**ПЕРЕСТАНОВКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В РЕШЕНИИ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ**

Сценарий урока алгебры в 9 классе

(учебник Ю.Н.Макарычева и др.)

*Составитель : Чернышев Э.Н., учитель математики*

*МБОУ СОШ №3*

*г.Красный Сулин Ростовской области*

*8(86367)52337,* *eduardlaw@yandex.ru*

**Цели урока:**

1.Формирование у обучающихся представлений о способах и методах математического описания реальных процессов и явлений.

2.Содействовать развитию вычислительной культуры школьников.

3.Способствовать овладению школьниками навыками математического моделирования.

**Формируемые компетенции:**

* способность строить и преобразовывать математические модели жизненных (бытовых) процессов;
* способность анализировать совокупности однородных объектов;
* способность к построению логических умозаключений.

**Уровень сложности :**

средний; для общеобразовательных классов

**Условия применения :**

* наличие у обучающихся опыта изучения элементов комбинаторики в 5-8 классах;
* использование учебника алгебры авторов Макарычева Ю.Н. и др.;
* достаточный уровень мотивации обучающихся к изучению математики .

**Возможные риски:**

* несформированность навыков аналитического мышления у обучающихся;
* непонимание обучающимися математики как науке о методах познания окружающего мира, что может проявиться в «развлекательном» восприятии комбинаторных задач;
* данный раздел («Комбинаторика») в школьной математике введен недавно, у многих учителей нет должного опыта его преподавания, методы изучения нового материала могут быть исполнены не полностью, фрагментарно.

**Тип урока :**

урок изучения и закрепления нового материала.

**Ход урока:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номер этапа** | **Деятельность обучающихся** | **Деятельность учителя** |
|  | Участвуют в беседе. Отвечают на вопросы, | **Фронтальная беседа с элементами опроса:**На предыдущем уроке мы познакомились с комбинаторными задачами, с общими определениями комбинаторики и теории вероятностей и комбинаторным правилом умножения.Выполним задания устно :1.Составьте все возможные комбинации (выборки) из трех учеников (Иванов, Петров, Сидоров) по два элемента в каждой выборке. (Ответ : Иванов и Сидоров; Иванов и Петров; Сидоров и Петров).2.Если объект А можно выбрать х способами, а объект В – у способами, то сколько способов существует для выбора объекта А и объекта В одновременно ? (Ответ : х+у.)3.Из города А в город В ведут три дороги, а из города В в город С ведут четыре дороги. Сколько различных вариантов маршрутов из города А в город С можно составить ? (Ответ: 12).4.Имеются три цифры : 2, 5 и 7. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из этих цифр без повторения их в записи числа ? (Ответ.6). 5. Имеются три цифры : 2, 0 и 7. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из этих цифр без повторения их в записи числа ? (Ответ.4).6.При встрече 10 человек обменялись фотографиями. Сколько потребовалось фотографий ? (Ответ.90).7.При встрече 10 человек обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий ? (Ответ. 45).*В какой форме могут быть построены математические модели ?** *в форме таблицы;*
* *в форме выражения;*
* *в виде формулы;*
* *в виде уравнения;*
* *в виде неравенства;*
* *в виде графика;*
* *в виде схемы или чертежа.*

*Какие формы математической модели мы сегодня встретим на уроке ?* |
|  | Выполняют задания математического диктанта :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | ЗАДАНИЕ | ОТВЕТ |
| 1 | Из цифр 1, 4, 2 составьте наибольшее трехзначное число. | 421 |
| 2 | Из цифр 1, 0, 7 составьте наименьшее трехзначное число. | 107 |
| 3 | Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 9, 7, 4 без повторения их в записи числа ? | 6 |
| 4 | Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 8, 4, 9 с повторением их в записи числа ? | 9 |
| 5 | Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 3, 7, 0 без повторения их в записи числа ?  | 4 |
| 6 | Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 3, 7, 0 с повторением их в записи числа ?  | 6 |
| 7 | Из города А в город В ведут две дороги, А из города В в город С – пять дорог. Сколько различных маршрутов можно проложить из города А в город С через город В ? | 10 |
| 8 | В шахматном турнире участвуют 11 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий было сыграно ? | 55 |
| 9 | При встрече 20 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано рукопожатий ? | 190 |
| 10 | Сколько различных трехзначных чисел можно получить из цифр 6, 9, 3 без повторения их в записи числа ? | 6 |

