Ведущей линией учебника А.Г.Мордковича (издательство «Мнемозина») является функционально-графическая линия. Иррациональные уравнения изучаются в 8 классе на очень примитивном уровне.

 При этом иррациональные уравнения изучаются до введения иррациональных чисел, что, по-моему мнению, не совсем удобно.

В учебнике и задачнике для 10 – 11 классов содержится глава, посвященная методам решения уравнений. Отдельной темы, содержащей изучение только иррациональные уравнения нет.

А решение иррациональных уравнений зачастую вызывает затруднения, так как *требуют хорошего знания теоретического материала, умения проводить исследования различных ситуаций.*

У многих учеников единственным устойчивым знанием является применение метода возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень. Для некоторых этот метод является единственным.

При этом иногда ученики забывают делать проверку найденных корней после возведения частей уравнения в чётную степень корня.

Все высвеченные проблемы подвели меня к мысли, что необходимо уделить больше внимания вопросу изучения иррациональных уравнений и рассмотреть более глубоко этот материал на уроках математики.

**Урок в 11 классе по теме:**

**«Некоторые способы решения иррациональных уравнений»**

**Цитата урока:** (выписана на доске)

*«Знание только тогда – знание, когда оно добыто усилием собственной мысли, а не памятью» - слова Л.Н. Толстого.*

***Цель:***

* обобщение знаний учеников по данной теме;
* демонстрация различных методов решения иррациональных уравнений;
* показ возможности решения иррациональных уравнений на основе исследования;
* формирование навыка самообразования, самоорганизации, умения анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы;
* воспитание самостоятельности, умения выслушивать других и умения общаться в группе;
* повышение интереса к предмету.

***Форма проведения:*** семинарское занятие.

***Оборудование:*** компьютер, мультимедийный проектор.

***Ход занятия:***

**Учитель:**

Сегодня мы поговорим об иррациональных уравнениях.

*На доске приведены примеры уравнений иррациональных и не являющихся иррациональными.*

*1) *

Назовите те уравнения, которые являются иррациональными.

Дайте определения иррационального уравнения.

**Ответы учеников.(**иррациональными являются уравнения 1), 3), 4), 6). Определение иррационального уравнения:

**Иррациональным называют уравнение, в котором переменная содержится под знаком радикала или под знаком возведения в дробную степень.)**

 **I. Учитель:**

На предыдущих уроках мы рассматривали решение иррациональных уравнений методом возведения обеих частей уравнения в степень корня (в основном в квадрат). При возведении частей уравнения в чётную степень мы получаем уравнение-следствие, решение которого приводит иногда к появлению посторонних корней. И тогда обязательной частью решения уравнения является проверка корней или нахождение области определения уравнения.

Однако при решении иррациональных уравнений не всегда следует сразу приступать к «слепому» применению известного алгоритма решения.

В заданиях Единого государственного экзамена имеется довольно много уравнений, при решении которых необходимо выбрать такой способ решения, который позволяет решить уравнения проще, быстрее. Поэтому необходимо знать и другие методы решения иррациональных уравнений, с некоторыми из них мы сегодня познакомимся.

При подготовке к уроку некоторые ученики получили листы-рекомендации, в которых рассматриваются основные приёмы решения иррациональных уравнений. Ребята ознакомились с предложенными решениями и подобрали свои уравнения, решить которые предстоит нам на уроке.

**II.Выступление учеников**

**1 ученик.**

 ***Решение иррационального уравнения методом возведения обеих частей уравнения в степень корня.***

 х + $\sqrt{х+4}$ = 3х – 7

Решим данное уравнение традиционным способом **– методом возведения обеих частей в квадрат.** Слагаемое, содержащее квадратный корень оставим в левой части уравнения, а х перенесём в правую часть.

