р.

2. **№ 1099, № 1101.**

3. **№ 1103.**

4. **№ 1104.**

*Решение:*

Пусть ослица несла *х* мешков, а мул нёс *у* мешков. Если ослица отдаст 1 мешок мулу, то у неё останется *х* – 1 мешок, а у мула станет *у* + 1 мешок. По условию у мула станет в 2 раза больше мешков, чем у ослицы, то есть получим уравнение: *у* + 1 = 2(*х* – 1).

Если мул отдаст 1 мешок ослице, то у него останется *у* – 1 мешок, а у ослицы станет *х* + 1 мешок. По условию в этом случае количество мешков у них станет равным, то есть получим уравнение: *у* – 1 = *х* + 1.

В итоге имеем систему уравнений:



*x* + 2 – 2*x* = –3;

–*х* = –5;

*х* = 5;

*у* = 5 + 2;

*у* = 7.

Ответ: 5 и 7 мешков.

**IV. Итоги урока.**

– Какие существуют способы решений систем уравнений с двумя переменными? Опишите каждый из них.

– Как решаются задачи с помощью составления системы уравнений?

– Придумайте ситуацию, которая описывается следующей системой уравнений: 

**Домашнее задание:** № 1100, № 1102, № 1105.

**Урок 10  
Решение задач «на движение»  
с помощью систем уравнений**

**Цели:** продолжить формирование умения решать задачи с помощью систем уравнения, уделив особое внимание задачам «на движение»; проверить уровень усвоения материала.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Являются ли данные системы уравнений равносильными:

а)  и 

б)  и 

2. Придумайте ситуацию, которая описывается следующей системой уравнений:

а)  б) 

**II. Формирование умений и навыков.**

Сначала необходимо актуализировать знания учащихся. Они должны вспомнить, как используется таблица при решении задач «на движение» и какая существует зависимость между величинами *s*, *υ* и *t*.

1. **№ 1108.**

2. **№ 1110.**

*Решение:*

Обозначим скорости автомобилей через *х* км/ч и *у* км/ч. Выделим процессы: движение автомобилей навстречу друг другу и движение в одном направлении. Соответственно заполним две таблицы.

Движение навстречу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *s* | *υ* | *t* |
| 1-й автомобиль | 2*х* км | *х* км/ч | 2 ч |
| 2-й автомобиль | 2*у* км | *у* км/ч | 2 ч |

Получаем уравнение: 2*х* + 2*у* = 280.

Движение в одном направлении

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *s* | *υ* | *t* |
| 1-й автомобиль | 14*х* км | *х* км/ч | 14 ч |
| 2-й автомобиль | 14*у* км | *у* км/ч | 14 ч |

Получаем уравнение: 14*х* – 14*у* = 280.

Составим и решим систему уравнений:



2*х* = 160;

*х* = 80;

80 – *у* = 20;

*у* = 60.

Ответ: 80 км/ч и 60 км/ч.

3. **№ 1111.**

4. **№ 1113.**

*Решение:*

Пусть *х* км/ч – собственная скорость теплохода, а *у* км/ч – скорость течения реки. Выделим процессы: движение теплохода по течению и против течения реки в первом и во втором случаях.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *s* | *υ* | *t* |
| по течению | 3 (*х* + *у*) км | (*х* + *у*) км/ч | 3 ч |
| против течения | 4 (*х* – *у*) км | (*х* – *у*) км/ч | 4 ч |

Получим уравнение: 3 (*х* + *у*) + 4 (*х* – *у*) = 380.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *s* | *υ* | *t* |
| по течению | (*х* + *у*) км | (*х* + *у*) км/ч | 1 ч |
| против течения | 0,5 (*х* – *у*) км | (*х* – *у*) км/ч | 0,5 ч |

Получим уравнение: (*х* + *у*) + 0,5 (*х* – *у*) = 85.

Составим и решим систему уравнений:





10*х* = 550;

*х* = 55;

3 · 55 + *у* = 170;

*у* = 170 – 165;

*у* = 5.

Ответ: 55 км/ч и 5 км/ч.

**III. Проверочная работа.**

**Вариант 1**

1. У Толи 18 монет по 2 р. и по 5 р. на сумму 97 р. Сколько монет каждого достоинства у Толи?

2. Поезд прошёл первый перегон за 2 ч, а второй за 3 ч. Всего за это время он прошёл 330 км. Найдите скорость поезда на каждом перегоне, если на втором перегоне она была на 10 км/ч больше, чем на первом.

**Вариант 2**

1. У Лены 8 монет по 10 р. и 5 р. Сколько у неё десятирублёвых и сколько пятирублёвых монет, если всего у неё 65 р.?

