***Содержание***

Вступление. Место темы «Логарифмические неравенства» в подготовке к ЕГЭ.

Основная часть. Методика изучения темы «Логарифмические неравенства» в школьном курсе математики.

1. Введение в тему «Логарифмические неравенства».
   1. Общие методические рекомендации;
   2. Определение и свойства логарифмов;
   3. Логарифмическая функция и ее свойства
2. Особенности работы с неравенствами.
   1. Множество решений неравенства;
   2. Равносильность в решении логарифмических неравенств;
   3. Преобразование, приводящие к равносильным неравенствам;
   4. Равносильные переходы
3. Логарифмирование и потенцирование.
   1. Отбрасывание в левой и правой частях неравенства логарифма по одному и тому же основанию;
   2. Непосредственное логарифмирование и потенцирование
4. Различные упрощения.
   1. Представление выражения в виде логарифма или степени с заданным основанием;
   2. Преобразование суммы или разности логарифмов;
   3. Внесение множителя под знак логарифма
5. Способы расщепления.
   1. Суть способа расщепления;
   2. Обобщенный метод интервалов;
   3. Замена неизвестных
6. Переход к новому основанию.
   1. Формула перехода логарифма к новому основанию;
   2. Второй способ перехода логарифма к новому основанию
7. Метод интервалов для логарифмических неравенств.
8. Частные приемы решения логарифмических неравенств.

Заключение. Эффективность методов решения логарифмических неравенств. Выводы.

Список литературы.

*Изобретение логарифмов, сократив*

*работу астронома, продлило ему жизнь.*

*П.С.Лаплас*

***Вступление***

***Место темы «Логарифмические неравенства» в подготовке к Единому Государственному экзамену***

Демонстрационный вариант ЕГЭ 2012 года даёт представление о структуре контрольных измерительных материалах, количестве заданий, их форме, уровне сложности. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов в кодификаторах требований и элементов содержания по математике.

Анализируя демонстрационный вариант ЕГЭ 2012 года, видно, что задания В5 и С3 в том или ином объеме затрагивают тему «Логарифмическая функция». Эта тема в общеобразовательном классе по учебнику Ш.А.Алимова, согласно программе, изучается в объеме 14 часов. Основная цель изучения темы – обучение решению логарифмических неравенств на основании свойств логарифмической функции. На экзаменах данная тема контролируется на двух уровнях: базовом, где задачи берутся из открытого банка заданий, и профильном, где предполагается более глубокое знание математики.

В связи с этим, для успешной сдачи экзамена в форме ЕГЭ, перед учителем встает задача: спланировать изучение данной темы таким образом, чтобы учащиеся получили максимальный объем информации, успели закрепить навыки на достаточном количестве примеров. А осознав изученный материал, расширили набор упражнений, порой не вошедших в школьный учебник.

Задача данной курсовой работы состоит в том, чтобы разработать методику изучения темы «Логарифмические неравенства», подобрать набор упражнений, направленных на успешное выполнение заданий в ЕГЭ по данной теме.

***Основная часть***

***Методика изучения темы «Логарифмические неравенства» в школьном курсе математики***

1. ***Введение в тему «Логарифмические неравенства»***

***1.1.О б щ и е м е т о д и ч е с к и е р е к о м е н д а ц и и***

Первоначально в курсе алгебры изучались такие функции, вычисление значений которых сводилось к четырем арифметическим действиям и возведению в степень. Для вычисления значений логарифмической функции нужно уметь находить логарифмы чисел, т.е. выполнять новое для учащихся действие – логарифмирование. До появления компьютеров логарифмы широко использовались для выполнения вычислений и детально изучались в школе. Теперь же их роль стала вспомогательной, а изучение в школе не стало столь подробным.

* 1. ***О п р е д е л е н и е и с в о й с т в а л о г а р и ф м о в***

Знакомство с логарифмами чисел и их свойствами для многих учащихся достаточно сложно. Поэтому полезны подробные и наглядные объяснения. Обычно логарифм определяется как показатель степени, в которую нужно возвести основание, чтобы получить данное число: , т.к. . Следует обратить внимание на то, что является корнем уравнения , а поэтому . Таким образом, получается основное логарифмическое тождество , где Это равенство является краткой символической записью определения логарифма.