$\sqrt{х+4}$ = 2х – 7

Возведём обе части уравнения в квадрат:

$\left(\sqrt{х+4}\right)^{2}$ = $\left(2х-7\right)^{2}$

Получаем:

х + 4 = 4$х^{2}$ – 28х + 49

Перенесём все члены уравнения в одну часть, получаем квадратное уравнение

4$х^{2}$ – 29х + 45 = 0

Корни этого уравнения х = 5 и х = 2,25

Решая это уравнение мы возводили обе части уравнения в квадрат. При возведении обеих частей уравнения в любую четную степень получается уравнение, являющееся не равносильное данному, а являющееся следствием исходного, следовательно, при этом возможно появление посторонних корней. Поэтому необходимым условием решения является проверка корней.

Если х = 5, то $\sqrt{5+4}$ = 10 - 7

3 = 3 – верно

х = 5 – корень уравнения

Если х = 2,25, то $\sqrt{2,25+4}$ = 4,5 - 7

2,5 = - 2,5 – неверно

х = 2,25 посторонний корень

Ответ: х = 5

Предлагаю решить в классе уравнение: ****

***2 ученик. Решение уравнения методом исследования области определения уравнения.***

 *Пусть дано уравнение:* $\sqrt{11х+3}$ - $\sqrt{2-х}$ = $\sqrt{9х+7}$ – $\sqrt{х-2}$

Возведение обеих частей в квадрат приведёт нас к громоздким вычислениям и трате времени на экзамене.

Воспользуемся **методом исследования области допустимых значений** заданного уравнения.

Область допустимых значений данного уравнения определяется системой неравенств$: \left\{\begin{array}{c}11х+3 \geq 0\\2-х \geq 0\\9х+7 \geq 0\\х-2 \geq 0\end{array}\right.$ <=> $\left\{\begin{array}{c}х\geq -\frac{3}{11}\\х\leq 2\\х\geq -\frac{7}{9}\\х\geq 2\end{array}\right.$ <=> х=2

$$-\frac{7}{9}$$

$$-\frac{3}{11}$$

2

х

Данное уравнение определено только при х = 2.

Проверим, является ли число 2 корнем уравнения:

$\sqrt{22+3 }$ - $\sqrt{2-2}$ = $\sqrt{18+7}$ – $\sqrt{2-2}$

5 = 5 – верно.

Ответ: х = 2.

 *Попробуйте решить уравнение***:**  $2\sqrt{1-х^{2}} $= х - 2

 ***3 ученик.*** ***Использование свойства монотонности функции.***

Я хочу рассказать об уравнениях, решение которых основывается на свойстве монотонности функций. Существуют теоремы:

 **Теорема 1.** Пусть уравнение имеет вид: f(x) = с, где f(x) –монотонно возрастающая (убывающая) функция, а ***с*** – число, входящее область значений функции f(x), тогда уравнение f(x) = с имеет единственный корень.

**Теорема 2**. Пусть уравнение имеет вид f(x)= g(x), где функции f(x) и g(x) «встречно монотонны», т.е. f(x) возрастает, а g(x) убывает или наоборот, то такое уравнение имеет не более одного корня.

 Если удается заметить эти свойства функций в уравнении или привести уравнение к таким видам, и при этом нетрудно угадать корень уравнения, то он и будет единственным решением данного уравнения.

 ***Пример для изучения***

Пусть дано уравнение: $\sqrt{2(х+6)}$ +$\sqrt[3]{х+6}$ = 6

 ОДЗ уравнения: х+6$\geq $0; х$ \geq -6$

Функции $у\_{1}$ = $\sqrt{2(х+6)}$ и $у\_{2}$ = $\sqrt[3]{х+6}$ являются возрастающими на промежутке [- 6*;* $\infty )$, поэтому функция у = $\sqrt{2(х+6)}$ +$\sqrt[3]{х+6}$ так же является возрастающей на этом промежутке, и следовательно принимает любое значение, в том числе и 6, только один раз. Значит, уравнение имеет единственный корень.

Найдём этот корень подбором.

 х = 2.

Проверкой убеждаемся, что число 2 является корнем данного уравнения.

Ответ: х = 2.

