**Исследовательская деятельность**

**«Тема «Производная» в общеобразовательных классах и в**

**классах с углубленным изучением математики.»**

**Учитель математики МОУ «Лицей №1»**

**Байслонова Роза Наримановна**

**г. Балаково 2012 год**

**Оглавление:**

**Введение.**

**Глава I. Методика изучения темы «Производная» в общеобразовательных классах.**

1. Сравнительный анализ психолого-педагогических особенностей учащихся математических и гуманитарных классов.
2. Различные подходы к изложению темы «Производная» в общеобразовательных классах.

**Глава II. Методика изучения темы «Производная» в классах с углубленным изучением математики.**

1. Различные подходы к изложению темы «Производная» в классах с углубленным изучением математики.
2. Сравнительный анализ различных подходов к изложению темы «Производная» в математических и гуманитарных классах.

**Заключение**

**Используемая литература**

Во введении обосновывается актуальность темы, определяются цели и задачи, выдвинута гипотеза данной проблемы.

В первой главе рассматривается различные подходы к изложению тем «Производная» по учебникам Ш.А.Алимова, А.Н.Колмогорова, А.Г.Мордковича , проанализирована методика изложения данной темы.

Во второй главе описаны различные подходы к изложению темы «Производная» для учебников А.Г. Мордковича, С.М.Никольского, Н.Я.Виленкина ; проанализирована методика изложения данной темы.

В заключении данной работы сформулированы основные выводы и результаты.

Введение

В 2002 году принята концепция профильного и углубленного обучения старшей ступени общего образования, реализация которой позволит каждому ученику гарантированно получить полноценное образование, соответствующее его индивидуальным возможностям и характерным для него склонностям.

Перед современной школой стоит целый спектр учебных задач: подготовка учеников ко взрослой жизни и обеспечение их необходимым «багажом» знаний; организация учебного процесса таким образом, чтобы пробудить не просто интерес к учебе, а побудить учащихся к активному освоению знаний, к исследовательской деятельности; воспитание учащихся высококультурными людьми, ценящими и соблюдающими морально-этические нормы; способствование осознанному выбору будущей профессии; подготовка к успешному поступлению в выбранное высшее учебное заведение.

Современный педагог должен  быть  исследователем и, занимаясь данной деятельностью,  повышать свой профессиональный уровень.

Исследовательская деятельность учителя может быть представлена в следующих аспектах ее проявления:  
1. *Как процесс изучения, обобщения и распространения передового педагогического опыта.*  
Анализ и обобщение опыта понимается как мысленное расчленение целостного педагогического процесса на составляющие элементы (цели, задачи, содержание, деятельность учителя, деятельность учащихся, внешние условия, результат) и их оценка с точки зрения эффективности.   
2. *Как соотношение теории и практики в деятельности преподавателя.*  
В этой проблеме можно отметить, что невозможно дать педагогу исчерпывающие рекомендации, предусматривающие все непредвиденные ситуации, с которыми учитель сталкивается повседневно. Педагогу важно творчески относиться к образцам педагогического опыта, действуя осмысленно, «выводя мысль из опыта». Чтобы педагогические находки учителя могли быть использованы им самим и переданы другим, они должны быть осмыслены в категориях педагогической теории.

1. *Как творческий процесс.*Понятия “творчество”, “творческий поиск”, “творческая деятельность” в науке, и в педагогике в частности, всегда рассматривают как процесс и результат создания чего-то нового на основе преобразования познанного. Творческую деятельность педагогов многие исследователи (Ю.К.Бабанский, В.И.Загвязинский, В.А.Кан-Калик, Н.В.Кухарев, Ю.А.Львова, Н.Д.Никандров, М.М.Поташник, и др.) связывают как с использованием гипотез, предположений и их экспериментальной проверкой, так и с педагогическим новаторством. Если педагог умело использует уже имеющиеся рекомендации, его опыт квалифицируется как частично-поисковый, как мастерство, если учитель воплотил в деятельность оригинальные, новые идеи, методы, приемы, то его опыт квалифицируется как новаторство,исследование.  
   4. *Как инновационная деятельность -* комплексная деятельность по созданию (разработке), освоению, использованию и распространению новшеств. Процессы внедрения кем-то созданного опыта всегда осуществляются другим педагогом (отличающимся стилем деятельности, личностными особенностями), применяются по отношению к другим учащимся, в других условиях.

Представляется важным охарактеризовать особенности  исследовательской деятельности учителя:  
1. Исследования педагога напрямую связаны с общей исследовательской проблемой, например, использование новых методов, приемов, технологий обучения - обеспечить обучение учащихся в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования, способствовать самореализации выпускника в его самостоятельной жизни. 2. Исследовательская деятельность  педагога связана с необходимостью учета особенностей организации учебного процесса. 3. Исследовательская деятельность выступает как «педагогический инструмент» для анализа и коррекции проблем, возникающих при реализации других видов деятельности, влияя на их эффективность. Переходя в рефлексивную позицию, педагог оценивает, анализирует результаты организации учебно-воспитательного процесса.