Доказательство свойств логарифма опирается на его определение. Т.к., например, по определению логарифма , , то, перемножая эти равенства и используя свойство умножения степеней, получаем ,  *.* Последнее равенство показывает, что отсюда и следует свойство логарифма произведения

На практике рассматриваются логарифмы по различным основаниям, в частности по основанию 10 (десятичный логарифм) и по основанию (- натуральный логарифм), отсюда возникает необходимость формулы перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию: , где

Т.к. на микрокалькуляторе есть клавиши и , то для вычисления логарифма по основаниям, отличным от 10 и , нужно использовать формулу перехода.

***1.3. Л о г а р и ф м и ч е с к а я ф у н к ц и я и е е***

***с в о й с т в а***

Эскиз графика логарифмической функции, как и показательной, легко строиться с помощью ее основных свойств: область определения – положительные числа; множество значений – все действительные числа; функция возрастает или убывает; всегда принимает значение ноль при . Для более точного построения графика полезно составить таблицу некоторых ее значений.

Свойства логарифмической функции будут активно использоваться при решении логарифмических уравнений и неравенств.

Изучение свойств логарифмической функции проходит совместно с решениями уравнений и неравенств. Например, при решении уравнения получаются корни . Корень посторонний, т.к. при этом значении функция, стоящая в левой части уравнения, не определена. При решении, например, неравенства используется свойство возрастания функции .

При решении логарифмических уравнений и неравенств выполняются различные их преобразования. При этом часто нарушается равносильность. Поэтому при решении логарифмических уравнений необходима проверка найденных корней, т.к. проверку решения неравенства осуществить сложно, а в ряде случаев невозможно.

***2. Особенности работы с логарифмическими неравенствами***

***2.1. М н о ж е с т в о р е ш е н и й н е р а в е н с т в а***

Остановимся более подробно на решении логарифмических неравенств.

Для того, чтобы научиться решать неравенства, следует прежде хорошо разобраться во всех вопросах, связанных с решением уравнений. При этом многие понятия и факты, относящиеся к уравнениям, оказываются применимыми и к неравенствам.

Решить неравенство ( – это значит найти множество всех значений неизвестной величины , которые при подстановке в неравенство дают верное соотношение. Такие значения называются решениями. Требования к тексту решения в случае неравенств остаются такими же, как и для уравнений.

* 1. ***. Р а в н о с и л ь н о с т ь в р е ш е н и и***

***л о г а р и ф м и ч е с к и х н е р а в е н с т в***

Процесс решения неравенства, в идеале, это цепочка равносильных переходов от исходного неравенства к такому неравенству, множество решений которого известно или легко может быть найдено.

Однако это не всегда удается сделать. В процессе неравносильных преобразований могут появиться как посторонние решения, так и может происходить потеря решений. Причем в отличии от уравнений, для неравенств все обстоит значительно сложнее. Это видно из последующих примеров. Поэтому при решении неравенств рекомендуется выполнять равносильные преобразования, аккуратно следить за тем, чтобы не выйти за ОДЗ исходного неравенства или не потерять его часть.

В школьной программе уже был изучен материал о равносильных уравнениях и неравенствах. К тому же к 10 классу у большинства учащихся уже сформированы зрелые аналитические мыслительные умения. Полезно перед изучением темы «Логарифмические неравенства» повторить на конкретных примерах известные учащимся равносильные преобразования неравенств.

Сделать это можно, например, на следующих тестах.

Тест №1.

Одна из следующих пар предложений состоит из неравносильных предложений. Укажите эту пару.

Тест №2.

В одном из приведенных ниже примеров неверно поставлен знак « Укажите этот пример.

* 1. ***П р е о б р а з о в а н и я , п р и в о д я щ и е к***

***р а в н о с и л ь н ы м н е р а в е н с т в а м***

Перечислим теперь наиболее распространенные преобразования, приводящие к равносильным неравенствам. Они тесно связаны со свойствами числовых неравенств.

1) Если к обеим частям неравенства прибавить одну и ту же функцию, определенную на ОДЗ, то получим неравенство, равносильное исходному.