 Я предлагаю решить на уроке уравнение:

$\sqrt{7х+9}$ +$\sqrt{15х+1}$ = 9 – $\sqrt{2х-1}$

Это уравнение можно попытаться решить возведением обеих частей в квадрат (трижды!). Однако при этом получится уравнение четвертой степени.

Попробуйте использовать свойства монотонности функций, входящих в уравнение.

Ответ: х = 1

***4 ученик Метод введения новой перменной.***

Удобным средством решения иррациональных уравнений иногда является метод введения новой переменной, или «метод замены». Метод обычно применяется в случае, если в уравнении неоднократно встречается некоторое выражение, зависящее от неизвестной величины. Тогда имеет смысл обозначить это выражение какой-нибудь новой буквой и попытаться решить уравнение сначала относительно введенной неизвестной, а потом уже найти исходную неизвестную.

**Пример для изучения:**

Дано уравнение:$\sqrt[5]{\frac{16х}{х-1}}$ + $\sqrt[5]{\frac{х-1}{16х}}$ = $\frac{5}{2}$

ОДЗ уравнения: х $\ne 1$ х $\ne 0$

Пусть $\sqrt[5]{\frac{16х}{х-1}}=t >0$, тогда $\sqrt[5]{\frac{х-1}{16х}}=$ $\frac{1}{t}$

*Получаем уравнение t +* $\frac{1}{t}$ *=* $\frac{5}{2}$

$$\frac{2t^{2}-5t+2}{2t}=0$$

$$2t^{2}-5t+2=0$$

$t\_{1}$ = $\frac{1}{2}$ $t\_{2}$ = 2

Тогда

 $\sqrt[5]{\frac{16х}{х-1}}= \frac{1}{2}$ или $\sqrt[ 5]{\frac{16х}{х-1}}= 2$

Возведём обе части уравнения в 5-ю степень. При возведении обеих частей уравнения в нечётную степень получаем уравнение, равносильное данному, следовательно, не требуется проверка найденных корней. Получаем

$\frac{16х}{х-1}= \frac{1}{32}$; х = $-\frac{1}{512}$ $\frac{16х}{х-1}= 32$; х = 2

Ответ: х = $-\frac{1}{512}$ ; х = 2

 В классе я предлагаю решить уравнение: 

**5 ученик Метод оценки частей уравнения.**

Рассмотрим уравнение:$49+\sqrt{х^{2}-3х-28}$ +$\sqrt[4]{х^{2}-7,5х+3,5}$ = 14х - $х^{2}$

Запишем уравнение в виде $\sqrt{х^{2}-3х-28}$ + $\sqrt[4]{х^{2}-7,5х+3,5}$ = -($х^{2}- 14х$ +49)

$ \sqrt{х^{2}-3х-28}$ + $\sqrt[4]{х^{2}-7,5х+3,5}$ = - $\left(х-7\right)^{2}$

Так как левая часть данного уравнения неотрицательная, а

правая - неположительная при любых допустимых значениях *x* ,

то равенство возможно только в том случае, когда они обе части уравнения

равны нулю. Легко убедиться, что это возможно только при х = 7.

Для решения в классе предлагаю уравнение: 

$\sqrt{х^{2}-х}$ + $\sqrt{х^{2}+х-2}$ = 0

**III. Работа учеников в группах.**

После прослушивания выступающих начинается работа учеников в группах по решению предложенных уравнений.

Учитель контролирует работу групп, даёт консультации.

**IV . Домашнее задание** № 1712 – 1719 (а) стр 253 задачника

**V/ Итог урока:**

 **рефлексия**

*Вопросы рефлексии:*

Как вы считаете, насколько полезным было проведенное занятие?

Получены ли новые знания и умения?

Кратко опишите, какие моменты занятия вам особенно запомнились.

Каких моментов занятия вам хотелось бы избежать?

Какие трудности вы испытали при изучении материала, при ответе на вопрос*ы*, в ходе решения заданий? Сумели ли вы их преодолеть? Если да, то как?

Опишите свои впечатления от проведенного занятия. Хотели бы вы в будущем принимать участие в таких занятиях?