2. Туристы прошли 24 км, причём 3 ч дорога шла в гору, а 2 ч – под гору. С какой скоростью туристы шли в гору и с какой под гору, если на первом участке их скорость была на 2 км/ч меньше, чем на втором?

**IV. Итоги урока.**

– Как решаются задачи с помощью систем уравнений?

– Как используется таблица при решении задач «на движение»?

**Домашнее задание:** № 1106, № 1109, № 1112.

**Урок 11  
Решение задач**

**Цели:** закрепить умение учащихся решать задачи с помощью систем уравнений; подготовить учащихся к контрольной работе.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

Придумайте задачу, для решения которой нужно составить систему уравнений: 

**II. Формирование умений и навыков.**

1. **№ 1107.**

*Решение:*

Пусть первый автомат изготовлял в час *х* деталей, а второй – *у* деталей. Заполним таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *А*  работа | *k*  производительность | *t*  время |
| первый автомат | 3*х* дет. | *х* дет./ч | 3 ч |
| второй автомат | 2*у* дет. | *у* дет./ч | 2 ч |
| совместная работа | 2 (*х* + *у*) дет. | (*х* + *у*) дет./ч | 2 ч |

Составим и решим систему уравнений:



3*х* + 600 – 2*х* = 720;

*х* = 120;

2*у* = 600 – 2 · 120 = 360;

*у* = 180.

Ответ: 120 и 180 деталей.

2. **№ 1115.**

*Решение:*

Пусть слиток золота весит *х* г, а слиток серебра весит *у* г. Согласно условию 9 слитков золота и 11 слитков серебра весят одинаково. Получим уравнение: 9*х* = 11*у*.

После того как поменяли местами один слиток золота с одним слитком серебра, на левой чаше оказалось 8 слитков золота и 1 слиток серебра, их общая масса равна (8*х* + *у*) г. На правой чаше стало 10 слитков серебра и 1 слиток золота, их общая масса равна (10*у* + *х*) г. По условию левая чаша на 13 г легче правой, значит, получим уравнение:

(10*у* + *х*) – (8*х* + *у*) = 13.

Составим и решим систему уравнений:



9*y* – *y* = 13;

81*y* – 77*y* = 117;

4*у* = 117;

*у* = 29,25;

*х* = ;

*х* = 35,75.

Ответ: 35,75 г и 29, 25 г.

3. **№ 1118.**

*Решение:*

Пусть первая бригада по плану за месяц должна была изготовить *х* деталей, а вторая бригада – *у* деталей. По условию вместе они должны за месяц изготовить 680 деталей, то есть получим уравнение: *х* + *у* = 680.

Первая бригада, перевыполняя план, изготовила за месяц на 0,2*х* деталей больше, а вторая – на 0,15*у* деталей больше. По условию сверх плана было изготовлено 118 деталей, то есть получим уравнение:

0,2*х* + 0,15*у* = 118.

Составим и решим систему уравнений:



0,2 (680 – *у*) + 0,15*у* = 118;

136 – 0,2*у* + 0,15*у* = 118;

–0,05*у* = –18;

*у* = 360;

*х* = 680 – 360;

*х* = 320.

Ответ: 320 и 360 деталей.

Если останется время, можно предложить учащимся задачи повышенного уровня сложности.

4\*. **№ 1120.**

*Решение:*

Пусть на вклад «Депозитный» клиент положил *х* р., а на вклад «До востребования» – *у* р.

По условию всего клиент положил в банк 45000 р., то есть получим уравнение: *х* + *у* = 45000.

Доход от вклада «Депозитный» составил 9 %, то есть 0,09 *х* р., а от вклада «До востребования» 1 %, то есть 0,01*у* р. Общий доход клиента по условию равен 3410 р., значит, получим уравнение: 0,09*х* + 0,01*у* = 3410.

Составим и решим систему уравнений:





9*х* + 45000 – *х* = 341000;

8*х* = 296000;

*х* = 37000;

*у* = 45000 – 37000;

*у* = 8000.

Ответ: 37000 р. и 8000 р.

5\*. **№ 1121.**

*Решение:*

Пусть 10 %-ного раствора нужно взять *х* г, а 15 %-ного – *у* г.

Всего нужно получить 80 г раствора, то есть получим уравнение:  
*х* + *у* = 80.

В *х* г 10 %-ного раствора содержится 0,1*х* г соляной кислоты, а в *у* г 15 %-ного раствора – 0,15*у* г соляной кислоты. В результате получили 80 г 12 %-ного раствора, в нём соляной кислоты 80 · 0,12 = 9,6 г.

Получим уравнение: 0,1*х* + 0,15*у* = 9,6.