Исследовательская деятельность позволяет педагогу выстроить собственную дидактическую систему, оптимальную для условий учреждения образования.

**Целями** исследовательской деятельности педагога являются:

* развитие представлений о межпредметных связях;
* развитие интеллектуальной инициативы через формирование научного образа мышления, творческого подхода к своей деятельности;
* обучение новым информационным технологиям и средствам телекоммуникации;
* создание условий для вовлечения в коллективную исследовательскую деятельность  учащихся.

Тема «Производная» занимает центральное место в курсе алгебры и начал анализа. Изучение данной темы весьма актуально, так как оно имеет большое образовательное значение, ведь с нее начинается изучение элементов математического анализа, а это дает новые методы решения математических, физических и геометрических задач.

Целью моего исследования является выявление особенностей преподавания темы «Производная» в курсе алгебры и математического анализа в общеобразовательных классах и классах с углубленным изучением математики.

**Задачи**, решаемые в ходе проведения исследовательской работы:

* Выявление сущности, признаков, критериев изучаемого педагогического процесса, явления;
* Обоснование основных путей решения педагогической проблемы;
* Формулировка ведущих и корректирующих условий, обеспечивающих эффективность педагогической деятельности в аспекте исследования;
* организация двухсторонней связи между учащимся и педагогом в различных диалоговых режимах.

Для реализации этой цели мною были поставлены следующие **задачи:**

1. проанализировать психолого-педагогическую, математическую и методическую литературу;
2. определить психолого-педагогические и методические особенности дифференцированного обучения в школе;
3. провести сравнительный анализ изложения материала по данной теме в разных учебниках.

**Мотив** для обоснования **актуальности** темы данного исследования - ведущая роль исследовательской деятельности в профессиональной подготовке учителя математики, особенно возрастающая в связи с проводимой реформой школы в целом и математического образования в частности.

Поставленные задачи определили ***ГИПОТЕЗУ:***

***«если найти удачное решение проблемы, то добиться положительного результата в своей деятельности можно, так как способы, пути и условия достижения позитивных результатов своих учеников тебе известны».***

**Проблемой** настоящего исследования является выявление эффективных с профессионально-педагогической точки зрения форм и методов организации учебно-исследовательской деятельности учащихся в процессе изучения математики.

Решение этой проблемы составляет цель данного исследования.

**Объектом исследования** является качественная подготовка учащихся.

Исследовательская деятельность позволяет:

* актуализировать самореализацию и творческое развитие личности педагога;
* повысить профессиональный уровень исследовательских умений и навыков;
* обеспечить профессионально-квалификационный рост педагога-исследователя.

**ГлаваI. Методика изучения темы «Производная» в общеобразовательных классах.**

**1.Сравнительный анализ психолого-педагогических особенностей учащихся** **математических и гуманитарных классов.**

Психолого-педагогические особенности учащихся математических и гуманитарных классов, выделенные методистами и психологами, позволяют провести их сравнительный анализ:

1. У учащихся гуманитарных классов преобладает наглядно-образное мышление, а у учащихся математических – абстрактно-логическое.
2. Восприятие красоты математики направлено у учащихся гуманитарных классов на ее проявления в живой природе, в произведениях искусства, в конкретных математических объектах. Учащиеся математических классов красоту математики видят в необычных, нестандартных и неожиданных решениях задач.
3. На уроках математики у учащихся гуманитарных классов внимание может быть устойчивым в среднем не более 12 минут. У учащихся математических классов внимание может быть устойчивым от 20 до 25 минут.
4. У гуманитариев наибольшим интересом пользуются вопросы истории математики, прикладные аспекты, занимательный материал. Математики предпочитают решение нестандартных задач, исследовательских проблем.
5. Среди форм работы на уроке гуманитарии предпочитают следующие: объяснение учителем нового материала, лабораторные работы, деловые игры, выполнение индивидуальных заданий с привлечением научно-популярной литературы. Математики – индивидуальные карточки, задания повышенной трудности, нестандартные задачи, требующие большего внимания и сообразительности.
6. Из методов самостоятельной работы гуманитарии выбирают коллективные. Математики чаще действуют совершенно индивидуально.
7. У математиков богаче развито абстрактное воображение, чем у гуманитариев, сильнее проявляется сдержанность эмоций.

**2. Различные подходы к изложению темы «Производная»**

В школьных учебниках существуют различные подходы к изложению темы «Производная». Здесь речь пойдет о различных вариантах изложения этой темы в учебниках для классов с углубленным изучением математики и учебниках для общеобразовательных школ.

