**Методические особенности задач с параметрами .**

Одними из наиболее сложных задач для учащихся в курсе математики - это задачи с параметрами, так как требуют от них умения рассуждать логически и анализировать полученные решения. С одной стороны, для выполнения этих задач не требуется знаний сверх школьной программы, но, с другой стороны, необходимо глубокое понимание всех разделов элементарной математики.  
 Это, вообще говоря, очевидно, так как большинство учащихся не могут свободно выполнять задания с параметрами. Хочется отметить , что в последнее время задачи с параметрами стали встречаться в программе по математике средней общеобразовательной школы , но в основном не упоминаются в явном виде , отводится очень мало времени на их изучение . Чаще всего это разбирается обзорно в разделе « Для тех кто хочет знать больше». Задачи с параметрами частично освещается в рамках школьного курса математики. Достаточно вспомнить школьные уравнения: ; ; ; ctg=, в которых есть не что иное, как параметры.



Задачам с параметрами учителям математики следовало бы уделять больше внимания на уроках или в рамках работы с учащимися, проявляющими повышенный интерес к изучению предмета. Данные задачи представляют чисто математический интерес, способствуют интеллектуальному развитию учащихся, служат хорошим материалом для отработки навыков. Хотя, то же самое можно сказать о многих темах. Выясним, в чем же состоит основная методическая особенность уравнений с параметрами?

В самом начале знакомства с параметрами у учеников возникает некий психологический барьер, который обусловлен противоречивыми характеристиками параметра.

С одной стороны, параметр в уравнение следует считать величиной известной, а с другой – конкретное значение параметра неизвестно. С одной стороны, параметр является величиной постоянной, а с другой – он может принимать разные значения. Получается, что параметр в уравнении – это неизвестная известная, переменная постоянная величина. Этот «каламбур» очень точно отражает существо тех сложностей, которые нужно преодолеть ученикам.

Представляется целесообразным начинать изучение уравнений с параметром с решения простых уравнений без ветвлений.

Например: ответ: при



ответ: при



ответ: при



; ответ: при



при



Подобные уравнения помогают учащимся привыкнуть к параметру, к необычной форме ответов при значении уравнений. Замечу, что даже такие, казалось бы, совершенно элементарные уравнения часто требуют от учителя подробных комментариев и терпеливых объяснений.

В качестве второго шага на пути изучения уравнений с параметром следует выделить решение простейших уравнений с небольшим числом легко угадываемых ветвлений. Приведу пример таких уравнений:

1. . Ответ: при ,



При корней нет.



Чтобы из-за скобок и знаков запись ответа не показалась устрашающей, его можно записать так: «при корней нет». Это пожалуй тот случай, когда методико-математическая уловка может иметь значительный психологический вес.



1. Ответ: при корней нет



любое число из множества R.



1. . Ответ: при



при корней нет



1. Ответ: при



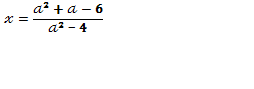
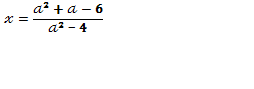
при



при



Решение: Если , т.е. , то



или после сокращения



При уравнение принимает вид т.е не имеет корней.



При исходное уравнение принимает вид , т.е. любое действительное число является его корнем.



Ответ: при



при корней нет



при – любое действительное число.



Несложные уравнения с параметром, при решении которых требуется дополнительная проверка, связанная с ограничением их области определения, составляют следующий шаг в изучение уравнений с параметром.

Пример:

6)



Решение. Очевидно, что . Умножив обе части уравнения на



получим , или Затем проверим, нет ли таких значений параметра , при которых найденное значение было бы равно числу 2, т.е. решим уравнение относительно . Получим, что при , но число 2 не входит в область определения исходного уравнения, следовательно, не может быть его корнем.



Ответ: при корней нет



при 0 ,



7)

Решение. Очевидно, . Приведя исходное уравнение к виду , заметим, что уравнение не имеет корней, а при получаем . Осталось проверить, нет ли таких значений параметра при которых найденное значение равно -1, т.е. нужно решить уравнение относительно .



Поскольку последнее уравнение не имеет корней, других вариантов, кроме как рассмотренных выше, не имеется.

Ответ: при



при корней нет.



8)

Решение. Очевидно, . При условии, что исходное уравнение можно упростить:



После преобразований получаем уравнение , которое при не имеет корней, а при . Теперь проверим, нет ли таких значений параметра «», при которых найденное значение было бы равно -3 или 2. Для этого значения относительно уравнения: и



Корень первого уравнения -0,2 , корень второго уравнения 0,2 , т.е. при соответствующие значения не входят в область определения исходного уравнения.



Ответ: при корней нет



при



Все рассмотренные выше уравнения имеют ясную дидактическую цель – помочь учащимся составить представления о параметре и о том, что значит решить уравнение с параметром. Другими словами, предложенные уравнения помогают учащимся осмыслить определение : «Пусть дано равенство с переменным . Если ставится задача для каждого действительного значения, а решить это уравнение относительно , то уравнение называется уравнением с переменной x и параметром a . Решить уравнение с параметром – это значит для каждого значения а найти значение , удовлетворяющее этому уравнению».



Для развития умений и навыков , ученикам, имеющим даже небольшой опыт решения уравнений с параметром, полезно предлагать упражнения на составление уравнений с параметром. Рассмотрю некоторые из таких упражнений:

1. Составьте уравнение с параметром такое, что каждому значению параметра соответствовало единственное значение переменной .



(Примеры ответов )



1. Составьте уравнение с параметром , которое при любом значении параметра не имеет корней.



(Примеры ответов:).

1. Составьте уравнение с параметром, которое не имеет корней при всех <0.



(Примеры ответов:).

1. Составьте уравнение с параметром, такое, чтобы при каком-то одном значении параметра корнем уравнения было любое действительное число, а при всех остальных значениях параметра уравнение не имело бы корней.



(Примеры ответов:

.



1. Составьте логарифмическое уравнение с параметром.
2. (Примеры ответов: ) .



Итак, накладывая различные условия на значения параметра, переменной, на число корней или число ветвлений, на тип уравнения и т.д, в зависимости от целей и математической подготовки класса, учащимся можно предложить много разнообразных заданий на составление уравнений с параметром .

Рассказ об уравнениях с параметром становится более наглядным, более доступных для учащихся, если использовать блок схемы и геометрические интерпретации.

К сожалению, в рамках школьной программы очень сложно вести подробный разговор о задачах с параметрами, в частности, об уравнениях с параметрами. Однако более близкое знакомство с параметрами представляется не только желательным, но и необходимым. Отработка же прочных навыков решения уравнений с параметрами, тонкости и нюансы, различные приёмы решения уравнений – прерогатива факультативных занятий и в рамках ведения предмета по выбору.