Обращение к выпускникам

При самостоятельной подготовке к ЕГЭ и ОГЭ рекомендую придерживаться изложенного в данной работе системы изложения. В работе проанализированы задания по теории вероятности последних лет и сформированы в цикл, где темы изложены в некоторой последовательности. Это позволит Вам привести в систему знания и умения по решению задач о вероятностях событий.

Тематическое планирование занятий по теории вероятности (12 час)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 1 | Случайное событие. Решение задач на определение невозможных и достоверных событий | 1 |  |
| 2 | Классическое определение вероятности события | 1 |  |
| 3 | Классическое определение вероятности события на примере бросания монеты | 3 |  |
| 4 | Классическое определение вероятности события на примере бросания игрального кубика | 3 |  |
| 5 | Выбор одного элемента из множества | 4 |  |
| итого | | 12 час |  |

**Лекция 1. Определение события. Случайные события.**

**Достоверные и невозможные случайные события.**

Человека окружает мир событий. Мы часто замечаем такой факт: одни события при реализации данного комплекса условий непременно происходят, другие же могут произойти, а могут и не произойти. Рассмотрим некоторую группу таких событий:

Табл. 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *событие* | *Реализация испытания (опыт или процесс)* | *Исход испытания* |
| А1 | При нагревании проволоки | Ее длина увеличивается |
| А2 | При бросании игрального кубика | Выпали четыре очка |
| А3 | При бросании монеты | Выпал герб |
| А4 | При пробитии штрафного удара футболист | Забил гол |
| А5 | При низкой температуре | Вода превратилась в лед |

Про события А1 и А5 мы говорим, что они произойдут закономерно., а про события А2, А3, А4 – что они могут произойти, но могло быть и иначе. События А2, А3, А4 позволяют говорить о так называемых случайных событиях.

Определение: *Случайным событием называется такой исход наблюдения или эксперимента, который при реализации испытания может произойти, а может и не произойти*.

Обычно случайные события обозначают заглавными латинскими буквами. Например, А, В, С,D и т.д.

Подбрасываем монету. Появился, для определенности, герб. А ведь могла появиться цифра. То, что появился герб – случайное событие.

Охотник стрелял в волка. Попал. Но мог и не попасть ( произошла осечка, дрогнула рука или еще что – то). Попадание -= случайное событие.

На прогулке Аюр встретил трех своих друзей. Конечно, это дело случая: он мог и не встретить их или встретить одного, или встретить двух друзей. Встреча – случайное событие.

Определение: *Невозможное событие – это когда среди всех возможных элементарных событий при реализации испытания нет ни одного элементарного события, благоприятствующего случайному событию.*

Определение: *Достоверное событие – это когда все возможные элементарные события при реализации испытания благоприятствуют случайному событию*

Рассмотрим следующий пример: Заданы числа 1, 2, 3. Составим из этих чисел всевозможные трехзначные числа: «к=123», «к=213», «к=312», «к=231», «к=132», «к=321».

Пусть событие А={к<123} и B={k≥123}. Тогда говорят, что событие А –невозможное событие, событие В – достоверное событие.

Рассмотрим следующий пример: Подбрасываем симметрическую монету. Возможны следующие исходы – «орел» и «решка». Такие события, как событие «орел» и событие «решка» будем в дальнейшем называть элементарными событиями или просто событиями.

**Упражнение 1**. Какие из следующих событий достоверные:

А = «два попадания при трех выстрелах»

В= « размен рубля семью монетами»

С= «наугад выбранное трехзначное число не больше 1000»

D= «наугад выбранное число, составленное из цифр 1, 2, 3 без повторений, меньше 400»

Решение: О событии А нельзя точно сказать, как достоверное оно или невозможное событие. События В, C,D являются достоверными.