***Общеобразовательные школы.***

**А.Н Колмогоров.**

I. Изучение темы «Производная» начинается с введения понятия «гладкой» кривой. Графики функций, которые учащиеся изучали ранее (линейной, квадратичной, обратной пропорциональности, ), являются «гладкими» кривыми.

II. Выясняются особенности устройства «гладкой» кривой.

III. Даётся понятие о касательной:

Прямую, проходящую через точку (х0, f(х0)), с отрезком которой практически сливается график функции f при значениях x близких к х0, называют касательной к графику функции f в точке (х0, f(х0)).

IV. Ставится задача: определить точное положение касательной к  
графику данной функции f в заданной точке (геометрический смысл  
производной). Делается вывод, что можно точно определить для каждой гладкой кривой положение касательной в данной точке.

V. Решается задача об определении мгновенной скорости движения (механический смысл производной).

VI. Составление общей схемы решения рассмотренных задач:

* 1. С помощью формулы задающей функцию f, находим ее приращение в точке х0: Δf=f(x+Δх)–f(x);
  2. Находим выражение для разностного отношения  :

;

* 1. Выясняем, к какому числу стремится , если считать, что Δх стремится к нулю.

VII. Определение производной дается без использования понятия предела.

Определение: Производной функции f в точке х0 называется число, к которому стремится разностное отношение  при Δх стремящемся к нулю.

VIII. Вводится понятие дифференцируемой функции в точке, понятие производной как функции, название операции нахождения производной, ее обозначение. Выделяются формулы дифференцирования, полученные в ходе объяснения материала.

IX. Вводится понятие о непрерывности функции и правила о предельном переходе.

X.Формулируются и доказываются основные правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного, вынесения множителя за знак производной. Производная степенной функции формулируется на интуитивной основе. Определяется понятие сложной функции и выводится формула ее дифференцирования. Выводятся и доказываются формулы дифференцирования тригонометрических функций.

XI. Применение непрерывности и производной, метод интервалов.

Дается понятие касательной к графику дифференцируемой в точке функции (геометрический смысл производной). Выводится уравнение касательной и теорема Лагранжа. Рассматриваются приближенные вычисления.

XII. Производная в физике и технике (механический смысл производной). Примеры применения производной.

XIII. Применения производной к исследованию функций: признак возрастания (убывания) функции, критические точки функции, признак максимума и минимума (экстремумы). Примеры применения производной к исследованию функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Даются исторические сведения.

XIV. После изучения логарифмической, показательной и степенной функций, определяется их производная.

XV. Вводится понятие о дифференциальных уравнениях: использование второй производной, дифференциальные уравнения показательного роста и показательного убывания, гармонические колебания, падение тел в атмосферной среде. Исторические сведения.

Итоги анализа. Изучение производной в учебнике представлено на двух уровнях:

1. На наглядно-интуитивном, на котором создается материальный образ математического объекта. Производная рассматривается с двух позиций: как угловой коэффициент касательной; как мгновенная скорость движения.
2. На формально-логическом, где определение производной дается без использования понятия предела.

**Ш.А.Алимов.**

I. Изучение темы «Производная» начинается с рассмотрения задачи о мгновенной скорости.

II. Рассматривается связь между средней и мгновенной скоростью движения.

III. Вводится понятие разностного отношения, производной, ее обозначение.

IV. Определение производной.

Определение: Пусть функция f(x) определена на некотором промежутке, х – точка этого промежутка и число h≠0 такое, что x+h также принадлежит данному промежутку. Тогда предел разностного отношения  при h→0 (если этот предел существует) называется производной функции f(x) в точке х. Таким образом,  .

V. Вводится понятие дифференцируемой функции в точке, название операции нахождения производной.

VI. Выводятся формулы для производных функции: х2, х3, kx+b.

VII. Выводится строгое определение предела функции и дается его пояснение. Определяется понятие непрерывной функции.

VIII. На интуитивном уровне дается производная степенной функции. По определению производной вычисляются формулы:

С'=0, (х)'=1, (х2)'=2х, (х3)'=3х2, , 

После вводятся правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного, вынесения множителя за знак производной. Формулируется правило вычисления сложной функции.

IX. Даются производные элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической.

X. Применение правил дифференцирования к решению задач. Изучается геометрический смысл производной. Выводится уравнение касательной к графику функции.

XI. Применение производной к исследованию функций на нахождение промежутков возрастания и убывание. Даются определения возрастающей (убывающей) функции. Формулируется теорема Лагранжа для доказательства теорем о достаточных условиях возрастания (убывания) функций.

