ЕГЭ-A10:

задачи с

интервалами

***Задача 1.*** *На числовой прямой даны два*

*отрезка: P =* [2, 10] *и Q =* [6, 16]*. Выбери-*

*те такой отрезок A, что формула*

((*x*∈*A*)→(*x*∈*P*))∨(*x*∈*Q*)

*тождественно истинна, то есть при-*

*нимает значение 1 при любом значении*

*переменной* ***х****.*

1) [0, 3]

2) [3, 11]

3) [11, 15]

4) [15, 17]

Рассмотрим интервал *P =* [2, 10].

Очевидно, что область истинности вы-

ражения **P**: *x* ∈ *P* представляет собой

отрезок на числовой оси:

Область истинности выражения

**P**: *x* ∉ *P* — это объединение интерва-

лов (–∞, 2) и (10, ∞) :

5

Для решения задач нам будут нужны две опера-

ции с интервалами: пересечение (определение об-

щей части двух интервалов) и объединение. Если

ввести высказывание **Q**:*x*∈*Q*, то пересечение ин-

тервалов *P* и *Q* определяет область истинности вы-

ражения **P**⋅**Q**1 (она выделена желтым цветом):

Действительно, выражение **P**⋅**Q** истинно, если ***x***

принадлежит обоим отрезкам одновременно.

Объединение отрезков *P* и *Q* определяет область

истинности логической суммы **P**+**Q** (***x*** принадле-

жит хотя бы одному из отрезков):

Для преобразования логических выражений нам

будет нужна формула, представляющая имплика-

цию через операции “ИЛИ” и “НЕ”2

**A** →**B**=**A**+**B**

и законы де Моргана:

**A**⋅**B**=**A**+**B**, **A**+**B**=**A**⋅**B**.

Решение задачи из демоварианта

Сначала приведем заданное выражение к бо-

лее понятной форме. Введем логические выска-

зывания

**P**:*x*∈*P*, **Q**:*x*∈*Q* и **A**:*x*∈*A*.

Тогда выражение, заданное в условии, запишет-

ся в форме

**Z**=(**A**→**P**)+**Q**.

Раскрыв операцию “импликация” через “ИЛИ” и

“НЕ”, получаем

**Z**=**A**+**P**+**Q**.

Это выражение должно быть истинно для лю-

бого ***x***, поэтому область истинности выражения **Z**

должна охватывать всю числовую ось. Нам извест-

ны отрезки *P* и *Q*, они конечны и всю числовую ось

перекрыть не могут:

Оставшуюся часть должна перекрыть область

истинности выражения **A**. Это означает, что **A**

может быть ложно только внутри отрезка [2, 14];

соответственно, выражение **A** может быть ис-

тинно только на этом отрезке. Поэтому правиль-

ный ответ — это отрезок, целиком попадающий

внутрь отрезка [2, 14]. Проверка заданных ва-

риантов ответа показывает, что верный ответ —

2 (отрезок [3, 11]).