2) Если обе части неравенства умножить или разделить на одну и ту же функцию, все значения которой в ОДЗ положительны (отрицательны), то получим неравенство, равносильное исходному (то изменив знак неравенства на противоположный, получим неравенство, равносильное исходному).

3) Если в обеих частях неравенства стоят функции, все значения которых в ОДЗ положительны, то возведя обе части неравенства в степень (извлекая корень) получим неравенство, равносильное исходному.

4) Если и функция строго возрастающая (строго убывающая), то неравенство равносильно на ОДЗ исходного неравенства неравенству (равносильно на ОДЗ исходного неравенства неравенству .

Перечислим теперь наиболее сложные случаи.

1) Как и при решении уравнений, неприятности могут происходить в точках обращения в ноль общего множителя левой и правой части.

Эти точки ОДЗ заслуживают отдельного рассмотрения. В случае неравенства типа они не являются решениями, а в случае неравенств такие значения являются решениями.

2) В отличие от уравнений, «коварными» являются и точки ОДЗ, в которых общий множитель отличен от нуля, т.к. при умножении (делении) обеих частей неравенства на положительное число или выражение знак неравенства сохраняется, а на отрицательное – меняется на противоположное. Поэтому приходится выделять эти подслучаи.

3) При решении неравенств (особенно иррациональных) части возникает необходимость возведения обеих частей неравенства в квадрат (четную степень). Это самая опасная ситуация, т.к.

а) если обе части неравенства неотрицательны, то обе части неравенства для таких значений неизвестного можно возвести в квадрат ( четную степень), сохраняя знак неравенства;

б) если обе части неравенства неположительны, то обе части неравенства для таких значений неизвестного можно возвести в квадрат (четную степень), меняя знак неравенства на противоположный;

в) если обе части неравенства имеют разные знаки, то при таких значениях неизвестного нельзя обе части неравенства возводить в квадрат (четную степень), да и не нужно, т.к. сразу ясно, являются или не являются решением неравенства значения неизвестного, реализующие эту ситуацию. Таким образом, при необходимости возведения обеих частей неравенства в квадрат (четную степень) приходится выделять эти подслучаи и проводить решение для них отдельно.

***2.4. Р а в н о с и л ь н ы е п е р е х о д ы***

Внешнее сходство уравнений и неравенств, а также близость методов их решения создают у некоторых уверенность в том, что вместо неравенства лучше сначала рассмотреть равенство левой и правой части, а затем изучить их знаки. Хотя этот прием и позволяет правильно решать неравенства, но на практике он скорее приводит к неверному решению, нежели к его упрощению.

Логическая сторона решения неравенств более содержательна оп сравнению с уравнениями: ведь теперь изучать приходится не только равенство выражений, но и знаки между ними.

Метод проверки для решения неравенств практически не пригоден. Рекомендуется использовать метод равносильных преобразований или метод развивающий идею подбора.

Из строгой монотонности логарифмической функции следует равносильность таких переходов:

1)

Тест.

Среди приведенных высказываний найдите истинное:

1)

2)

3)

4)

5)

Теперь приведем несколько примеров решения логарифмических неравенств.

1. ***Логарифмирование и потенцирование***

***3.1. О т б р а с ы в а н и е в л е в о й и п р а в о й ч а с т я х***

***н е р а в е н с т в а л о г а р и ф м а***

***п о о д н о м у и т о м у же о с н о в а н и ю***

Эти преобразования приводят к наиболее сильному упрощению логарифмических неравенств. Они необходимы для того, чтобы в конце концов получить ответ в задаче. Поэтому важно научиться выполнять их в той или иной форме легко и безошибочно.

1) Отбрасывание в левой и правой частях неравенства логарифма по одному и тому же основанию.

Если левая часть неравенства имеет вид , то можно перейти к неравенству, левая и правая части которого равны . При этом нужно помнить о следующем: при отбрасывании в неравенстве логарифма по основанию, меньше единицы, знак неравенства необходимо поменять. Этот факт вытекает из свойства монотонности логарифмической функции.