XII. Определяются понятия критических и стационарных точек, точек максимума и минимума (экстремумы). Формулируется теорема Ферма, имеющая наглядный геометрический смысл, с помощью которой доказывается теорема о необходимом и достаточном условии для точек максимума и минимума.

XIII. Рассматривается применение производной к построению графиков функций. Предлагается схема исследования свойств функции, а также алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

XIV. Применение производной к решению задач на оптимизацию (дополнительный повышенной трудности материал, отмечен звездочкой).

XV. Вводится дополнительный более сложный материал: производная второго порядка, нужная для определения выпуклости графика функции и нахождения точек перегиба.

К учебнику прилагается соответствующий задачник. Его содержание построено на уровневой дифференциации. Задания содержат трехуровневую систему: обязательные (выделены серым цветом), дополнительные более сложные (выделены светло-розовым цветом), трудные (выделены темно-розовым цветом). Так же в задачнике есть раздел «Проверь себя».

Итоги анализа. В данном учебнике введение понятия производной предваряется знакомством со средней и мгновенной скоростями движения, что приводит к понятию разностного отношения. Определение производной дается как предел разностного отношения. Понятие предела формулируется после определения производной без подробного изучения, а определение предела разностного отношения дается на интуитивной основе и разъясняется на конкретных примерах. При нахождении производных простейших функций пользуются наглядными представлениями. Это соответствует той идее курса, согласно которой элементы математического анализа в средней школе, излагаются на наглядно-интуитивной основе с акцентом на их практическое применение к решению простейших задач математики и физики.

**А.Г.Мордкович(базовый уровень)**

Данная книга состоит из двух частей – учебник и задачник. Содержание учебника отличается от содержания учебника для профильного уровня (который проанализирован ниже) отсутствием глав о действительных и комплексных числах, числовых функциях. Ведение темы «Производная» практически полностью совпадает с учебником для профильного уровня. Отличие состоит в том, что в учебнике для общеобразовательных школ и классов не изучаются следующие понятия: вторая, третья производная, производная n-ого порядка; производная обратных функций; не вводится понятие сложной функции, но подробно рассматривается дифференцирование функции у=f(kx+m); не рассматривается применение производной для доказательства тождеств и неравенств, т.к. все это материал повышенной трудности и излагается в классах с углубленным изучением математики.

Задачник имеет четырехуровневую систему заданий.

Итак, в изложении темы «Производная» в рассматриваемых учебниках Ш.А.Алимова, А.Н.Колмогорова, А.Г.Мордковича алгебры и начал анализа для учащихся старших классов имеются общие моменты: изложение темы дается на наглядно-интуитивном уровне, на котором создается материальный образ математического объекта, дается формальное определение производной.

А так же имеются различия: в учебнике А.Н.Колмогорова нет понятия предела, оно интерпретируется понятием «стремится». В учебнике А.Г.Мордковича понятие предела дается на наглядно-интуитивном уровне перед изучением понятия производной. В учебнике Ш.А.Алимова при изложении темы «Производная» используется понятие предела, которое формулируется после определения производной, но подробно не рассматривается, формируется оно на интуитивной основе.

**Глава II. Методика изучения темы «Производная» в классах с углубленным изучением математики.**

1. **Различные подходы к изложению темы «Производная» в классах с углубленным изучением математики.**

**А.Г.Мордкович(профильный уровень)**

I. Изучение темы «Производная» начинается с рассмотрения физической задачи (на вычисление мгновенной скорости прямолинейного движения).

II. Выясняется, что будет пониматься под касательной к произвольной плоской кривой.

Дана кривая L (рис.учебник) на ней выбрана точка М. Возьмем еще одну точку на кривой, причем достаточно близкую к М – точку Р. Проведем секущую МР. Далее будемприближать точку Р по кривой L к точке М. Секущая МР будет изменять свое положение, она как бы поворачивается вокруг точки М. Часто бывает так, что можно обнаружить в этом процессе прямую, представляющую собой некоторое предельное положение секущей; эту прямую – предельное положение секущей – называю касательной к кривой L в точке М.

III. Рассматривается задача о касательной к графику функции. В процессе решения задачи на скорость и задачи на касательную пришли к новой математической модели – пределу отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. В учебнике вскользь сказано о том, что многие задачи из других областей знаний приводят в процессе решения к такой же модели. Значит, эту математическую модель надо специально изучать, т.е.:

1. присвоить ей новый термин;
2. ввести для нее обозначение;
3. исследовать свойства новой модели.

IV. Определение производной.

Определение: Пусть функция y=f(x) определена в конкретной точке х и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу х приращение Δх, такое, чтобы не выйти из указанной окрестности.

Найдем соответствующее приращение функции Δу и составим отношение . Если существует предел этого отношения при условии Δх→0, то указанный предел называют производной функции y=f(x) в точке х и обозначают f'(x).