Составим и решим систему уравнений:



80 – *у* + 1,5*у* = 96;

0,5*у* = 16;

*у* = 32;

*х* = 80 – 32 ;

*х* = 48.

Ответ: 48 г и 32 г.

**III. Итоги урока.**

– Что называется решением системы уравнений с двумя переменными?

– Какие существуют способы решения систем уравнений? Опишите каждый из них.

– Как решить задачу с помощью системы уравнений?

**Домашнее задание:** № 1114; № 1116; № 1117.

Дополнительно: № 1122.

**Урок 12  
Контрольная работа № 9**

**Вариант 1**

1. Решите систему уравнений: 

2. Банк продал предпринимателю г-ну Разину 8 облигаций по 2000 р. и 3000 р. Сколько облигаций каждого номинала купил г-н Разин, если за все облигации было заплачено 19000 р.?

3. Решите систему уравнений 

4. Прямая *y* = *kx* + *b* проходит через точки *А* (3; 8) и *В* (–4; 1). Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система и сколько: 

**Вариант 2**

1. Решите систему уравнений 

2. Велосипедист ехал 2 ч по лесной дороге и 1 ч по шоссе, всего он проехал 40 км. Скорость его на шоссе была на 4 км/ч больше, чем скорость на лесной дороге. С какой скоростью велосипедист ехал по шоссе и с какой скоростью по лесной дороге?

3. Решите систему уравнений 

4. Прямая *y* = *kx* + *b* проходит через точки *А* (5; 0) и *В* (–2; 21). Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система и сколько: 

**Вариант 3**

1. Решите систему уравнений 

2. На турбазе имеются палатки и домики, вместе их 25. В каждом домике живут 4 человека, а в палатке – 2 человека. Сколько на турбазе палаток и сколько домиков, если турбаза рассчитана на 70 человек?

3. Решите систему уравнений 

4. Прямая *y* = *kx* + *b* проходит через точки *А* (10; –9) и *В* (–6; 7). Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система и сколько: 

**Вариант 4**

1. Решите систему уравнений 

2. За 15 акций компании «Трансгаз» и 10 акций компании «Суперсталь» заплатили 35000 р. Сколько стоит одна акция каждой компании, если акция «Трансгаза» на 1000 р. дешевле акции «Суперстали»?

3. Решите систему уравнений 

4. Прямая *y* = *kx* + *b* проходит через точки *А* (–2; 11) и *В* (12; 4). Напишите уравнение этой прямой.

5. Выясните, имеет ли решение система и сколько: 

***Решение заданий контрольной работы***

**Вариант 1**

1. 

6*х* – 2(3 – 4*х*) = 1;

6*х* – 6 + 8*х* = 1;

14*х* = 7;

*х* = 0,5;

*у* = 3 – 4 · 0,5;

*у* = 1.

Ответ: (0,5; 1).

2. Пусть г-н Разин купил *х*  облигаций по 2000 р. и *у* облигаций по 3000 р.

По условию всего он купил 8 облигаций, то есть получим уравнение: *х* + *у* = 8.

За облигации номинала 2000 р. предприниматель заплатил 2000 *х* р., а за облигации номинала 3000 р. заплатил 3000*у* р. Всего за облигации было заплачено 19000 р., то есть получим уравнение: 2000*х* + 3000*у* = 19000.

Составим и решим систему уравнений:



2000 (8 – *у*) + 3000*у* = 19000;

16000 – 2000*у* + 3000*у* = 19000;

1000*у* = 3000;

*у* = 3;

*х* = 8 – 3;

*х* = 5.

Ответ: 5 облигаций по 2000 р. и 3 облигации по 3000 р.

3. 



8 (6 – 2*у*) + 5*у* = –7;

48 – 16*у* + 5*у* = –7;

–11*у* = –55;

*у* = 5;

*х* = 6 – 2 · 5;

*х* = –4.

Ответ: (–4; 5).

4. Подставляя координаты точек *А* и *В* в уравнение *y* = *kx* + *b*, получим систему уравнений:



–4*k* + 8 – 3*k* = 1;

–7*k* = –7;

*k* = 1;

*b* = 8 – 3;

*b* = 5;

*у* = *х* + 5.

Ответ: *у* = *х* + 5.

5. Выразим в каждом уравнении системы *у* через *х* и сравним коэффициенты *k* и *b*:



Так как коэффициенты *k* равны, а *b* не равны, то прямые параллельны. Значит, система не имеет решений.

Ответ: не имеет.

**Вариант 2**

1. 

2*х* + 3 (3*х* – 7) = 1;

2*х* + 9*х* – 21 = 1;

11*х* = 22;

*х* = 2;

*у* = 3 · 2 – 7;

*у* = –1.

Ответ: (2; –1).