Указанное преобразование обычно приводит к расширению ОДЗ, поскольку выражения, стоявшие прежде под знаками логарифма, после отбрасывания этих знаков могут принимать и неположительные значения. Игнорирование этого факта очень часто является причиной грубых ошибок на экзамене. В связи с этим особое значение приобретает следующее основное правило: к уравнению или неравенству, полученному в результате отбрасывания логарифма, следует добавить условия положительности обеих его частей. Заметим, что в действительности по меньшей мере одно (не всегда любое) из двух добавленных согласно основному правилу условий непременно можно отбросить, если внимательно приглядеться к полученной системе.

Пример.

Логарифмическая функция убывающая. Имеет место равносильный переход:

Ответ:

Затем можно рассмотреть пример сложнее. Например, такого вида.

Пример.

Решить неравенство

+ + +

-1 - 1 x

Ответ:

Наиболее типичные ошибки, которые допускают учащиеся в этом задание, следующие. Не все смогут без ошибок представить правую часть неравенства в виде - . Далее, при отбрасывании логарифмов не учли, что и не поменяли знак неравенства. Наконец, многие забыли добавить ограничение или решили, что по «аналогии» с уравнениями равносильность перехода обеспечивается положительностью правой (большей!) части полученного неравенства, т.е. числа 2. Это в данном случае приводит к приобретению посторонних решений, заполняющих промежуток .

Разбирая следующее задание, учащиеся, как правило, правильно отбросив первый логарифм и, видимо, ослабив бдительность, не замечают, что основание второго логарифма уже меньше 1, и не поменяли знак неравенства при отбрасывании.

Пример.

Решить неравенство

+ +

\_ x

Ответ:

***3.2.*** ***Н е п о с р е д с т в е н н о е л о г а р и ф м и р о в а н и е и***

***п о т е н ц и р о в а н и е н е р а в е н с т в а***

Эти операции производятся следующим образом: выбирается подходящее положительное число отличное от единицы, и каждой из двух частей неравенства дописывается либо логарифм по основанию (при логарифмировании), либо просто число в качестве основания степени (при потенцировании). При этом если и операция производится над неравенством, то знак неравенства меняется.

Логарифмирование и потенцирование представляют по существу другую форму преобразований. Действительно, отбрасывание основания степени можно осуществить взятием от обеих частей уравнения или неравенства логарифмической функции, а отбрасывание логарифма – взятием показательной функции. Разберем на примере.

Пример.

Ответ:

Есть мнение о том, что операции непосредственного логарифмирования универсальны, т.к. применять их якобы можно не задумываясь в любых случаях без каких бы то ни было предосторожностей. Это не совсем так. Во-первых, логарифмировать неравенство можно лишь при тех значениях неизвестной, при которых обе его части положительные (или одна, «меньшая» в случае неравенства). Во-вторых, при потенцировании, как правило, возникают выражения вида которые с помощью основного логарифмического тождества мгновенно преобразуются к виду . Одна из самых распространенных ошибок состоит в том, что при использовании основного логарифмического тождества не принимается во внимание возможное расширение ОДЗ, которое в данном случае обязывает добавить ограничения Таким образом, неприятности, связанные с расширением ОДЗ при отбрасывании логарифмов, никуда не исчезают, а, наоборот, появляются в более завуалированном виде на следующем этапе.

Обычно учащиеся ошибаются в том, что не понимают, что именно в действительности делают: то ли отбрасывают логарифм, то ли дописывают основание – потенцируют.

Вывод один: при логарифмировании и потенцировании нужна определенная дисциплина мышления.

***4.*** ***Различные упрощения***

Решая логарифмические неравенства, учащиеся часто совершают первые приходящие на ум преобразования, продиктованные возможностью применить ту или иную формулу. При этом учащиеся не всегда удовлетворительно знают сами формулы, а также не обращают внимание на вопросы расширения или сужения ОДЗ и связанных с ними вопросов приобретения и потери решений. Но главный недостаток – это отсутствие ясного представления о целях производимых ими упрощений.

Решая логарифмические неравенства, прежде всего следует подумать о том, нельзя ли привести данное неравенство к виду, удобному для логарифмирования или потенцирования.

Рассмотрим случаи, когда приведение к такому виду можно осуществить.