Итак, 

V. Физический (механический) смысл производной: если s(t) – закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени t: v=s'(t).

Геометрическая смысл производной: если к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой х=а можно провести касательную, непараллельную оси у, то f'(а) выражает угловой коэффициент касательной: k=f'(a).

VI. Истолкование определения производной с точки зрения приближенных равенств.

VII. Дается пяти-шаговый алгоритм отыскания производной. Затем рассматриваются два примера на использование этого алгоритма.

VIII. Вводится понятие дифференцируемой функции в точке, название операции нахождения производной.

IX. Обсуждается вопрос: как связаны между собой два достаточно тонких свойства функции – непрерывность и дифференцируемость функции в точке.

X. Выясняется – как по графику сделать вывод о дифференцируемости функции.

XI. Даются формулы дифференцирования, найденные по определению производной: С'=0, (х)'=1, (kx+m)'=k, (х2)'=2х, ,  (x>0), (sinx)'=cosx, (cosx)'=–sinx. После вводятся правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного, вынесения множителя за знак производной, в результате которых выводятся формулы производных для тангенса и котангенса. На интуитивном уровне определяется формула для дифференцирования степенной функции.

XII. Дается понятие второй, третьей производной и производной n-ого порядка. Делается вывод, что ускорение есть вторая производная координаты по времени, а это является механическим смыслом второй производной.

XIII. Дается определение композиции (сложной функции). Выводится формула для нахождения производной сложной функции. Вычисляется производная для функции у=f(kx+m), а также формулы дифференцирования обратных тригонометрических функций – арксинус и арккосинус.

XIV. Выводится уравнение касательной к графику функции в точке. Предоставляется алгоритм составления уравнения касательной к графику функции.

XV. Определяется в процессе рассуждений смысл приближенных вычислений.

XVI. Применения производной: для исследования функции на монотонность (связь между характером монотонности и знаком ее производной); для доказательства тождеств и неравенств; для построения графиков функций.

Формулируются: признак возрастания (убывания) функции, определение критической точки функции, признак максимума и минимума (экстремумы), теорема о постоянстве функции; теорема о нахождении точек максимума и минимума.

Вводятся понятия горизонтальной и вертикальной асимптот. Приводятся алгоритмы: исследования функции на монотонность и экстремумы; исследования функции и построение ее графика; нахождения наименьших и наибольших значений непрерывной функции на промежутке.

XVII. Рассматриваются задачи на оптимизацию.

XVIII.После изучения логарифмической и показательной функций, определяется их производная.

К учебнику прилагается соответствующий задачник. Он содержит два блока системы упражнений, выстроенных по каждой теме: первый блок состоит из базового уровня (никак не отмечен) и среднего уровня трудности (отмечен белым кружком), второй блок – из дополнительных заданий среднего уровня и заданий повышенной трудности(отмечены черным кружком). Количество задач представлено в достаточном и даже избыточном объеме, что дает возможность реализовать уровневую дифференциацию на уроке.

Итоги анализа. Изложение темы «Производная» представлено на наглядно-интуитивном, рабочем и формально-логическом уровне. Определение производной дается с использованием понятия предела, которое вводится перед изучением данной темы на наглядно-интуитивном уровне.

Материал в учебнике [29] излагается доступно с большим числом подробно решенных примеров. Большинство проводимых рассуждений не претендует на формальную строгость, а являются лишь правдоподобными рассуждениями. Приоритет отдается функционально-графической линии.

**С.М.Никольский**

I. Изучение темы «Производная» начинается с введения понятия приращения функции и формулировки правила его вычисления.

1. Потом рассматриваются дифференцируемые функции. При помощи предела дается определение дифференцируемой функции в точке. На примере доказываются дифференцируемости функций х2 и х3.
2. Рассматривается пример на прямолинейное движение, которое задано формулой х=kt+х0. Потом выясняется, что k выражает как скорость движения, так и угловой коэффициент графика этого движения.

Доказывается теорема о дифференцируемости функции при существовании предела

.

1. Определение производной.

Определение: Производной функции f называется функция f', значение которой в точке х выражается формулой:

.

