Тест по теории вероятностей (1 вариант)

6 октября 2011

Для решения всех задач этого теста используйте классическое определение вероятности. А именно:

Определение

Пусть у нас имеется набор из n различных объектов. Пусть из всего этого набора нас устраивает лишь k объектов.

Тогда *вероятность* P, что мы выберем устраивающий объект из всего набора, рассчитывается по формуле:



Таким образом, задача B10 ЕГЭ по математике всегда сводится к нахождению чисел k и n, которые затем остается лишь разделить друг на друга. Поэтому внимательно читайте условия задач — эти числа почти всегда присутствуют в них. Главное — понять, что от вас требуется.

Начало формы

* B1

В партии из 800 кирпичей есть 14 бракованных. Мальчик выбирает наугад один кирпич из этой партии и бросает его с восьмого этажа стройки. Какова вероятность, что брошенный кирпич окажется бракованным?

* + 
* B2

Экзаменационный сборник по физике для 11 класса состоит из 75 билетов. В 12 из них встречается вопрос о лазерах. Какова вероятность, что ученик Степа, выбирая билет наугад, наткнется на вопрос о лазерах?

* + 
* B3

На чемпионате по бегу на 100 м выступают 3 спортсмена из Италии, 5 спортсменов из Германии и 4 — из России. Номер дорожки для каждого спортсмена определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что на второй дорожке будет стоять спортсмен из Италии?

* + 
* B4

В магазин завезли 1500 бутылок водки. Известно, что 9 из них — просроченные. Найти вероятность того, что алкоголик, выбирающий одну бутылку наугад, в итоге купит именно просроченную.

* + 
* B5

В городе работают 120 офисов различных банков. Бабуля выбирает один из этих банков наугад и открывает в нем вклад на 100 000 рублей. Известно, что во время кризиса 36 банков разорились, и вкладчики этих банков потеряли все свои деньги. Какова вероятность того, что бабуля не потеряет свой вклад?

* + 
* B6

За одну 12-часовую смену рабочий изготавливает на станке с числовым программным управлением 600 деталей. Из-за дефекта режущего инструмента на станке получено 9 бракованных деталей. В конце рабочего дня мастер цеха берет одну деталь наугад и проверяет ее. Какова вероятность, что ему попадется именно бракованная деталь?

* + 
* B7

На Киевском вокзале в Москве работают 28 окон билетных касс, рядом с которыми толпятся 4000 пассажиров, желающих купить билеты на поезд. По статистике, 1680 из этих пассажиров неадекватны. Найти вероятность того, что кассиру, сидящему за 17-м окном, попадется неадекватный пассажир (учитывая, что пассажиры выбирают кассу наугад).

* + 
* B8

Банк «Русский стандарт» проводит лотерею для своих клиентов — держателей карт Visa Classic и Visa Gold. Будет разыграно 6 автомобилей Opel Astra, 1 автомобиль Porsche Cayenne и 473 телефона iPhone 4. Известно, что менеджер Вася (см. тест «[Округление с избытком и недостатком](http://www.berdov.com/ege/percent/max_min_test1/)», задачи B8 и B9) оформил карту Visa Classic и стал победителем лотереи. Какова вероятность, что он выиграет автомобиль Opel Astra, если приз выбирается наугад?

* + 
* B9

Во Владивостоке отремонтировали школу и поставили 1200 новых пластиковых окон. Ученик 11-го класса, который не хотел сдавать ЕГЭ по математике, нашел на газоне 45 булыжников и начал кидать их в окна наугад. В итоге, он разбил 45 окон. Найти вероятность того, что окно в кабинете директора окажется не разбитым.

* + 
* B10

На американский военный завод поступила партия из 9000 поддельных микросхем китайского производства. Эти микросхемы устанавливаются в электронные прицелы для винтовки M-16. Известно, что 8766 микросхем в указанной партии неисправны, и прицелы с такими микросхемами будут работать неправильно. Найти вероятность того, что наугад выбранный электронный прицел работает правильно.

* + 
* B11

Бабуля хранит на чердаке своего загородного дома 2400 банок с огурцами. Известно, что 870 из них давно протухли. Когда к бабуле приехал внучек, она подарила ему одну банку из своей коллекции, выбирая ее наугад. Какова вероятность того, что внучек получил банку с тухлыми огурцами?

* + 
* B12

Бригада из 7 строителей-мигрантов предлагает услуги по ремонту квартир. За летний сезон они выполнили 360 заказов, причем в 234 случаях не убрали строительный мусор из подъезда. Коммунальные службы выбирают одну квартиру наугад и проверяют качество ремонтных работ. Найти вероятность того, что сотрудники коммунальных служб не наткнутся при проверке на строительный мусор.