***4.1. П р е д с т а в л е н и е в ы р а ж е н и я в в и д е***

***л о г а р и ф м а и л и с т е п е н и с з а д а н н ы м***

***о с н о в а н и е м***

Пусть некоторые части неравенства уже представляют собой логарифмы или степени с некоторым основанием (а другие – еще нет. В этой ситуации могут оказаться полезными преобразования, опирающиеся на формулы а для тех значений при которых возможно использование основного логарифмического тождества .

Применяя эти преобразования, можно например, получить равенства: и т.п. В таких простых случаях не всегда необходимо употребление указанных формул – достаточно бывает одного лишь знания определения логарифма данного числа по основания и умения его находить.

Пример.

+ +

1 \_ 2 x

Ответ:

***4.2. П р е о б р а з о в а н и е с у м м ы и л и р а з н о с т и***

***л о г а р и ф м о в***

Эти преобразования производятся с помощью формул:

И позволяют объединять несколько выражений в один логарифм. Применение формул осложняется тем, что в левой их части под знаком логарифма находится каждое из выражений и , а в правой – только их произведение или частное, которое может быть положительным также и при отрицательных значениях и . Поэтому при переходе от суммы или разности логарифмов к логарифму произведения или частного следует добавлять ограничения на неизвестную величину, связанные с расширением ОДЗ.

Количество таких ограничений зависит от вида самих выражений и , но в любом случае заведомо достаточно потребовать положительности обоих этих выражений (даже одного из них, т.к. их произведение или частное все еще находится под знаком логарифма).

Пример.

Преобразуем неравенство:

Решим первое неравенство: .

При получаем:

Решим второе неравенство системы:

Решение системы:

Ответ: .

***4.3.***  ***В н е с е н и е м н о ж и т е л я п о д з н а к***

***л о г а р и ф м а***

Эта операция предполагает использование формулы:

Не следует забывать о том, что если выражение представляет собой четное число, то в левой части первой формулы выражение обязано быть положительным, в то время как в правой части этой формулы оно должно быть всего лишь не равным нулю. Таким образом, при внесении множителя под знак логарифма может расширяться ОДЗ, в связи с чем возникает необходимость добавлять ограничения на неизвестную величину.

Еще более коварной является обратная операция – вынесение показателя степени за знак логарифма (ведущее иногда к сужению ОДЗ).

Пример.

Преобразуем неравенство:

Найдем, при каких значениях левая часть неравенства имеет смысл:

Получаем: или

Значит, при всех допустимых значениях .

Поэтому

Сделаем замену

Таким образом,

Корни уравнения -6 и -1. Условию или удовлетворяет только .

Ответ: -1.

1. ***Способы расщепления***
   1. ***С у т ь с п о с о б а р а с щ е п л е н и я***

Ключевой момент в решении неравенства – преобразование его к виду, в котором левая часть представляет собой произведение каких-либо выражений, а правая – равна нулю. При этом правило расщепления для строгого неравенства можно сформулировать так: произведение отрицательно в тех и только тех случаях, когда нечетное число его сомножителей отрицательно, а остальные положительны; произведение положительно в тех и только тех случаях, когда четное ( в частности, нулевое) число его сомножителей отрицательно, а остальные положительны.

Для расщепления неравенства следует сначала аккуратно выписать все случаи, когда это неравенство справедливо, а затем решить каждую из имеющихся систем, объединив в ответе полученные множества решений. При этом попытки сэкономить работу на каких-то случаях, кажущихся при беглом изучении невозможными, особенно попытки заменить нестрогие неравенства строгими, чаще всего оборачиваются потерей решений.

Аналогично расщепляются неравенства, в которых какие-либо выражения стоят в знаменателе дроби.

Пример.

Заметим, что неравенство равносильно неравенству (соответственно , т.е. равенство никак нельзя подключать к решению, а равенство вообще невозможно.

Для расщепления неравенства нужно предварительно перенести все в одну его часть и разложить полученное выражение на множители.

* 1. ***О б о б щ е н н ы й м е т о д и н т е р в а л о в***

Расщепление можно упростить, применив обобщенный метод интервалов. В некоторых задачах расщепление сопровождается более детальным разбором случаев.