Реши самостоятельно

**Упражнение 2**. Какие из следующих событий невозможные:

А = «опоздание некоторых учащихся в субботние дни»

В= « появление 17 очков при бросании 3 игральных кубиков»

С= «появление слова «мама» при случайном наборе букв а, а, м, м»

D= «появление составленного из цифр 1, 2, 3, 7, 8 и кратного 9 числа при случайном однократном наборе указанных цифр»

Е= «появление составленного из цифр 1, 2, 3, 7, 8 и кратного 3 числа при произвольном однократном наборе указанных цифр».

Ответ: D

**Упражнение3**. Какие из следующих событий невозможные:

А = «выплата 10 рублей четырьмя купюрами»

В= « появление 3 лайнеров над аэропортом»

С= «попадание в мишень при 3 выстрелах»

Е= «появление в окошке счетчика трехзначного числа, составленного из цифр 1, 2, 3 и кратного 5».

Ответ: А- достоверное, Е – невозможное событие.

**Лекция 2. Классическое определение вероятности события**

Замечание: 1. Классическое определение вероятности применяется там, где реальные опыты проводить не планируется.

2. Равновозможными элементарными событиями будем считать такие события, любое из которых по отношению к другим событиям не обладает никаким преимуществом появляться чаще другого при многократных испытаниях, проводимых в одинаковых условиях.

При бросании игрального кубика возможны события:

Табл. 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| событие | Содержание события | Количество элементарных событий , благоприятствующих данному событию |
| А1 | Выпало четное число очков | 3 |
| А2 | Выпало меньше 3 очков | 2 |
| А3 | Выпало менее 5 очков | 4 |
| А4 | Выпало не более 5 очков | 5 |
| А5 | Выпало не менее 3 очков | 4 |
| А6 | Выпало больше 6 очков | 0 |
| А7 | Выпало не более 6 очков | 6 |

В таблице 2 рассмотрены случайные события, имеющие неодинаковые возможности появления при одном испытании, причем более возможно то событие, которому благоприятствует большее число равновозможных элементарных событий, определяемых испытанием. Тогда возможность появления события Аi, где i изменяется от 1 до 7 удобно измерять отношением , где n – число всех равновозможных элементарных событий, m – число элементарных событий, благоприятствующих данному событию.

Определение: ***Вероятность события А есть отношение количества , благоприятствующих данному событию А, к общему исходов испытания***.

|  |  |
| --- | --- |
| ***Вероятность события =*** | ***Число благоприятствующих исходов*** |
| ***Число всех равновозможных исходов*** |

Вероятность случайного события А – это число, обозначаемое Р(А). Таким образом, Р(А)=, где n – общее число исходов данного испытания, m – число исходов, благоприятствующих событию А.

В заданиях ОГЭ и ЕГЭ в основном задачи:

* на определение вероятности при бросании монеты;
* на определение вероятности при бросании игральной кости ;
* на определение вероятности при решении задач на выбор одного элемента из множества ( к данной теме относится большинство задач ОГЭ и ЕГЭ).

Рассмотрим задачи на определение вероятности подбрасывания монеты.

**1 тип: монета подбрасывается один раз**

***Задача 1***. Монету подбросили один раз (рис.1). Какова вероятность р о - исходы всего появления «решки»?

Рис.1 Дано: A={выпадение «решки»}

исходы всего n=21=2 (показатель степени равен числу бросаний) благоприятствующие исходы m=1

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)= == 0,5

Ответ: 0,5

Определение: Событие А называется противоположным событию А, если событие А заключается в том, что событие А не произойдет.

Очевидно, что Р(А)+Р(А) =1

Тогда, в задаче 1 противоположным событию А событие А={падение «орла»}. Таким образом, Р(А)=0.5 и Р(А)+Р(А) =1.

**2 тип: монета подбрасывается два раза**

***Задача 2***. Монету подбросили два раза (рис.1). Какова вероятность появления «решки» один раз?

Дано: А={выпадение «решки» один раз»}

Р о n=22=4

m= 2

Р о р о -исходы всего Найти: Р(А)=?