Время выполнения – 4 минуты. | Диктует задания мат.диктанта. Организует проверку выполненных заданий. Варианты проверки :1.Предложить продублировать ответы в рабочей тетради. Собрать выполненные задания. Предъявить правильные ответы. Оценить успешность класса.2.Содрать выполненные задания. Предложить проверить задания двум ученикам-экспертам. Огласить и обсудить результаты.3.Взаимопроверка (в парах).4.Самопроверка (правильные ответы предъявить на экране). |
|  | Составляют четырехзначные числа:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 123412431342132414231432 | 234123142143213424312413 | 342134123142312432413214 | 413241234321431242134231 |

Данная таблица является моделью результата решения задачи. | Предлагает обучающимся составить из цифр 1, 2, 3, 4 все возможные четырехзначные числа без повторения цифр в записи числа .Сколько всего таких чисел можно получить (24). 1.Сколькими способами можно выбрать первую цифру ? (4)2.Сколькими способами можно получить вторую цифру из оставшихся ? (3)3.Сколькими способами можно получить третью цифру из оставшихся ? (2)4.Сколькими способами можно получить четвертую цифру ? (1)Проверьте равенство :$$1∙2∙3∙4=24$$Какой вывод можно сделать ? |
|  | С помощью текста п.31 учебника выполните следующие задания :1. Найдите и запишите определение перестановки.
2. Узнайте, что называют факториалом числа n.
3. Запишите произведение первых n натуральных чисел (в форме выражения).
4. Запишите формулу для нахождения числа перестановок.
5. Вычислить : 1!=\_\_\_\_\_\_; 2!=\_\_\_\_\_\_; 3!=\_\_\_\_\_\_\_; 4!=\_\_\_\_\_\_; 5!=\_\_\_\_\_\_\_\_; 6!=\_\_\_\_\_\_.
6. Решите уравнение 2х!=240.
 | **Изучение теоретического материала с элементами модульной технологии.**Контрольные вопросы :1.Какие комбинации (выборки) называют перестановками ?2.Что такое «эн факториал» и как его найти?3.По какой формуле находят число перестановок ?4.Приведите примеры комбинаций, которые являются перестановками.5.Из букв $a, b, c, d$ составляют различные комбинации (выборки). Какие из них являются перестановками ?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$a, b, d$$$$b, c, a$$$$c, a, d$$ | $$a, c, b, d$$$$c, d, b, a$$$$b, c, a, d$$ | $$a, d, c, c$$$$d, a, c, b$$$$d, d, a, a$$ |