Пример.

В большинстве случаев учащиеся рассматривают два случая:

1) 2)

Однако главная логическая ошибка была сделана в самом начале. Ведь в случае исходное неравенство приводится к виду

а значит, при его расщеплении возникает еще один случай

3) который дает решение 0. Именно это решение теряют учащиеся даже при безукоризненном исследовании первых двух случаев.

Эта задача призвана лишний раз предостеречь учащихся от деления неравенства на функцию и от всяческих «усовершенствований» основного правила расщепления неравенства.

Ответ: .

* 1. ***З а м е н а н е и з в е с т н ы х***

Одним из основных приемов, облегчающих расщепление логарифмических неравенств, можно считать замену неизвестных. Новая независимая подбирается по возможности так, чтобы относительно нее неравенство уже не было логарифмическим. В результате такой замены операции логарифмирования и потенцирования отодвигаются как бы на задний план, возникая только при нахождении значений исходной неизвестной по заданным значениям новой. Введению новой неизвестной обычно предшествует некоторая предварительная обработка исходного неравенства с использованием формул, а иногда и преобразований.

1. ***Переход к новому основанию***
   1. ***Ф о р м у л а п е р е х о д а л о г а р и ф м а к н о в о м у***

***о с н о в а н и ю***

Часто на экзаменах приходится сталкиваться с ситуацией, когда в одном неравенстве присутствуют логарифмы, имеющие разные основания. Простым является случай, когда все основания представляют собой различные, но легко угадываемые степени одного и того же числа. Тогда переход во всех выражениях к одинаковому основанию не вызывает особых затруднений. Если же основания не связаны указанным способом, то некоторые учащиеся не берутся за задачу из-за психологической неподготовленности к такой ситуации. Однако для решения подобных задач не требуется никаких дополнительных знаний. Предполагается лишь умение переходить к новому основанию.

Отдельного внимания заслуживают логарифмы, основаниями которых являются функции от неизвестной величины. При работе с ними нужно иметь в виду следующее важное обстоятельство: выражение, стоящее в основании логарифма, по определению может быть только положительным и к тому же не равным 1. Это означает, что значения неизвестной, при которых указанные условия не выполнены, попросту не входят в область определения. Одна из ошибок учащихся происходит как раз по причине расширения ОДЗ неравенства в результате потенцирования по основанию, зависящему от

Самый надежный способ предостеречься от ошибок, связанных с расширением ОДЗ, - это перейти к другому основанию, роль которого может сыграть произвольное конкретное число . Сама формула перехода представляет собой тождество. Особое значение указанный способ приобретает при решении неравенств.

Пример.

Решение, использующее переход к новому основанию, сводит все трудности к вопросам обыкновенного расщепления неравенства.

Неравенство равносильно совокупности систем:

1)

2) решений нет.

Ответ:.

* 1. ***В т о р о й с п о с о б п е р е х о д а л о г а р и ф м а к***

***н о в о м у о с н о в а н и ю***

Видно, что неравенство заметно упростилось в результате логарифмирования по основанию . Но такие преобразования не всегда возможны. Поэтому более общий способ упрощения представляет собой переход к основанию по формуле .

Такой переход оказывается полезным также и при дифференцировании рассматриваемого выражения.

Пример.

Обозначим

Возвратимся к

Неравенство равносильно совокупности систем:

1)

2) решений нет

Ответ: .

1. ***Метод интервалов для решения логарифмических неравенств.***

В курсе математического анализа для 11 класса доказывается теорема: если функция непрерывна на отрезке и не обращается в ноль на открытом промежутке , то имеет один и тот же знак во всех внутренних точках отрезка .

Это и есть основание для метода интервалов для непрерывной функции: найти нули и определить знаки на промежутках между соседними нулями, вычислив значения в «пробных» точках. Однако иногда «пробную» точку выбрать трудно, иногда при выяснении знака функции в «пробной» точке вычисления могут оказаться громоздкими, и из-за арифметической ошибки результат окажется неверным. Кроме того, очень часто школьники вообще не проверяют знаки, а расставляют их по аналогии с тем, как это делается для рациональной функции, не задумываясь о том, действительно ли данная функция меняет знак при переходе через «ноль».