2. Пусть по лесной дороге велосипедист ехал со скоростью *х* км/ч, а по шоссейной – со скоростью *у* км/ч.

На шоссе его скорость была на 4 км/ч больше, поэтому получим уравнение: *у* – *х* = 4.

За 2 ч по лесной дороге и 1 ч по шоссе велосипедист проехал (2*х* + *у*) км, по условию всего он проехал 40 км. Получим уравнение: 2*х* + *у* = 40.

Составим и решим систему уравнений:



3*х* + 4 = 40;

3*х* = 36;

*х* = 12;

*у* = 4 + 12;

*у* = 16.

Ответ: 16 км/ч и 12 км/ч.

3. 



2 (5 – 4*х*) + *х* = –11;

10 – 8*х* + *х* = –11;

–7*х* = –21;

*х* = 3;

*у* = 5 – 4 · 3;

*у* = –7.

Ответ: (3; –7).

4. Подставляя координаты точек *А* и *В* в уравнение *y* = *kx* + *b*, получим систему уравнений:



–7*k* = 21;

*k* = –3;

*b* = –5 · (–3);

*b* = 15.

Ответ: *у* = –3*х* + 15.

5. Выразим в каждом уравнении системы *у* через *х* и сравним коэффициенты *k* и *b*:



Получили два одинаковых уравнения, значит, система имеет бесконечное множество решений.

Ответ: имеет бесконечное множество решений.

**Вариант 3**

1. 

4 (4*у* – 9) + 3*у* = 2;

16*у* – 36 + 3*у* = 2;

19*у* = 38;

*у* = 2;

*х* = 4 · 2 – 9;

*х* = –1.

Ответ: (–1; 2).

2. Пусть на турбазе *х* палаток и *у* домиков.

По условию их всего 25, то есть получаем уравнение: *х* + *у* = 25.

В домиках живут 4*у* человек, а в палатках 2*х* человек. Всего на турбазе находится 70 человек. Получим уравнение: 2*х* + 4*у* = 70.

Составим и решим систему уравнений:



25 + *у* = 35;

*у* = 10;

*х* = 25 – 10;

*х* = 15.

Ответ: 15 палаток и 10 домиков.

3. 



8*у* = 16;

*у* = 2;

3*х* + 10 = 26;

3*х* = 16;

*х* = 5.

Ответ: .

4. Подставляя координаты точек *А* и *В* в уравнение *y* = *kx* + *b*, получим систему уравнений:



–6*k* – 9 – 10*k* = 7;

–16*k* = 16;

*k* = –1;

*b* = –9 – 10 · (–1);

*b* = 1.

Ответ: *у* = –*х* + 1.

5. Выразим в каждом уравнении системы *у* через *х* и сравним коэффициенты *k* и *b*:



Так как коэффициенты *k* равны, а *b* не равны, то прямые параллельны. Значит, система не имеет решений.

Ответ: не имеет.

**Вариант 4**

1. 

3 (–4*у* – 4) – 2*у* = 16;

–12*у* – 12 – 2*у* = 16;

–14*у* = 28;

*у* = –2;

*х* = –4 · (–2) – 4;

*х* = 4.

Ответ: (4; –2).

2. Пусть одна акция «Трансгаза» стоит *х* р., а одна акция «Суперстали» стоит *у* р.

Известно, что акция «Трансгаза» на 1000 р. дешевле, поэтому получим уравнение: *у* – *х* = 1000.

За 15 акций «Трансгаза» было заплачено 15*х* р., а за 10 акций «Суперстали» – 10*у* р. Известно, что всего заплатили 35000. Получим уравнение: 15*х* + 10*у* = 35000.

Составим и решим систему уравнений:



15*х* + 10 (1000 + *х*) = 35000;

15*х* + 10000 + 10*х* = 35000;

25*х* = 25000;

*х* = 1000;

*у* = 1000 + 1000;

*у* = 2000.

Ответ: 1000 р. и 2000 р.

3. 



*х* + 2 (2*х* + 8) = 6;

*х* + 4*х* + 16 = 6;

5*х* = –10;

*х* = –2;

*у* = 2 · (–2) + 8;

*у* = 4.

Ответ: (–2; 4).

4. Подставляя координаты точек *А* и *В* в уравнение *y* = *kx* + *b*, получим систему уравнений:



14*k* + 11 = 4;

14*k* = –7;

*k* = –0,5;

*b* = 2 · (–0,5) + 11;

*b* = 10.

Ответ: *у* = –0,5*х* + 10.

5. Выразим в каждом уравнении системы *у* через *х* и сравним коэффициенты *k* и *b*:



Получили два одинаковых уравнения, значит, система имеет бесконечное множество решений.

Ответ: имеет бесконечное множество решений.