*Ответ : перестановки во втором столбике.* |
|  | Участвуют в обсуждении решений задач. | **Задача № 1**Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, 6 и 8, при условии, что цифры в записи числа не повторяются ?*Решение.*Из цифр 0, 2, 4, 6 и 8 можно получить $P\_{5}=5!=120$ перестановок. Из них надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, так как натуральное число не может начинаться с нуля. Число таких перестановок равно числу перестановок цифр 2, 4, 6 и 8, т.е. $P\_{4}=4!=24$. Таким образом, искомое количество пятизначных чисел равно $P\_{5}-P\_{4}=120-24=96.$Ответ. 96.**Задача № 2**Имеется десять различных книг, из которых шесть – учебники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом ?*Решение.*Будем рассматривать все шесть учебников как один объект. Тогда на полке надо расставить пять книг (объектов). Число таких комбинаций равно $P\_{5}=5!=120$. К каждой из этих комбинаций учебники можно расставить различными способами. Количество таких способов равно $P\_{6}=6!=720$. По комбинаторному правилу умножения все десять книг можно разместить $P\_{5}∙P\_{6}=120∙720=86400$ способами.Ответ. 86400.**Задача № 3**Сколько среди четырехзначных чисел, составленных из цифр 7, 6, 5, 0 (без их повторения), которые кратны 15 ?*Решение.*Из данных цифр можно составить $P\_{4}-P\_{3}=24-6=18$ различных четырехзначных чисел без повторения цифр в их записи.Заметим, что сумма предложенных цифр равна 18, т.е. любое четырехзначное число, составленное из этих цифр (без их повторения в записи числа), будет кратно трем. Чтобы полученные числа были кратны 15, необходимо, чтобы они были кратны не только числу 3, но и числу 5, т.е. оканчивались на 0 или на 5 . Число таких чисел равно $2P\_{3}=$12. Таким образом, искомое количество равно $12$.Ответ. 12. |
|  | 1.Сколькими способами можно расставить на книжной полке 5 различных книг ? (Ответ: 120).2.Сколько различных шестизначных чисел можно составить из цифр 1, 4, 2, 9, 5 и 7 без повторения их в записи числа? (Ответ: 720).3. Сколько различных шестизначных чисел можно составить из цифр 0, 4, 2, 9, 5 и 7 без повторения их в записи числа? (Ответ: 600).4.Вычислить:$\frac{18!}{14!∙4!}$ (Ответ : 3060)5.Что больше и во сколько раз :$10∙9! или 9∙10!$.(Ответ. Больше второе число в 9 раз).6.Шесть мальчиков, в число которых входят Саша и Ваня, становятся в ряд. Найти число возможных комбинаций, если:а) Саша должен находиться в начале ряда; (Ответ : 120)б) Саша должен находиться в начале ряда, а Ваня – в конце ряда; (Ответ: 24)в) Саша и Ваня должны стоять рядом. (Ответ : 48). | **Решение задач.** Решение задач выполняется **на доске с подробным разбором каждого решения.****Для обучающихся, успешно справляющихся с заданиями, даются индивидуальные задания (Приложение)** |
|  | **Тестовое задание :**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | ВОПРОС, ЗАДАНИЕ | А | В | С | Верный ответ |
| 1 | Сколькими способами можно разместить на четырехместной скамье четырех учеников ? | 6 | 24 | 120 | В |
| 2 | Число 720 является значением выражения… | 120! | 5! | 6! | C |
| 3 | 7! больше чем 5! … | в 35 раз | в 6 раз | в 42 раза | С |
| 4 | Из Красного Сулина в Новошахтинск ведут две дороги, а из Новошахтинска в Шахты – три дороги. Сколько маршрутов существует для проезда из Красного Сулина в Шахты через Новошахтинск ? | 6 | 5 | 12 | А |
| 5 | Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 9, 8, 7 и 6 без повторения их в записи числа ? | 24 | 120 | 30 | А |
| 6 | Найти значение выражения $\frac{9!}{7!}$ | 8 | 504 | 72 | С |
| 7 | Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 7, 5, 0 и 3 без их повторения в записи числа ? | 24 | 18 | 3 | В |
| 8 | Сколько среди четырехзначных чисел, составленных из цифр 2,5,8 и 9 (без их повторения) таких, которые начинаются с цифры 5 ? | 24 | 6 | 3 | В |
| 9 | Пять мальчиков, среди которых Иван и Саша, становятся в ряд. Найти число возможных комбинаций, если Иван должен стоять первым, а Саша – вторым. | 6 | 24 | 18 | А |
| 10 | Пять мальчиков, среди которых Иван и Саша, становятся в ряд. Найти число возможных комбинаций, если Иван и Саша должны стоять вместе.  | 6 | 18 | 24 | С |
| Отлично | Хорошо | Удовл. | Неуд. |
| Кол-во верных ответов |
| 10 | 9-8 | 7-5 | 4-0 |

 | Выдает тестовые задания. Контролирует ход и самостоятельность их выполнения. При необходимости дает направляющие примеры. |
|  | * *в форме таблицы;*
* *в форме выражения;*
* *в виде формулы;*
 | Какие математические модели мы строили сегодня на уроке ? |
|  | **Домашнее задание.***Выучить определение перестановки (стр. 176) и формулу для вычисления числа перестановок (стр. 177).**Выполнить решение задач № 741, № 744 с подробной записью решения.* | Комментирует домашнее задание; указывает на возможные затруднения при выполнении заданий. |