* + 

Комбинаторика в задаче B10: легкий тест

26 декабря 2011

Данный тест состоит из 14 задач, которые помогут вам разобраться в основах комбинаторики. Это еще не теория вероятностей, но без подобной практики многие настоящие задачи B10 просто не решаются.

Чтобы решить задачи этого теста (как, впрочем, и все сложные задачи по теории вероятностей) надо знать две формулы: число сочетаний и закон умножения.

Начнем с числа сочетаний. Пусть у нас есть n предметов, из которых надо выбрать k предметов, причем порядок выбора нам не важен. Тогда общее число вариантов выбора обозначается Cnk и считается по формуле:



Обратите внимание: по условию, k < n, поэтому значение Cnk всегда будет целым. Данная формула настолько важна, что у нее есть даже собственное название.

Определение

Величина, которая обозначается Cnk и считается по приведенной выше формуле, называется *числом сочетаний* из n возможных элементов по k элементов.

Задача

У студента есть 5 книг, из которых надо прочитать ровно 2. Сколькими способами можно выбрать эти книги?

Решение

Итак, у нас есть n = 5 книг, из которых надо выбрать k = 2 книги. По формуле Cnk имеем:



Таким образом, у студента есть 10 вариантов, какие 2 книги читать.

Ответ 10

Теперь разберемся с *законом умножения*. Тут все просто: когда требуется выбрать несколько предметов из одного набора, и несколько — из другого, причем эти наборы независимы, то соответствующие сочетания просто умножаются друг на друга.

Когда вы поймете, о чем речь, и немного потренируетесь, это правило станет очевидным. Остальным же понять, что написано в предыдущем абзаце, можно только с помощью внушительной дозы «успокаивающих» препаратов. Поэтому разберем закон умножения на конкретном примере.

Задача

У Пети есть 7 монет по 1 рублю и 3 монеты по 2 рубля. Петя случайным образом выбирает 1 монету номиналом 1 рубль и 1 монету номиналом 2 рубля. Сколькими способами он может это сделать?

Решение

Для начала выясним, сколькими способами Петя может выбрать 1 монету из 7 имеющихся номиналом 1 рубль:



Аналогично, найдем число способов выбрать 1 монету номиналом 2 рубля из имеющихся 3 монет:



Теперь, согласно закону умножения, найдем общее число способов: X = C71 · C31 = 7 · 3 = 21.

Ответ 21

Как видите, ничего сложного нет. Поэтому вперед — решать задачи и оттачивать мастерство в сокращении факториалов! И помните, что в ответах могут получаться довольно зверские числа.

* B1

В группе из 24 грузчиков надо выбрать 3 номинантов на премию «Грузчик года». Сколькими способами можно это сделать?

* + 
* B2

На столе лежат карандаши 12 различных цветов. Для обводки чертежа студенту надо выбрать 4 из них. Сколько различных наборов карандашей может выбрать студент?

* + 
* B3

В холодильнике лежат 8 видов кошачьего корма в консервах, а на полке — еще 3 вида сухого корма. Ежедневный рацион кота состоит из 3 различных видов корма, причем коту безразлично, сухой это корм или в консервах. Сколько существует различных способов накормить кота?

* + 
* B4

В магазине продается туалетная бумага 16 различных фирм-производителей. Бабуля покупает внучку подарок, который должен состоять из 4 разных рулонов. Сколькими способами бабуля может составить подарок внучку?

* + 
* B5

Алкоголик заходит в ларек, где продается 30 марок водки. Вечером этот алкоголик встречается с друзьями, поэтому ему надо купить 5 бутылок разных марок. Сколько вариантов сделать покупку есть у алкоголика?

* + 
* B6

Решите предыдущую задачу, если известно, что среди друзей алкоголика будет грузчик-победитель из задачи B1, поэтому одной из 5 бутылок обязательно должна быть премиальная водка «Русский Стандарт».

* + 
* B7

Рекламная фирма проводит социологический опрос, в ходе которого респондентам предлагается ответить на 25 простых вопросов. При этом отвечать надо лишь на 21 из них, которые респондент выбирает самостоятельно. Сколько различных комбинаций из вопросов дается на выбор респонденту?

* + 
* B8

В колоде 36 карт. Сколькими различными способами можно выбрать из нее 3 различных карты?