Рассмотрим такие условия равносильности, которые часто за один шаг сведут решение самых распространенных логарифмических неравенств к решению рациональных неравенств.

Пример.

*+ - +*

0,5 3 3,5 4 х

Поясним, что все значения *,* не входят в ОДЗ; число 4 возникло в результате исследования знака сомножителя , положительного при и отрицательного при .

Ответ: .

Рассмотрим теперь некоторые частные приемы решения логарифмических неравенств.

1. ***Частные приемы решения логарифмических неравенств.***

Ведущее место в этом направлении занимает метод применения условий равносильности. Преимущество использования условий равносильности по сравнению с обычным способом решения даже простейших неравенств состоит в том, что мы не думаем о том, большим или меньшим 1 является основание. Кроме того, нет необходимости писать фразы о той или другой монотонности. Это особенно важно при решении тестов ЕГЭ, когда время для их решения ограничено.

Перечислим основные условия равносильности для решения логарифмических неравенств.

1) Знак совпадает со знаком произведения в ОДЗ.

2) Знак разности - совпадает со знаком произведения в ОДЗ.

3) Знак функции совпадает со знаком произведения

в ОДЗ.

4) Знак разности совпадает со знаком произведения в ОДЗ.

Пример.

Найдем ОДЗ:

Теперь с учетом ОДЗ получаем ответ.

Ответ:

Решение рассмотренного неравенства определялось знаками множителей. Мы воспользовались перечисленными условиями равносильности и освободились от всех логарифмов за один шаг. Если же основание логарифма и подлогарифмическое выражение являются рациональными функциями, можно воспользоваться классическим методом интервалов.

Заметим, что все условия равносильности формально точно такие же, как и для логарифмов с постоянным основанием, а потому легко запоминаются. Но, как показывает практика, полными условиями равносильности не всегда удобно пользоваться. Это происходит, если входящие в условия равносильности неравенства громоздки. Тогда удобно отделить нахождение ОДЗ от решения основного неравенства, что мы и сделали в примере.

***Заключение***

***Эффективные методы решения***

***логарифмических неравенств. Выводы.***

В данной работе были рассмотрены наиболее важные и часто встречаемые приемы решения логарифмических неравенств в школе. Напомнив некоторые основные понятия и свойства логарифмов, были разобраны основные приемы решения логарифмических неравенств. Они опирались на свойства логарифмической функции. Основной прием решения состоит в построении цепочки равносильных переходов. После нескольких переходов мы приходили к простейшему неравенству, системе или совокупности простейших неравенств.

Большинство разобранных задач взяты из тренировочных вариантов ЕГЭ и вариантов вступительных экзаменов на различные факультеты МГУ разных лет.

Но какие бы приемы и методы не были рассмотрены по теме «Решение логарифмических неравенств», к каждому неравенству дать ученику рецепт невозможно. «Математические сведения могут применяться умело и с пользой только в том случае, если они усвоены творчески, так что учащийся видит сам, как можно было бы прийти к ним самостоятельно»,- говорил А.Н.Колгоморов.

***Список литературы***

1. Б.П. Гейдман. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. - М.: МГУ, 2003
2. С.И. Колесникова. Математика. Интенсивный курс подготовки к ЕГЭ.- М.: АЙРИС ПРЕСС, 2006
3. Ф.Ф.Лысенко. Математика. Повторение курса в формате ЕГЭ. Рабочая программа для 11 класса. - Ростов-на-Дону: ЛЕГИОН-М, 2011
4. И.И. Мельников, И.Н. Сергеев. - Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах. - М.: УНИВЕР-ПЕРСС
5. А.Л. Семенов, И.В. Ященко. ЕГЭ, универсальные материалы для подготовки учащихся. Математика. - М.: Интеллект-центр, 2011.
6. А.Л. Семенов, И.В. Ященко. ЕГЭ. Математика. Типовые экзаменационные материалы.- М.: Национальное образование, 2011
7. Н.Е. Федорова, М.В. Ткачева. Изучение алгебры и начал анализа 10-11.- М.: Просвещение, 2004г.