Урок 4. Решение задач на применение аксиом стереометрии и их следствий

*Цель урока:*

- сформировать навык применения аксиом стереометрии и их следст­вий при решении задач.

Ход урока

1. **Организационный момент**
2. **Проверка домашнего задания**

Двое учащихся у доски, один готовит решение задачи из домашней работы - №15, другой доказательство одного из следствий из аксиом на выбор.

Остальные отвечают на вопросы математического диктанта.

***Вариант I***

1. Как называется раздел геометрии, изучающий фигуры в простран­стве? (Стереометрия.)
2. Назовите основные фигуры в пространстве.
3. Сформулируйте аксиому А2 .
4. Сформулируйте аксиому A3.
5. Могут ли прямая и плоскость иметь только две общие точки? (Нет.)
6. Сколько плоскостей можно провести через три точки, не лежащие на одной прямой? (Одну.)

Вариант II

1. Как называется раздел геометрии, изучающий фигуры на плоско­сти? (Планиметрия.)
2. Назовите основные фигуры на плоскости.
3. Сформулируйте аксиому А1.
4. Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку? (Одну.)
5. Сколько может быть общих точек у прямой и плоскости? (Одна; бесконечно много; ни одной.)
6. Могут ли прямая и плоскость иметь только одну общую точку? (Да.)

Собрать листочки с ответами. Заслушать решение задачи и доказательство теоремы у доски.

1. **Решение задач (фронтальная работа)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Задача №1.**

|  |  |
| --- | --- |
| Дан тетраэдр МАВС, каждое ребро которого равно 6 см. Д ∊ MB, Е ∊МС, F ∊ АВ, AF=FB, P ∊ *M*А.1. Назовите прямую, по которой пересекаются плоскости: а) МАВ и MFС, б) MCF и АВС.
2. Найдите длину CF и SABС.
3. Как построить точку пересечения прямой ДЕ с плоскостью АВС?
 |  |

 |  |

*Решение*:

*М* ∊ *МАВ, М* ∊ *MFC,*

1. а) => аксиома А3 МАВ ∩ MFC = MF.

F ∊ МАВ и F ∊ MFC

*C∊MCF, C*∊*ABC,*

б) => аксиома А3 MCF ∩ АВС = FC.

F ∊ MFC и *F* ∊ АВС

1. ΔАВС - равносторонний => FC - медиана, высота, биссектриса. ΔCFB - прямоугольный: СВ = 6 (см), FB = 3 (см). По теореме Пифа­гора FC =  (см). Sabc = АВ • CF; Sabc=  (см2).
* Как еще можно найти длину FC?
* Как по-другому найти SABC?
1. DЕ и ВС лежат в плоскости ВМС. Пусть они пересекаются в точке К, так как К принадлежит ВС, значит К принадлежит плоскости АВС (аксиома А2):

1 *)DЕ* ∊ *ВМС, ВС* ∊ *ВМС;*

2)DЕ ∩ ВС = К (К ∊ ВС => *К* ∊ АВС).

***Задача № 2***

|  |  |
| --- | --- |
| Дан куб АВСDА1В1С1D1, *РЄВВ1, В1Р* *= РВ*.1. Как построить точку пересечения плоско­сти АВС с прямой D1Р?
2. Как построить линию пересечения плос­кости АD1Р и АВВ1 ?
3. Вычислите длину отрезков АР и АD1, если АВ = а.
 |  |

*Решение:*

1. D1Р и DВ лежат в одной плоскости Д1ДВ. Пусть они пересекаются в точке К. Тогда точка К принадлежит прямой DВ, а значит, К Є АВС.
2. Точка *Р* принадлежит ВВ1, а значит, и плоскости АВВ1. Точка *Р* при­надлежит АВ, а значит, и плоскости АВВ1. Следовательно, по аксиоме А2: АР с АВВ1. Аналогично АР с АD1Р. Значит, АD1Р∩ АВВ1 =АР.

а) Из ΔАВР, по теореме Пифагора АР = 

б) Из ΔАDD1 по теоре­ме Пифагора АD1 = а .

Далее работа строится следующим образом:

I уровень *(задачи № 3, 4- фронтальная работа)*

II уровень *(самостоятельная работа)*

*Задача N 3*

|  |  |
| --- | --- |
| Точки А, В, С не лежат на одной прямой. МЄАВ,КЄАС,РЄМК.Докажите, что точка Р лежит в плоскости АВС. Решение: АВ ∩ АС=А. По второму следствию прямые АВ и АС определяют плоскость ά. Точка М Є АВ, а значит, принадле­жит плоскости ά, и точка К Є АС, а значит, и плоскости ά . По аксиоме А2: MKc ά. Точка *Р* Є МК, а значит, и плоскости ά . |  |

***Задача № 4***

|  |  |
| --- | --- |
| Плоскость ά и β пересекаются по прямой с. Прямая а лежит в плоскости ά и пересекает плос­кость β. Пересекаются ли прямые *a* и*с*? Почему?Решение: По условию, прямая а пересекает плоскость β. Пусть *a ∩* β = В(ВЄ *а*). По усло­вию прямая а принадлежит плоскости ά, значит,В Є ά. По аксиоме А3 существует прямая с, такая, что ВЄс. |  |

*II уровень (самостоятельное решение задач)*

1. Дан прямоугольник АВСД, О - точка пересечения его диагоналей. Из­вестно, что точки А, В, О лежат в плоскости ά. Докажите, что точки С и Д также лежат в плоскости ά. Вычислите площадь прямоугольника, если АС =8 (см), <AOB = 60°.

|  |  |
| --- | --- |
| *Решение*:1) Так как В принадлежит ά и точка О принадлежит ά, то ВО принадлежит ά. Так как точка Д принад­лежит ВО, то *Д* принадлежит ά (по аксиоме А2). Аналогично точ­ка С принадлежит ά:1. В Є ά, О Є ά => ВО с ά;
2. Д Є ВО =>ДЄ ά (акс. А2);
3. А Є ά, О Є ά => АО c ά ;
4. СЄАО => С Є ά (акс. А2).
 |  |

2) Возможны различные способы решения задачи:

1. Найти стороны прямоугольника.
2. Использовать тот известный факт, что диагонали параллелограмма (прямоугольника) разбивают его на четыре равновеликих треуголь­ника, и найти сначала площадь одного из треугольников.
3. Использовать формулу S =d1 d1 sinά.

(Ответ: 16 см2.)

1. **Подведение итогов**

Оценки за урок.

Домашнее задание пп. 1-3 учить