* + 
* B9

В колоде снова 36 карт. Сколькими различными способами можно выбрать из этой колоды 3 карты, одна из которых — обязательно бубновый король?

* + 
* B10

В колоде 52 карты. Сколькими способами можно выбрать из этой колоды 3 карты крестовой масти?

* + 
* B11

В школьной библиотеке хранятся 18 различных книг по истории и 5 — по физике. Ученику 10-го класса надо прочитать любые 4 книги по истории и 2 — по физике. Сколькими различными способами он может это сделать в школьной библиотеке?

* + 
* B12

В той же библиотеке хранится 400 книг по литературе. Ученику 9-го класса надо прочитать любые 3 из них, чтобы получить пятерку за четверть. Из скольких комбинаций книг придется выбирать ученику?

* + 
* B13

В кошельке у Пети лежат 8 монет по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя открывает кошелек и выбирает 2 монеты по 5 рублей и 2 монеты по 10 рублей, которые кладет в сейф. Сколькими различными способами он может это сделать?

* + 
* B14

Решите предыдущую задачу, если Пете неважно, какие монеты брать, т.е. он просто берет 4 монеты из кошелька.

* + 

# Теория вероятностей на ЕГЭ по математике

Теория вероятностей на ЕГЭ — это очень простые задачи под номером В10. С ними справится каждый. Ведь для решения задачи B10 в варианте ЕГЭ понадобятся лишь самые основные понятия теории вероятностей.

**Случайным** называется событие, которое нельзя точно предсказать заранее. Оно может либо произойти, либо нет.

Вы выиграли в лотерею — случайное событие. Пригласили друзей отпраздновать выигрыш, а они по дороге к вам застряли в лифте — тоже случайное событие. Правда, мастер оказался поблизости и освободил всю компанию через десять минут — и это тоже можно считать счастливой случайностью…

Наша жизнь полна случайных событий. О каждом из них можно сказать, что оно произойдет с некоторой **вероятностью**. Скорее всего, вы интуитивно знакомы с этим понятием. Теперь мы дадим математическое определение вероятности.

Начнем с самого простого примера. Вы бросаете монетку. Орел или решка?
Такое действие, которое может привести к одному из нескольких результатов, в теории вероятностей называют **испытанием**.
Орел и решка — два возможных **исхода** испытания.

Орел выпадет в одном случае из двух возможных. Говорят, что **вероятность** того, что монетка упадет орлом, равна 1/2.

Бросим игральную кость. У кубика шесть граней, поэтому возможных исходов тоже шесть.
Например, вы загадали, что выпадет три очка. Это один исход из шести возможных. В теории вероятностей он будет называться **благоприятным исходом**.
Вероятность выпадения тройки равна 1/6 (один благоприятный исход из шести возможных).
Вероятность четверки — тоже 1/6
А вот вероятность появления семерки равна нулю. Ведь грани с семью точками на кубике нет.

**Вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу исходов.**

Очевидно, что вероятность не может быть больше единицы.
Вот другой пример. В пакете 25 яблок, из них 8 — красные, остальные — зеленые. Ни формой, ни размером яблоки не отличаются. Вы запускаете в пакет руку и наугад вынимаете яблоко. Вероятность вытащить красное яблоко равна 8/25, а зеленое — 17/25.
Вероятность достать красное или зеленое яблоко равна 8/25 + 17/25 = 1.

Разберем задачи по теории вероятностей, входящие в сборники для подготовки к ЕГЭ.

*1*. В фирме такси в данный момент свободно *15* машин: *2* красных, *9* желтых и *4* зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшихся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет желтое такси.

Всего имеется 15 машин, то есть к заказчице приедет одна из пятнадцати. Желтых — девять, и значит, вероятность приезда именно желтой машины равна 9/15, то есть 0,6.

*2*. (Демо-вариант *2012*) В сборнике билетов по биологии всего *25* билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

Очевидно, вероятность вытащить билет без вопроса о грибах равна 23/25, то есть 0,92.

*3*. Родительский комитет закупил *30* пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них *12* с картинами известных художников и *18* с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Вовочке достанется пазл с животным.

Задача решается аналогично.
Ответ: 0,6.

*4*. В чемпионате по гимнастике участвуют *20* спортсменок: *8* из России, *7* из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из Китая.

Давайте представим, что все спортсменки одновременно подошли к шляпе и вытянули из нее бумажки с номерами. Кому-то из них достанется двадцатый номер. Вероятность того, что его вытянет китайская спортсменка, равен 5/20 (поскольку из Китая — 5 спортсменок). Ответ: 0,25.