Рис.2 Решение: Р(А)===0.5

Ответ: 0.5

**3 тип: монета подбрасывается более двух раз**

***Задача 3.*** В эксперименте монету подбрасывают трижды. Найдите вероятность появления орла ровно два раза.

A={выпадение «решки» ровно два раза} Дано: n=23=8

Рис. 3 m=3

P o Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)===0.375

P o p o

P o p o p o p o - исходы всего ответ: 0,375

***Задача 4.*** В эксперименте монету подбрасывают трижды. Найдите вероятность появления орла хотя бы один раз.

А= {падение орла хотя бы один раз}. Дано: n=8

m=7

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)===0.875

Ответ: 0,875

***Задача 5.*** В эксперименте монету подбрасывают трижды и замечают, что орел выпал ровно один раз. Найдите вероятность того, что третий раз выпадет «решка». Ответ округлите до сотых.

A={выпадение «орла» хотя бы один раз} Дано: n=3

Рис. 4 m=2

P o Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)===0,67

P o p o

P o p o p o p o - исходы всего ответ: 0,67

Рассмотрим задачи на определение вероятности подбрасывания кубика.

Подбрасываем игральный кубик. Выпасть могут или одно, или два, или три, или четыре, или пять, или шесть очков. Каждый из этих событий элементарное., и вместе они образуют множество элементарных событий.

Пусть А={выпадение 5 очков}, B={выпадение четного числа очков}, С={выпадение не менее 3 очков}.

Событие А означает выпадение одного из равновозможных элементарных событий; событие В – может выпасть или 2, или 4, или 6. Всего три из шести равновозможных элементарных событий;

Событие С - выпадение или 3 очков, или 4, или 5, или 6 очков. Всего 4 из 6 возможных элементарных событий.

Тогда Р(А)= = ; Р(В)===0.5; Р(С)===

В заданиях ОГЭ и ЕГЭ 2015 года задачи с игральной костью в основном доходят до трех подбрасываний.

**Рассмотрим 1 тип - когда игральный кубик подбрасывается один раз.**

***Задача 1***. Кубик подбросили один раз. Какова вероятность появления 2 очков.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |

Таб. 1

Таб.1 - число исходов одного подбрасывании я игрального кубика. Тогда число 2 выпадает 1 раз.

Дано: Всего исходов n=6

Благоприятствующих исходов m=1

Событие А= {выпадет число 2}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== Ответ:

***Задача 2***. Кубик подбросили один раз. Выпало четное число очков. Какова вероятность появления 2 очков?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |

Дано: Всего исходов n=3

Благоприятствующих исходов m=1

Событие А= {выпадет число 2 из возможных четных}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== Ответ:

***Задача 3***. Кубик подбросили один раз. Какова вероятность, что выпадет число очков, большее 2 очков?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |

Дано: Всего исходов n=6

Благоприятствующих исходов m=4

Событие А= {выпадет число , большее 2}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== Ответ:

***Задача 4***. Кубик подбросили один раз. Какова вероятность, что выпадет число очков, не меньшее 2 очков?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |

Дано: Всего исходов n=6

Благоприятствующих исходов m=5

Событие А= {выпадет число большее или равное 2}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== Ответ:

***Задача 5***. Кубик подбросили один раз. Какова вероятность, что выпадет число очков, менее 2 очков?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |

Дано: Всего исходов n=6

Благоприятствующих исходов m=1

Событие А= {выпадет число меньшее 2}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== Ответ:

**Рассмотрим 2 тип - когда игральный кубик подбрасывается два раза.**

***Задача 1.*** Игральный кубик подбросили два раза. Какова вероятность, что выпадет в сумме 8 очков?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | 1-5 | 1-6 |
| 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-5 | 2-6 |
| 3-1 | 3-3 | 3-3 | 3-4 | 3-5 | 3-6 |
| 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | 4-5 | 4-6 |
| 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| 6-1 | 6-2 | 6-3 | 6-4 | 6-5 | 6-6 |

