Элективный курс по математике "Универсальный метод решения неравенств"

Автор программы: учитель математики Первутинская Любовь Сергеевна

**Пояснительная записка**

Целью профильного обучения является обеспечение углубленного изучения предмета и подготовка учащихся к итоговой аттестации и продолжению образования.

В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом (часть С), а также с кратким ответом (часть В) и с выбором ответа, встречаются задания, в которых нужно решать неравенства. Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, уровень логического мышления учащегося и их математической культуры.

Многообразие неравенств охватывает весь курс школьной математики. Но методу интервалов уделено мало внимания. Между тем, этот метод достаточно прост в применении и позволяет решать неравенства от очень простых до достаточно сложных. Владение приемами решения различных неравенств можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления. В связи с этим возникла необходимость в разработке и проведении элективного курса для старшеклассников по теме: «Универсальный метод решения неравенств».

Применение метода интервалов для решения неравенств высших степеней, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических, а также неравенств с модулем дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы.

*Актуальность и перспективность опыта, его практическая значимость*

Данный элективный курс предназначен для учащихся 10-11 классов, причём его программа применима для различных групп школьников, независимо от выбранного профиля. Владение общими приемами решения неравенств различного типа можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

*Новизна опыта*

Разработана и апробирована программа элективного курса. Систематизирован теоретический и дидактический материал, отвечающий принципу последовательного нарастания сложности.

*Результативность*

Учащиеся более уверенно решают неравенства различного типа, в том числе неравенства с модулями и с параметрами. Повысилось качество подготовки учащихся к итоговой аттестации и к сдаче ЕГЭ.

*Адресная направленность*

Разработанный элективный курс может быть использован при подготовке к ЕГЭ и вступительным экзаменам в вузы.

Универсальность метода интервалов состоит в том, что его можно применять для решения неравенств высших степеней, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических, а также неравенств с модулем и параметрами. Особое внимание при повторении следует обратить на неравенства, содержащие модули и параметры. В обязательном минимуме этот материал представлен, но в школьном курсе алгебры такие задачи рассматриваются пока крайне редко, бессистемно, поэтому вызывают трудности у школьников. Дело в том, что методы решения уравнений и неравенств с параметрами и модулями учащимся неизвестно. Поэтому, необходимо познакомить учеников с приемами решения этих задач, и делать это нужно не от случая к случаю, а регулярно.

В процессе подготовки к экзамену необходимо отрабатывать у учащихся умение четко представлять ситуацию, о которой идет речь, анализировать, сопоставлять, устанавливать зависимость между величинами. Важно знакомить учащихся с различными способами решения задачи. Ученик должен знать, что при выполнении работы он может выбрать любой способ решения, важно, чтобы задача была решена правильно.

При подготовке к экзамену большое внимание следует уделять накоплению у учащихся опыта самостоятельного поиска решений, чтобы на экзамене каждый ученик был готов к полной самостоятельности в работе.

*Разработанный курс направлен на решение следующих задач:*

* Вооружение учащихся общими методами и приёмами решения математических задач.
* Формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету.
* Выявление и развитие их математических способностей.
* Подготовка к ЕГЭ и к обучению в вузе.

*Цель курса*

Формировать у учащихся умения и навыки по решению неравенств для подготовки к ЕГЭ и к обучению в вузе.

Изучение курса предполагает

* формирование у учащегося интереса к предмету;
* развитие их математических способностей;
* подготовку к ЕГЭ, централизованному тестированию и к вступительным экзаменам в вузы;
* развивать исследовательскую и познавательную деятельность учащегося;
* обеспечить условия для самостоятельной творческой работы.

***Ожидаемый результат изучения элективного курса***

Изучение элективного курса «Универсальный метод решения неравенств» позволит:

* усвоить алгоритм решения неравенств методом интервалов;
* применять метод интервалов для решения неравенств высших степеней, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических, а также неравенств с модулем и параметрами;
* проводить полное обоснование метода при решении неравенств;
* овладеть исследовательской деятельностью.

*Формы проведения*

Основными формами проведения элективного курса являются изложение узловых вопросов курса в виде обобщающих лекций, семинаров, практикумов по решению задач, зачётов и рефератов учащихся.

**Содержание курса**

*Обоснование метода интервала. 1 час.*

Свойство непрерывных функций. Описание метода интервалов. Алгоритм решения неравенств методом интервалов. Рассмотрение простейших примеров.

***Методические рекомендации.* Учащиеся ещё в 9-м классе встречались с применением метода интервалов при решении простейших** неравенств, но без должного теоретического обоснования. Важно показать учащимся, что метод интервалов **строится н**а основе свойства непрерывных функций (свойство сохранять знак на промежутке между нулями функции). Затем отработать пошаговое применение метода на знакомых учащимся неравенствах вида P(x) > 0, > 0, где P(x), G(x) – многочлены.

Примерные неравенства: (х+3)(2х – 1)х < 0; (х2 – 4)(х + 5) ≥ 0; < 0;  ≥ 0.

*Неравенства высших степеней. Рациональные неравенства. 3 часа.*

Решение неравенств вида >0, где к1, к2,…кn, n – натуральные числа и неравенства вида > 0, где P(x), G(x) – многочлены..

***Методические рекомендации.* Повторить с учащимися способы решения уравнений высших степеней (способы разложения на простые множители, замены переменной, применения теоремы Безу, схемы Горнера и т.д.). Познакомить с различными способами определения знака выражения на промежутке. Рассмотреть неравенства, при решении которых встречаются кратные корни.**

Примерные неравенства:

х4– 5х2 – 6 < 0; х4 + 4х3 – 2х2 + 12х – 15 ≥ 0; < 0;  ≥ 0.