*5*. Ученика попросили назвать число от *1* до *100*. Какова вероятность того, что он назовет число кратное пяти?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **10**, 11... 100

**Каждое пятое** число из данного множества делится на 5. Значит, вероятность равна 1/5.

*6*. Брошена игральная кость. Найдите вероятность того, что выпадет нечетное число очков.

1, 3, 5 — нечетные числа; 2, 4, 6 — четные. Вероятность нечетного числа очков равна 1/2.

Ответ: 0,5.

*7*. Монета брошена три раза. Какова вероятность двух «орлов» и одной «решки»?

Заметим, что задачу можно сформулировать по-другому: бросили три монеты одновременно. На решение это не повлияет.

Как вы думаете, сколько здесь возможных исходов?
Бросаем монету. У этого действия два возможных исхода: орел и решка
Две монеты — уже четыре исхода:

|  |  |
| --- | --- |
| орел | орел |
| орел | решка |
| решка | орел |
| решка | решка |

Три монеты? Правильно, 8 исходов, так как 2 2 2 = 2³ = 8.

Вот они:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| орел | орел | орел |
| орел | орел | решка |
| орел | решка | орел |
| решка | орел | орел |
| орел | решка | решка |
| решка | орел | решка |
| решка | решка | орел |
| решка | решка | решка |

Два орла и одна решка выпадают в трех случаях из восьми.
Ответ: 3/8.

*8*. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет *8* очков. Результат округлите до сотых.

Бросаем первую кость — шесть исходов. И для каждого из них возможны еще шесть — когда мы бросаем вторую кость.
Получаем, что у данного действия — бросания двух игральных костей — всего 36 возможных исходов, так как 6² = 36.

А теперь — благоприятные исходы:

2 6
3 5
4 4
5 3
6 2

Вероятность выпадения восьми очков равна 5/36 ≈ 0,14.

*9*. Стрелок попадает в цель с вероятностью *0,9*. Найдите вероятность того, что он попадёт в цель четыре раза выстрела подряд.

Если вероятность попадания равна 0,9 — следовательно, вероятность промаха 0,1. Рассуждаем так же, как и в предыдущей задаче. Вероятность двух попадания подряд равна 0,9 0,9 = 0,81. А вероятность четырех попаданий подряд равна
0,9 0,9 0,9 0,9 = 0,6561.

## Вероятность: логика перебора.

Задача В10 про монеты из диагностической работы 7 декабря многим показалась сложной. Вот ее условие:

В кармане у Пети было *2* монеты по *5* рублей и *4* монеты по *10* рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то *3* монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Мы знаем, что вероятность события равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу исходов. Но как посчитать все эти исходы?

Можно, конечно, обозначить пятирублевые монеты цифрами 1, а десятирублевые цифрами 2 — а затем посчитать, сколькими способами можно выбрать три элемента из набора 1 1 2 2 2 2.

Однако есть более простое решение:

Кодируем монеты числами: 1, 2 (это пятирублёвые), 3, 4, 5, 6 (это десятирублёвые). Условие задачи можно теперь сформулировать так:

Есть шесть фишек с номерами от *1* до *6*. Сколькими способами можно разложить их по двум карманам поровну, так чтобы фишки с номерами *1* и *2* не оказались вместе?

Давайте запишем, что у нас в первом кармане.
Для этого составим все возможные комбинации из набора 1 2 3 4 5 6. Набор из трёх фишек будет трёхзначным числом. Очевидно, что в наших условиях 1 2 3 и 2 3 1 — это один и тот же набор фишек. Чтобы ничего не пропустить и не повториться, располагаем соответствующие трехзначные числа по возрастанию:

123, 124, 125, 126...
А дальше? Мы же говорили, что располагаем числа по возрастанию. Значит, следующее — 134, а затем:
135, 136, 145, 146, 156.
Все! Мы перебрали все возможные комбинации, начинающиеся на 1. Продолжаем:
234, 235, 236, 245, 246, 256,
345, 346, 356,
456.
Всего 20 возможных исходов.

У нас есть условие — фишки с номерами 1 и 2 не должны оказаться вместе. Это значит, например, что комбинация 356 нам не подходит — она означает, что фишки 1 и 2 обе оказались в не в первом, а во втором кармане. Благоприятные для нас исходы — такие, где есть либо только 1, либо только 2. Вот они:

134, 135, 136, 145, 146, 156, 234, 235, 236, 245, 246, 256 — всего 12 благоприятных исходов.

Тогда искомая вероятность равна 12/20.

Ответ: 0,6.



Конец формы