Дано: Всего исходов n=36

Благоприятствующих исходов m=5

Событие А= {выпадет сумма очков , равное 8}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== Ответ:

***Задача 2***. Кубик подбросили два раза. Какова вероятность, что выпадет одинаковое количество очков?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | 1-5 | 1-6 |
| 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-5 | 2-6 |
| 3-1 | 3-3 | 3-3 | 3-4 | 3-5 | 3-6 |
| 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | 4-5 | 4-6 |
| 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| 6-1 | 6-2 | 6-3 | 6-4 | 6-5 | 6-6 |

Дано: Всего исходов n=36

Благоприятствующих исходов m=6

Событие А= {выпадет одинаковое количество очков}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== = Ответ:

***Задача 3.***  Кубик подбросили два раза. Какова вероятность, что выпадет сначала два, а при втором подбрасывании - 6?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | 1-5 | 1-6 |
| 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-5 | 2-6 |
| 3-1 | 3-3 | 3-3 | 3-4 | 3-5 | 3-6 |
| 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | 4-5 | 4-6 |
| 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| 6-1 | 6-2 | 6-3 | 6-4 | 6-5 | 6-6 |

Дано: Всего исходов n=36

Благоприятствующих исходов m=1

Событие А= {выпадет число 2}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== = Ответ:

***Задача 4.***  Кубик подбросили два раза. Какова вероятность, что выпали числа, сумма которых меньше 8?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | 1-5 | 1-6 |
| 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-5 | 2-6 |
| 3-1 | 3-3 | 3-3 | 3-4 | 3-5 | 3-6 |
| 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | 4-5 | 4-6 |
| 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| 6-1 | 6-2 | 6-3 | 6-4 | 6-5 | 6-6 |

Дано: Всего исходов n=36

Благоприятствующих исходов m=21

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== = Ответ:

***Задача 5.***  Кубик подбросили два раза. В сумме выпало 8 очков. Найти вероятность того, что при одном из бросков выпадет 5 очков.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | 1-5 | 1-6 |
| 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-5 | 2-6 |
| 3-1 | 3-3 | 3-3 | 3-4 | 3-5 | 3-6 |
| 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | 4-5 | 4-6 |
| 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| 6-1 | 6-2 | 6-3 | 6-4 | 6-5 | 6-6 |

Дано: Всего исходов n=5

Благоприятствующих исходов m=2

Событие А= {выпадет число 2}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== = Ответ:

***Задача 6.***  Двое играют в кости - они по разу подбросили игральный кубик. Выигрывает тот, кто у кого больше очков. Если выпадает поровну, то наступает ничья. Первый бросил кубик, и у него выпало 4 очка. Найдите вероятность того, что он выиграет.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-1 | 1-2 | 1-3 | 1-4 | 1-5 | 1-6 |
| 2-1 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-5 | 2-6 |
| 3-1 | 3-3 | 3-3 | 3-4 | 3-5 | 3-6 |
| 4-1 | 4-2 | 4-3 | 4-4 | 4-5 | 4-6 |
| 5-1 | 5-2 | 5-3 | 5-4 | 5-5 | 5-6 |
| 6-1 | 6-2 | 6-3 | 6-4 | 6-5 | 6-6 |

Дано: Всего исходов n=6

Благоприятствующих исходов m=3

Событие А= {первому выпало 4 очка и он выиграет}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== = 0,5 Ответ:

Замечание: При анализе различных версий задания 5 в ЕГЭ-2015 года нет задач с бросанием монеты или кубика три более раз. Решение таких задач не отличаются от решения задач вышеперечисленных задач.

Рассмотрим задачи на определение вероятности при выборе одного элемента из множества

Рассмотрим задачу: В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос о Великой Отечественной войне. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном билете обучающемуся достанется вопрос о Великой Отечественной войне.