1. После введения определения производной через предел, дается трехшаговое правило нахождения производной по определению:
2. найти выражение для приращения f(х+h)–f(х) функции f;
3. разделить это выражение на приращение аргумента h;
4. найти предел полученного отношения  при h→0.
5. Выводятся формулы для отыскания производных следующих функций: (kx+b)'=k, (х2)'=2х, (х3)'=3х2.
6. Вводится понятие дифференциала функции. Формулируется понятие дифференциала функции df=f'(х)dx. На основании этого формулируется определение вычисления приближенного значения функции.
7. На примере задачи определяется мгновенная скорость. Рассматривается пример с радиоактивным распадом и выясняется, что производная есть мгновенная скорость изменения функции.
8. Рассматривается пример, в котором формулируется определение касательной: «Касательной прямой к кривой Г в точке А называют предельное положение секущей АМ, когда точка М приближается по кривой к точке А» (геометрический смысл производной). Выводится уравнение касательной: у=f(х0)+f'(х0)(х–х0).
9. Рассматривается связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Формулируется соответствующая теорема.
10. Вводятся правила дифференцирования: линейной комбинации функции, вынесения общего множителя за знак производной, производной суммы, произведения, дроби, степенной функции. Формулируются и доказываются соответствующие теоремы.
11. Определяется вторая производная f''=(f')', что означает ускорение изменения данной функции. Дается определение производной высшего порядка.
12. Рассматривается применение производной: для нахождения экстремумов; для отыскания наибольших и наименьших значений функции на отрезке; для исследования функций на возрастание и убывание.

Даются определения: максимума и минимума функции. Определяется правило отыскания наибольших и наименьших значений функции на отрезке.

Формулируются и доказываются теоремы: о знаке приращения; о точке экстремума; о непрерывности функции на отрезке; о достаточном условии экстремума.

1. Формулируется теорема Лагранжа и ее следствия.
2. Применение производной: для исследования графиков функций на выпуклость и отыскания точек перегиба; для доказательства неравенств.

Доказываются соответствующие теоремы и следствия.

1. Предлагается схема построения графиков функций, включающая в том числе точки разрыва, асимптоты, исследование на выпуклость и нахождение точек перегиба.
2. Изучается бином Ньютона (а+х)n. Запись бинома Ньютона через факториал. Изучается некоторые свойства биноминальных коэффициентов.
3. Для повышенного уровня изучения представлены приложения бинома Ньютона для приближенных вычислений, а также приближенное решение уравненийметодом хорд и касательных (отмечены звездочкой).
4. После изучения тригонометрических функций, даются их производные и производные обратных тригонометрических функций.
5. Изучается дифференцирование композиции функции.
6. После изучения показательной и логарифмической функций, выводятся формулы их дифференцирования.
7. Рассматривается дифференциальное уравнение процессов органического изменения.

Итоги анализа. Понятие производной вводится на основе определения предела, которое изучается ранее. Все определения, теоремы, следствия имеют доказательства. Терминология имеет строгую формулировку, строгую доказательную структуру, более других учебников приближен к первым разделам вузовского курса математического анализа.

**Н.Я.Виленкин**

* 1. Изучение темы «Производная» начинается с рассмотрения трех задач: на вычисление мгновенной скорости прямолинейного движения, на вычисление тангенса угла наклона касательной к графику функции, на вычисление силы тока. Определяются понятия приращения функции и дифференцирования функции.
  2. Определение производной.

Определение: Производной функции y=f(x),заданной на интервале (а;b), в точке х этого интервала называют предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, т.е.  .

* 1. Определяется механический (v(t)=f'(t)) и геометрический (угол наклона касательной) смыслы производной.
  2. Вводятся правила дифференцирования: производная суммы, разности, произведения, частного, вынесения множителя за знак производной. Вводятся формулы дифференцирования элементарных функций: производная степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических функций. Доказываются соответствующие теоремы.
  3. Вводится понятие дифференциала функции. Формулируется понятие дифференциала функции df=f'(х)dx (df=dу). Вычисляются приближенные значения функции.
  4. Определяется производная сложной функции.
  5. Вводится производная обратной функции (отмечено звездочкой, для углубленного изучения).
  6. Формулируются определения: максимальной, минимальной, критической точек. Применение производной: для нахождения точек максимума и минимума функции; для нахождения возрастания и убывания функции.
  7. Выводится уравнение касательной.
  8. Формулируются и доказываются теоремы Ролля и Лагранжа.
  9. Определяются вторая производная и производные высших порядков, а также механический смысл второй производной.

Применение второй производной для определения выпуклости и вогнутости графика функции, а также геометрический смысл второй производной (отмечено звездочкой, для углубленного изучения).

* 1. Рассматриваются особенности экстремума функции с единственной критической точкой. Решаются задачи на оптимизацию.
  2. Использование производных для построения графиков функций (с применением второй производной).
  3. Вводится дополнительный углубленный материал, отмеченный звездочкой: на нахождение асимптот (рассматриваются дробно-линейные функции), на разложение функции в ряд Тейлора.

Итоги анализа. Введение понятия производной предваряется знакомством со средней и мгновенной скоростями движения, с тангенсом угла наклона касательной, что приводит к понятию разностного отношения. Определение производной дается как предел разностного отношения. Понятие предела изучается ранее. При нахождении производных простейших функций пользуются наглядными представлениями. Представлен достаточный по объему дополнительный и углубленный материал, что позволяет учащимся более широко и глубоко овладеть знаниями.