*Иррациональные неравенства. 2 часа*

Решение неравенств вида , где P(x), G(x) – многочлены, а также других неравенств, содержащих радикалы.

***Методические рекомендации.***

*Тригонометрические неравенства. 4 часа.*

Обобщение метода интервалов на тригонометрической окружности. Алгоритм решения тригонометрических неравенств методом интервалов. Решение тригонометрических неравенств методом интервалов. Отработка алгоритма.

***Методические рекомендации.***

Тема «Тригонометрические неравенства» в школьных учебниках представлена очень скудным набором заданий. В основном для решения предлагаются неравенства вида sin x > 0, cos x > 0, tg x > 0, ctg х > 0 (вместо знака «>», могут стоять «<, ≤, ≥») и неравенства вида sin (kx+b) > 0 и т.п. Рассмотрим решение сложных тригонометрических неравенств методом интервалов.

П р и м е р.

Решим неравенство 2 соs2x + 3 cos x + 1 ≥ 0.

Преобразуем неравенство к виду (cosx + 1)(2 cosx + 1) ≥ 0.

Отметим на единичной окружности те значения х, при которых cosx = 1или cosx = –. Найдём знак выражения (cosx + 1)(2 cosx + 1) на каждом промежутке.

При х=0 (cosx + 1)(2cosx + 1)> 0, х = (cos+ 1)(2 cos+ 1)<0 и при х =  (cos() + 1)(2 cos()+ 1)<0. Решению исходного неравенства соответствуют те дуги, которые отмечены знаком «+» и х = П. Окончательное решение можно записать в виде совокупности промежутков х{П}[+ 2 Пn;  + 2 Пn], nZ. При записи окончательного ответа нужно помнить, что если в одном из промежутков нарушается переход значений от меньшего к большему, то следует заменить один из концов промежутка, прибавив или отняв 2П.

**Примерные неравенства** ; (2sin x + 1)( 2sin x –) > 0

*Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. 4 часа.*

Решение показательных, степенно-показательных, логарифмических неравенств различных видов.Комбинированные неравенства.

***Методические рекомендации.* При решении показательных и логарифмических неравенств, как правило, используют свойства убывающей и возрастающей функций. Но такие неравенства можно решать и методом интервалов.**

**П р и м е р**

**Решим неравенство 0,23 – х  >5. Преобразуем неравенство к виду 0,23 – х  – 5 > 0. Найдём нули выражения 0,23 – х  – 5. 0,23 – х  – 5 = 0, х = 4. Найдём знак на промежутках (– ∞; 4) и (4; + ∞).**

**Ответ: (4; + ∞).**

**Так же решаются и более сложные неравенства. Примерные неравенства: 9х – 4·3х + 3 ≤ 0; 3·4х + 6х – 2·9ч > 0; lg2x – 4 ≥ 0; 2log22x – 5 log2x ≤ –3;  < 0.**

*Неравенства с модулем.*

Решение неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

***Методические рекомендации.***

**Планирование (20 ч.)**

|  |  |
| --- | --- |
| № урока | Тема |
| 1 | Свойство непрерывных функций. Описание метода интервалов. Алгоритм решения неравенств методом интервалов. |
| 3 | Неравенства вида>0, где к1, к2,…кn, n – натуральные числа. |
| 4-5 | Неравенства вида > 0, где P(x), G(x) – многочлены. |
| 5 | Неравенства вида , где P(x), G(x) – многочлены. |
| 6 | Решение других неравенств, содержащих радикалы. |
| 7 | Обобщение метода интервалов на тригонометрической окружности. Алгоритм решения тригонометрических неравенств методом интервалов. |
| 8-10 | Решение тригонометрических неравенств методом интервалов.  |
| 11 | Показательные неравенства. |
| 12 | Степенно-показательные неравенства. |
| 13 | Логарифмические неравенства. |
| 14 | Комбинированные неравенства. |
| 15-16 | Неравенства с модулями и параметрами. |
| 17-18 | Различные способы решения неравенств.  |
| 19 | Итоговая контрольная работа по курсу. |
| 20 | Защита индивидуальных проектов. |

**Литература**

1. А.Н.Колмогоров и др. Алгебра и начала анализа. 10-11 класс.2005 г.
2. Математика в школе. №6-1992 г.
3. В.С. Крамор Математика. Типовые примеры на вступительных экзаменах. - М.: Аркти, 2000.
4. В.С. Крамор Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа - М.: Просвещение, 1993 г.
5. А.М. Тираненко, А.Н. Роганин
6. Математика для поступающих в вузы //Сост. А.А.Тырымов. – Волгоград: Учитель, 2000.
7. Математика. Задачи М.И.Сканави. - Минск; В.М.Скакун,1998г.
8. М.К.Потапов и др. Уравнения и неравенства с параметрами. Издат МГУ, 1992г
9. Горбачев В.И. Методы решения уравнений и неравенств с параметрами, Брянск, 1999
10. Материалы по подготовке к ЕГЭ 2001-2008 г.
11. Вступительные экзамены в ВУЗы. Математика в школе. 1992-2007 гг.

**Электронные учебники**

1. Виртуальная школа Кирилла и Мефодия. Репетитор по Математике.
2. 1С:Репетитор. Математика. Электронные уроки по всему курсу средней школы.
3. Графопостроитель.
4. Информационные ресурсы сети Интернет.