Шесть способов решения одного уравнения

$$\sin x + \cos x = 1$$

$\sin x + \cos x = 1$

- Метод универсальной подстановки

$$\frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} + \frac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} = 1$$

$$\sin x = \frac{2tg\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}; \quad \cos x = \frac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$$

$$\frac{2tg\frac{x}{2}+1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}} = 1$$

$$2tg\frac{x}{2} + 1 - tg^2\frac{x}{2} = 1 + tg^2\frac{x}{2}$$

$$2tg\frac{x}{2}(1 - tg\frac{x}{2}) = 0$$

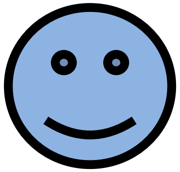
$tg\frac{x}{2} = 0$ или $1 - tg\frac{x}{2} = 0$

$\frac{x}{2} = \pi n, \ n \in Z,$ $\quad\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi m, \ m \in Z,$

$x = 2\pi n, \ n \in Z$ $\quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, \ m \in Z,$

$\sin x + \cos x = 1$

- Приведение к однородному



$$\sin\left(2\cdot\frac{x}{2}\right) + \cos\left(2\cdot\frac{x}{2}\right) = \sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}$$

$$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} = \sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}$$

$$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - 2\sin^2\frac{x}{2} = 0$$

$$2\sin\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2}\right) = 0$$

$\sin\frac{x}{2} = 0$ **или** $\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} = 0$

$\frac{x}{2} = \pi n$ $\qquad$ $1 - tg\frac{x}{2} = 0$

$x = 2\pi n,\quad n \in Z$ $\qquad$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m,\quad m \in Z,$

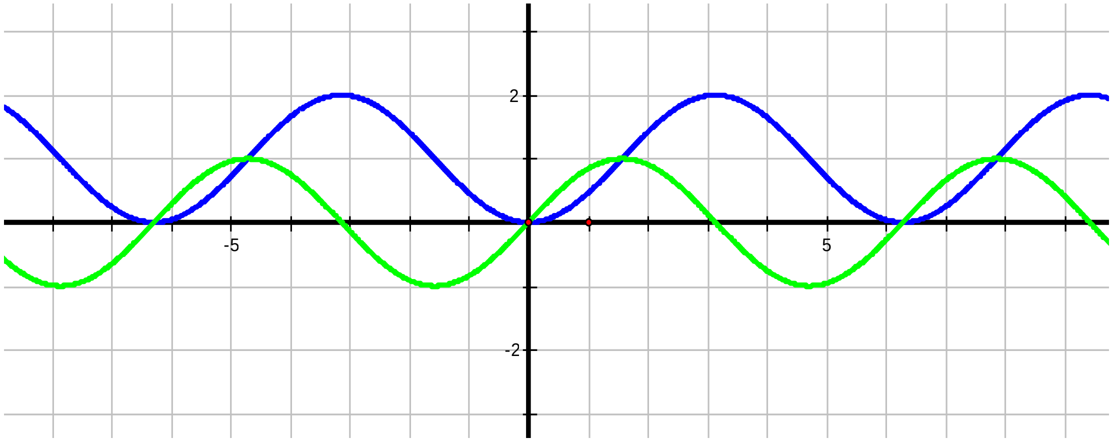
$\sin x + \cos x = 1$

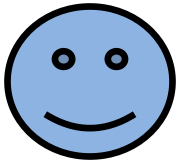
- Графический способ

$\sin x = 1 - \cos x$

Построим в одной системе координат графики функций

$y = \sin x$ и $y = 1 - \cos x$

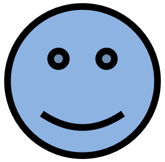




Ответ: $2\pi n$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi m$; $n, m \in Z$

$\sin x + \cos x = 1$

- С помощью формул приведения



$$\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$$

$$2\sin\frac{x+\frac{\pi}{2}-x}{2}\cdot\cos\frac{x+\frac{\pi}{2}+x}{2} = 1$$

$$2\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pm\arccos\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi m,\ m \in Z$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi m,\ m \in Z$$

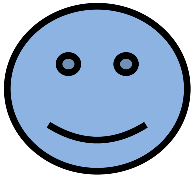
$$x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi m,\ m \in Z$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2\pi n,\ n \in Z \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z \end{array}\right.$$

sin x + cosx = 1

- Метод вспомогательного аргумента

$$\sqrt{2}\,\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right) = 1$$



$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 2\pi n, \quad n \in Z \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, \quad m \in Z \end{array}\right.$$

$\sin x + \cos x = 1$

- Возведение обеих частей в квадрат

Внимание! Возможно появление посторонних корней, обязательна <u>п р о в е р к а</u> !

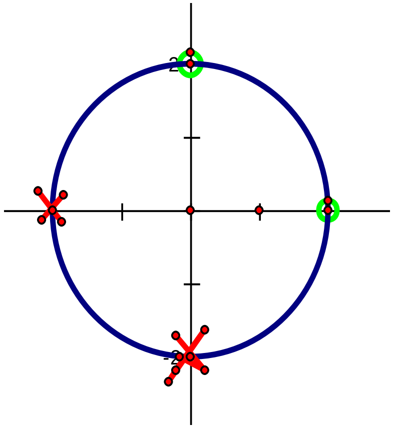
$\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x = 1$

$2\sin x \cos x = 0$

$\sin x = 0$ **или** $\cos x = 0$

$x = \pi n$ $\quad$ $x = \dfrac{\pi}{2} + \pi m$

Проверка:



Ответ: $2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi m;\ n, m \in Z$