Данная задача относится к задачам выбора одного элемента из множества. Анализируя данную задачу, заключаем, что множеством будет множество билетов по истории. Всего элементов n=50. Множество билетов делится на два подмножества: подмножество, содержащее вопрос о Великой Отечественной войне и подмножество, не содержащее вопрос о ВОВ. Благоприятствующих исходов m=13. Пусть событие А – достался билет с вопросом о ВОВ.

Тогда Р(А)= =0,26 ответ: 0,26

***Задача 1.*** В черном ящике 4 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар окажется белым?

Дано: Всего исходов (шаров) n=11

Благоприятствующих исходов m=4

Событие А= {вынут белый шар}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== Ответ:

***Задача 2.*** В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайным образом. Коля покупает банку в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдет приз в своей банке.

Дано: Всего исходов (банок) n=25

Благоприятствующих исходов m=24

Событие А= {не выиграет приз}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== =0,96 Ответ: 0,96

***Задача 3.*** Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Дано: Всего исходов (банок) n=80

Благоприятствующих исходов m=30

Событие А= {россиянин выступит в третий день}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== =0,375 Ответ: 0,0,375

***Замечание***: При решении данной задачи возникает вопрос – среди участников конкурса есть ли представитель России? Задача, по-моему должна быть уточнена. Например, после слов «- по одному от каждой страны» после запятой дополнит словами « в том числе и из России».

***Задача 3.*** На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект.

При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

Решение.

Пусть завод произвел **N** тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% не выявленных дефектных тарелок, т.е. 0,9\*N – качественные тарелки, поступающие в продажу и из дефектных тарелок 20% поступают в продажу, т.е. 0,2\*0,1\* N. Таким образом, в продажу поступаю т n= 0,9\* N + 0,2\*0,1\* N=0.92\*N тарелок. Поскольку качественных из них 0.9\*N, то

вероятность купить качественную тарелку равна: Р(А)= ≈0.98

Ответ: 0,98.

***Задача 4.*** Фабрика выпускает сумки. В среднем НА 170 качественных сумок приходится одиннадцать сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытого дефекта . Результат округлить до сотых.

**Совет**: Когда в задаче встречается союз «НА», то при определении общего количества сумок необходимо суммировать количество качественных и дефектных изделий, т.е. n=170+11=181

Дано: Всего исходов (банок) n=181

Благоприятствующих исходов m=170

Событие А= { купленная качественная сумка без скрытого дефекта }

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== ≈0,92 Ответ: 0,92

***Задача 5.*** Фабрика выпускает сумки. В среднем ИЗ 100 качественных сумок восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без скрытого дефекта. Результат округлить до сотых.

**Совет:** Когда в задаче встречается союз «ИЗ», то при определении количества изделий без скрытых дефектов необходимо вычесть из общего количества качественных изделий и количество дефектных изделий, т.е. n=100 - 8=92

Дано: Всего исходов (банок) n=100

Благоприятствующих исходов m=92

Событие А= {купленная качественная сумка без скрытого дефекта}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== =0,92 Ответ: 0,92

***Задача 6.***В соревнованиях по шахматам, где каждый играет с каждым, участвуют 7 спортсменов из Франции, 6 – из России, 3 – из Японии. Найдите вероятность того, что в первом туре французский спортсмен Жак де Ширак сыграет с другим спортсменов из Франции.

Дано: Всего исходов (банок) n=15 ( так как Жак сыграет 15 партий)

Благоприятствующих исходов m=6 (Жак сыграет с 6 французами)

Событие А= {Жак сыграет с французом}

Найти: Р(А)=?

Решение: Р(А)== =0,4 Ответ: 0,4

Следует заметить, что в заданиях ЕГЭ и ОГЭ присутствуют только задачи на вычисление вероятности в классическом понимании. Также в заданиях отсутствуют задачи при решении которых применяются правила сложения и умножения, выбор нескольких элементов из множества. Поэтому, в данной работе нет необходимости рассматривать перечисленный класс задач.