Тема 9. **Показательные уравнения и неравенства.**

**Показательные уравнения** - это уравнения, содержащие неизвестное в показателе степени.

Преобразование показательных уравнений основывается на следующих известных формулах



 где .

*Основные методы решения показательных уравнений.*

**I. Простейшие**, то есть уравнения вида **,** где **** (1). При выполнении условий (1) такое уравнение имеет единственное решение **.**

Примеры.

Решить уравнения.

1. . Решение. .
2. . Решение. ∅.
3. .

Решение.

Решить уравнения.

1. . Ответ: 
2. . Ответ: 
3. . Ответ: 
4. . Ответ: 
5. . Ответ: 
6.  Ответ: 

**II. Способ приведения к одному основанию.**

Способ основан на следующем свойстве степеней: если две степени равны и равны их основания, то равны и их показатели. То есть уравнения надо попытаться привести к виду

**** Отсюда ****.

Примеры.

Решить уравнения.

1) .

Решение. Приведем все степени к одному основанию 3. Получим уравнение  Оно равносильно уравнению  Отсюда находим 

Ответ 1.

2) .

Решение. Заметим, что  Получаем уравнение  Следовательно, 

Решая последнее уравнение, находим 

Ответ: х=10.

Решить уравнения.

1.  Ответ: 
2. . Ответ: 
3. . Ответ: 
4. . Ответ: 
5. . Ответ: 
6. . Ответ: 

**III. Способ введения новой переменной (подстановка).**

Введение новой переменной обычно производится после преобразования (упрощения) членов уравнения, в результате чего мы приходим к решению более простого уравнения.

Примеры.

1. Решить уравнение.

.

Решение. Используя свойства степеней преобразуем исходное уравнение к виду. Полученное уравнение удобнее решать, введя новую переменную , . Тогда уравнение сводится к квадратному относительно . , решая которое, находим 

Значение  не удовлетворяет условию , поэтому единственное решение исходного уравнения определяется из соотношения . Отсюда .

Ответ: .

1. Решить уравнение.

 

Решение. Найдем связь между основаниями степеней. Вообще числа вида  и  называют сопряженными числами. Помимо этого числа  и  являются взаимно обратными, убедимся в этом , а поэтому легко можно выразить одно основание степени через другое  и получить уравнение, в котором все степени имеют одинаковые основания . Введем новую переменную : . Тогда исходное уравнение перепишем в виде . Корни последнего уравнения равны . Откуда находим значения исходной переменной.



Ответ: 

Решить уравнения.

1. . Ответ: 
2.  Ответ: 
3.  Ответ: 
4.  Ответ: 
5.  Ответ: 
6.  Ответ: 
7.  Ответ: 

**IV. Метод почленного деления.**

Этот метод применим к уравнениям специального вида - **однородным уравнениям.** Суть метода в почленном делении уравнения, члены которого представляют собой степени с одинаковыми показателями и различными основаниями, на одну из степеней.

Пример.

1. Решить уравнение

 

Решение. Это однородное уравнение второго порядка. Для того, чтобы распознать такие уравнения, надо заметить, что основания с одинаковыми показателями степени должны иметь вид  В данном случае это основания:  Разделим каждое слагаемое на  Получим  Обозначим  и решим уравнение  Решение  не удовлетворяет условию  Значит, 

Ответ: 

Заметим, что аналогичный метод решения можно использовать для решения однородных уравнений более высоких порядков. Надеемся, читателю понятно, что, например, уравнение третьего порядка имеет основания 

2) Решить уравнение  где 

Решение. Данное уравнение - однородное, так как  Перепишем его в виде  Разделим обе части уравнения на  получим  Обозначим , тогда  Следовательно Первое уравнение совокупности решений не имеет, из второго уравнения получаем 

Ответ: 

Решить уравнения.

1.  Ответ: 
2.  Ответ: 
3.  Ответ: 
4.  Ответ: 
5.  Ответ: 

**V. Способ группировки.**

Поясним сущность способа на примере .

Решение. Преобразуем члены уравнения 

Теперь перегруппируем слагаемые

   

 Разделим обе части равенства на  Получим  Отсюда 

Ответ: 

Решить уравнения.

1. . Ответ: 
2.  Ответ: 
3.  Ответ: 
4.  Ответ: 