**Рекомендация по решению задания 19 ЕГЭ – 2015**

Задания 19 относятся к текстовым задачам со «сложными процентами».

Задача заключается в следующем:

Некоторая величина подвергается поэтапному изменению. При этом каждый раз ее изменение составляет определенное число процентов от значения, которое эта величина имела на предыдущем этапе.

Рассмотрим пример, когда в конце каждого этапа величина изменяется на одно и то же постоянное количество процентов – р%.

Некоторая величина А0 в конце первого этапа будет равна:

А1=А0 +$ \frac{р}{100}$ \*А0 =А0\*(1 + $\frac{р}{100}$)

В конце второго этапа ее значение станет равным:

А2=А1 +$ \frac{р}{100}$ \*А1 =А0\*(1 + $\frac{р}{100}$)2

Таким образом, после N-го этапа ее значение станет равным:

Аn=Аn-1 +$ \frac{р}{100}$ \*Аn-1 =А0\*(1 + $\frac{р}{100}$)n

Формулы 1-3 находят практическое применение и в заданиях ЕГЭ-2015 данная категория задач идут под номером 19.

Рассмотрим 1 тип задачи на «сложные проценты»:

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 9282000 рублей в кредит по 10% годовых. Схема выплаты следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Решение:

Пусть сумма кредита равна А0=9282000 рублей, а годовые обозначим через р%. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга будет: Аn=Аn-1 +$ \frac{р}{100}$ \*Аn-1 =А0\*(1 + $\frac{а}{100}$)n

Рассмотрим подробней:

Пусть n=1, т.е. рассмотрим первый год. Тогда сумма долга составит А1=А0 +$ \frac{р}{100}$ \*А0 =А0\*(1 + $\frac{р}{100}$).

Для упрощения повторяющуюся часть формулы (1 + $\frac{р}{100}$) обозначим через b=(1 + $\frac{р}{100}$)=(1+0,01\*p).

Тогда А1=А0\*(1 + $\frac{р}{100}$)=А0\*b. После первой выплаты сумму долга cоставит:

А11= А0\*b-Х.

После второй выплаты сумма долга составит:

А21=А11\*b-X= (А0\*b-Х)\*b-X= А0\*b2-X\*b-X= А0\*b2-(1+b)\*X

После третьей выплаты сумма долга составит:

А31=А21\*b-X= (А0\*b2-(1+b)\*Х)\*b-X= А0\*b3-X\*b2-X\*b-X= А0\*b3-(1+b+b2)\*X= А0\*b3-$\frac{\left(b-1\right)\*(1+b+b2)}{(b-1)}$\*X= А0\*b3- $\frac{b^{3}-1}{(b-1)}$\*X.

Аналогично рассуждая, получим что:

А41= А0\*b4- $\frac{b^{3}-1}{(b-1)}$\*X

По условию Алексей должен погасить долг за 4 года, поэтому А0\*b4- $\frac{b^{3}-1}{(b-1)}$\*X=0. Следовательно, X=$\frac{A\_{0}\*b^{4 }}{b^{4}-1}(b-1)$

Очевидно, что b=(1+0,1)=1,1

X=(928000\*1,4641\*0,1)/0,4641=2928200

Ответ: 2928200

Рассмотрим 2 тип задачи на «сложные проценты».

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк очередной транш. Алексей выплатил кредит за два транша ( т.е. за две выплаты или за два года), переводя первый раз 550 тысяч рублей, во второй 638,4 тыс рублей. Под какой процент банк выдал Алексею кредит?

Решение: Пусть сумма кредита равна А0=10000000 рублей, а годовые обозначим через р%. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга будет: Аn=Аn-1 +$ \frac{р}{100}$ \*Аn-1 =А0\*(1 + $\frac{а}{100}$)n и Х=550 тыс рублей и Y=638,4 тыс рублей.

Так как Алексей выплатил кредит за два транша, то А0\*b2-b\*X-Y=0. Решим квадратичное уравнение относительно переменной b:

D=X2+4\*A0\*Y=104\*1692

Тогда b=(X+$\sqrt{D}$)/2\*Ao=(104\*51+104\*169)/(2\*104\*100)=1,1. Так как b=1+0,01\*р, то р=(b-1)\*100=10

Ответ:10

Рассмотрим 3 тип задачи на «сложные проценты»:

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6951000 рублей в кредит годовых. под 10%. Схема выплаты следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк платеж. Алексей выплатил кредит за три равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Решение:

Пусть сумма кредита равна А0=6951000 рублей, а годовые - р=10%.

Очевидно, что А1=А0\*(1 + $\frac{р}{100}$)=А0\*b. После первой выплаты сумму долга cоставит:

А11= А0\*b-Х.

После второй выплаты сумма долга составит:

А21=А11\*b-X= (А0\*b-Х)\*b-X= А0\*b2-X\*b-X= А0\*b2-(1+b)\*X

После третьей выплаты сумма долга составит:

А31=А21\*b-X= (А0\*b2-(1+b)\*Х)\*b-X= А0\*b3-X\*b2-X\*b-X= А0\*b3-(1+b+b2)\*X= А0\*b3-$\frac{\left(b-1\right)\*(1+b+b2)}{(b-1)}$\*X= А0\*b3- $\frac{b^{3}-1}{(b-1)}$\*X

Вычислим b=1+0,01\*10=1,1

Найдем вносимую сумму Х при 3-х разовом платеже:

А0\*b3\*(b-1)/(b3-1)=(6951000\*1,331\*0,1)/(0,331)=925178/0,331=2795100

За три года Алексей выплатил: 2795100\*3=8385300

Найдем вносимую сумму Х при 2-х разовом платеже:

А0\*b2=6951000\*1,21/2,1=8010200

Искомая разница в выплате будет составлять: 8385300-8010200=375100

Ответ: 375100

Рассмотрим 4 тип задачи на сложные проценты»:

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке некоторую сумму в кредит под 12% годовых. Схема выплаты следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк платеж 3512320 рублей. Какую сумму взял Алексей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение:

b=1+0,12=1.12

Очевидно, чтоА0\*b3- $\frac{b^{3}-1}{(b-1)}$\*X=0. Тогда, А0=(3512320\*0,404928)\*(1,404928\*0,12)=8436000

Ответ: 8436000

Рассмотрим 5 тип задачи на «сложные проценты»:

Алексей хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Родион взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 тыс рублей?

Решение:

Пусть через n лет кредит будет погашен. Тогда А0\*bn- $\frac{b^{n}-1}{(b-1)}$\*X=0. Таким образом, X=$\frac{A\_{0}\*b^{n}}{b^{n}-1}(b-1)$. По условию задачи $\frac{A\_{0}\*b^{n}}{b^{n}-1}(b-1)$.$\leq 320000$

1200000\*1,1n\*0,1$\leq $320000\*(1,1n-1). Разделив обе части неравенства на 10000, получим:

12\*1,1n$\leq $32\*(1,1n-1). Тогда 20\*1,1n$\geq 32$. 1,1n$\geq 1,6$. Это возможно, если n$\geq 5$. Следовательно, минимальное количество лет на который может взять Алексей кредит с выплатой не более 320000 равно 5.

Ответ:5