 **Приложение**

**Индивидуальные задания для обучающихся**

|  |  |
| --- | --- |
| Карточка № 1 | 1. Что больше и во сколько раз : $8!∙6 или 7!∙12$ ?
2. Вычислить значение выражения $\frac{32!}{2!∙30!}$.
3. Сколькими способами можно расставить на полке 15 книг, из которых 7 книг – поэтические сборники, так, чтобы эти сборники стояли рядом ?
4. Сократить дробь $\frac{\left(n+1\right)!}{(n-1)!}$
5. В расписании на понедельник семь уроков : алгебра, геометрия, физика, биология, физкультура, история и информатика. Сколькими способами можно составить расписание на этот день так, чтобы два урока математики были первыми ?
 |
| Карточка № 2 | 1. Что больше и во сколько раз : $10!∙12 или 5!∙24$ ?
2. Вычислить значение выражения $\frac{3!·37!}{2!∙38!}$.
3. Сколькими способами можно расставить на полке 17 книг, из которых 12 книг – поэтические сборники, так, чтобы эти сборники стояли рядом ?
4. Сократить дробь $\frac{n!∙(n+2)}{\left(n+2\right)!}$.
5. В расписании на понедельник семь уроков : алгебра, геометрия, физика, биология, физкультура, история и информатика. Сколькими способами можно составить расписание на этот день так, чтобы физкультура и геометрия были рядом ?
 |
| Карточка № 3 | 1. Что больше и во сколько раз : $7!∙6 или 6!∙12$ ?
2. Вычислить значение выражения $\frac{36!}{3!∙32!}$.
3. Сколькими способами можно расставить на полке 11 книг, из которых 7 книг – поэтические сборники, так, чтобы эти сборники стояли рядом ?
4. Сократить дробь $\frac{\left(n+1\right)!(n-1)}{n\left(n+2\right)!}$.
5. Восемь мальчиков, в числе которых Никита и Артем, становятся в ряд. Найти число возможных комбинаций, если Никита и Артем должны стоять рядом ?
 |
| Карточка № 4 | 1. Что больше и во сколько раз : $11!∙10 или 10!∙12$ ?
2. Вычислить значение выражения $\frac{40!}{4!∙30!}$.
3. Сколькими способами можно расставить на полке 13 книг, из которых 5 книг – поэтические сборники, так, чтобы эти сборники стояли рядом ?
4. Решить уравнение $\frac{\left(n+1\right)!-n!}{\left(n+1\right)!}=\frac{5}{6}$.
5. Девять мальчиков, в числе которых Никита и Артем, становятся в ряд. Найти число возможных комбинаций, если Никита и Артем должны стоять рядом ?
 |
| Карточка № 5 | 1. Что больше и во сколько раз : $9!∙6! или 7!∙8!$ ?
2. Вычислить значение выражения $\frac{22!}{6!∙11!}$.
3. Сколькими способами можно расставить на полке 14 книг, из которых 8 книг – поэтические сборники, так, чтобы эти сборники стояли рядом ?
4. Решить уравнение $\frac{\left(n+1\right)!}{\left(n-1\right)!}=72$.
5. В расписании на понедельник семь уроков : алгебра, геометрия, физика, биология, физкультура, история и информатика. Сколькими способами можно составить расписание на этот день так, чтобы физкультура и биология были рядом ?
 |

Литература :

1. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. Учреждений / [Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова]; под ред. С.А.Теляковского.-М.:Просвещение, 2008-2011.