1. **Сравнительный анализ различных подходов к изложению темы «Производная» в математических и гуманитарных классах.**

Итак, в изложении темы «Производная» в рассматриваемых учебниках А.Г. Мордковича, С.М.Никольского, Н.Я.Виленкина для учащихся старших классов с углубленным изучением математики имеются общие моменты: изложение темы ведется на наглядно-интуитивном уровне, определение производной дается после изучения предела; приводится вывод уравнения касательной; дифференцирование функций: сложных, показательных, логарифмических, тригонометрических и обратных; вторая производная и производные высших порядков; вычисление приближенных значений величин; применение производной для нахождения максимального и минимального, наименьшего и наибольшего значений, определения промежутков монотонности функции; для исследования функций и построения их графиков.

Также имеются различия: в учебнике А.Г.Мордковича вторая производная не используется для нахождения промежутков выпуклости функции, не формулируется теорема Лагранжа, зато производная применяется для доказательства тождеств и неравенств с помощью исследования на монотонность. В учебнике С.М.Никольского формулируются теоремы Ролля и Лагранжа для нахождения промежутков выпуклости функции, рассматриваются особенности экстремума функции с единственной критической точкой, а также вывод формулы и ряда Тейлора. В учебнике Н.Я.Виленкина формулируется теорема Лагранжа, рассматривается бином Ньютона, а также его приложения для приближенных вычислений, изучается тема о приближенном решении уравнений методом хорд и касательных с использованием теоремы Лагранжа, рассматривается дифференциальное уравнение процессов органического изменения.

Основные принципы изучения темы «Производная» в этих учебниках практически схожи, но различия все равно существуют и по большей степени в приложении производной.

В учебниках Ш.А.Алимова, А.Н.Колмогорова, А.Г.Мордковича для общеобразовательных школ понятие производной дается либо без понятия предела, либо с этим понятием, только без его строгого определения. В общеобразовательных учебниках не изучаются производные обратных тригонометрических функций, а также многие приложения.

В учебниках А.Г. Мордковича, С.М.Никольского, Н.Я.Виленкина для классов с углубленным изучением математики понятие производной дается через понятие предела с предварительным и подробным его изучением. Подробно рассматриваются различные приложения производной.

Практически в большинстве своем весь материал алгебры и математического анализа представляет собой схему серпантина и от стиля изложения материала программы зависит успех вообще всего обучения и он же определяет методику.

Обратим внимание на то, что обе системы построения учебных курсов обладают рядом определенных недостатков.

При построении элементов математического анализа, как правило, в действующих учебниках Ш.А.Алимова, А.Н.Колмогорова, А.Г.Мордковича сначала учат правилам дифференцирования функций, а потом применению производной к исследованию функций и решению сюжетных задач. В учебниках А.Г. Мордковича, С.М.Никольского, Н.Я.Виленкина при изложении математического анализа сначала рассматриваются только функции, заданные полиномами, и на их примере показываются возможности математического анализа и только после этого изучаются правила дифференцирования других функций, но уже сразу с практическими приложениями, что позволяет достичь перманентности и доступности изучения школьниками основ одномерного анализа.

Причинами не успешности детей в изучении этого предмета, возможно, является отсутствие у них возможностей вернуться и изучить еще раз все то, что изучали с самого начала. Разумеется, возврат не означает вдалбливание, возврат – означает активную работу в простых или частных случаях и последующую работу по расширению формируемой базы знаний, т.е. построение учебного предмета в развивающем ключе. К этому следует добавить, что математика в группе профильных предметов достаточно объемна по своему содержанию, а уровень предметной подготовки (по соотнесению с требованиями к поступающим в вузы) должен быть достаточно основателен. Ведь пока «слабый» осваивает, сильный уже на этом материале будет решать содержательные задачи. Это же означает, что появляется возможность для действенного учета индивидуальных возможностей и склонностей обучающихся, что, как говорят психологи, способствует сохранению психологически комфортной обстановки в учебном процессе.

**Заключение.**

Таким образом, принимая во внимание все вышесказанное, получается, что процесс усвоения знаний курса алгебры и начал математического анализа, а ныне математики, для старших классов оптимизируется при ***возможном*** построении учебной деятельности с элементами целенаправленных возвратов к изученному содержанию для последующего расширения формируемой базы знаний, т.е. ***если найти удачное решение проблемы, то добиться положительного результата в своей деятельности можно, так как способы, пути и условия достижения позитивных результатов своих учеников тебе известны***.

**Выдвинутую мною гипотезу я считаю доказанной.**

 Рассмотренные аспекты изучения сущности и содержания исследовательской деятельности педагога позволяют сделать следующие **выводы**:

* Организация исследовательской деятельности влияет на развитие личности учителя, его творческий рост, позволяет создать условия для реализации самообразования и потребности к саморазвитию, повышает  его профессиональный уровень, методологическую компетентность и педагогическое мастерство;
* навыки исследовательской деятельности позволяют преподавателю гибко перестраивать свою деятельность, ориентируясь на реализацию основной миссии учреждения образования; исследовательская деятельность позволяет педагогу определить оптимальные формы, методы, приемы и средства для организации учебно-воспитательного процесса;
* реализация исследовательской деятельности выявляет проблемы, приводит к четкому пониманию причин несоответствия целей и результата учебного процесса;
* осуществление исследовательской деятельности дает возможность увидеть и прочувствовать «глазами учащихся» степень эффективности организации учебно-воспитательного процесса;
* опора на исследовательскую деятельность позволяет педагогу проектировать и прогнозировать развитие учащихся на долговременный период, что нацеливает педагога на достижение прогнозируемого результата;
* освоение педагогом методологии исследовательской деятельности, способствует грамотному управлению учебно-воспитательным процессом;
* исследовательская деятельность выступает основой для профессионального роста, самосовершенствования и саморазвития.

**Апробация результатов исследования.** Исследование апробировано в рамках программы изучения школьного курса математики.

**Используемая литература:**

1. Алгебра и начала анализа [Текст] : Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.; Под ред. Ш.А. Алимова.– М.: Просвещение, 2006.– 384 с.: ил.
2. Алгебра и начала анализа [Текст] : Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова.– М.: Просвещение, 2007.– 384 с.: ил.
3. Алгебра и начала анализа 10-11 кл. [Текст] : Учеб. для общеобразоват. учреждений. / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова, Л.О. Денищева и др.; Под ред. А.Г. Мордковича.– М.: Мнемозина, 2002.– 375 с.: ил.
4. Алгебра и начала анализа [Текст] : Учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин.– М.: Просвещение, 2007.– 383 с.: ил.
5. Башмаков М.И. Уровень и профиль школьного математического образования [Текст] / М.И. Башмаков. // Математика в шк.– 1993.– № 2.– С. 8-9.
6. Болтянский, В.Г. К проблеме школьного математического образования [Текст] / В.Г. Болтянский, Г.Д. Глейзер. // Математика в шк.– 1988.– № 3.– С. 9-13.
7. Виленкин, Н.Я. Алгебра и математический анализ. 10 кл. [Текст] : Учеб. пособие для шк. и кл. с углубл. изуч. математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд.– М.: Мнемозина, 2006.– 335 с.
8. Волович, М.Б. Математика без перегрузок [Текст] / М.Б. Волович.– М.: Педагогика, 1991.
9. Гнеденко, Б.В. Развитие мышления и речи при изучении математики [Текст] / Б.В. Гнеденко. // Математика в шк.– 1991.– № 4.– С. 3-9.
10. Колягин, Ю.М. Профильная дифференциация обучения математике [Текст] / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. // Математика в шк.– 1990.– № 4.– С. 21-27.
11. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников [Текст] / В.А. Крутецкий.– М.: Ин-т практич. психологии, 1988.– 416 с.
12. Кузнецова, Г.М. Программа для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика 5-11 кл. / Г.М. Кузнецова, Н.М. Миндюк.– М.: Дрофа, 2004.– 172 с.
13. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 кл. [Текст]: Учеб. для общеобразоват. учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов.– М.: Мнемозина, 2006.– 287 с.: ил.
14. Сборник нормативных документов. Математика: (Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования. Приложение к приказу Минобразования России от 18.07.2002, Москва. № 2783) [Текст] / Сост. Э.Д. Днепров, А.Г. Аркадьев.– 2-е изд., стереотип.– М.: Дрофа, 2006.– 80 с.
15. Стандарт среднего (полного) общего образования по математике. Профильный уровень: (Федеральный компонент государственного стандарта) [Текст] / Э.Д. Днепров, А.Г. Аркадьев.– М.: Дрофа, 2004.– С. 81-91.
16. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе [Текст]/ Л.М. Фридман.– М.: Просвещение, 1983.– 160 с.

**17** Кухарев Н. В. Педагог–мастер, педагог–исследователь. — Гомель: Управление образов. Гомельского облисполкома, 1992. — 211 с.

18 О.Г.Хомерики, М.М.Поташник, Лоренсов А.В. Развитие школы как инновационный процесс. Методическое пособие для руководителей образовательных учреждений / под ред. М.М.Поташника. – М.: Новая школа, 1994. – 64с

* 1. Сиденко А. С. Нужен ли эксперимент практику // Школьные технологии. — 1997. — № 1. — С. 73–79.