

## Цикл практических занятий по математике «Решим задачи части «С» ЕГЭ

### Планиметрия (задания С4)

1. На двух параллельных прямых, расстояние между которыми 12, расположены вершины треугольника, боковые стороны которого равны 13. Найти площадь треугольника и его третью сторону.

Ответ: 60; 10 или 78;  $4\sqrt{3}$ .

2. Расстояние между параллельными прямыми равно 4. На одной из них лежит точка  $C$ , а на другой точки  $A$  и  $B$ , причем треугольник  $ABC$  – остроугольный равнобедренный, и его боковая сторона равна 5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

Ответ:  $\frac{10}{5 + \sqrt{5}}$  или 1,5.

3. Дана трапеция  $ABCD$  с боковыми сторонами  $AB = 36$ ,  $CD = 34$  и верхним основанием  $BC = 10$ . Известно, что  $\cos \angle ABC = -\frac{1}{3}$ . Найдите  $BD$ .

Ответ: 36 или  $8\sqrt{19}$ .

4. На окружности радиуса  $R$  последовательно отмечены точки  $K$ ,  $M$ ,  $N$  и  $Q$  так, что величины дуг  $KM$  и  $MN$  равны соответственно  $40^\circ$  и  $100^\circ$ , а хорды  $KN$  и  $MQ$  пересекаются под углом  $70^\circ$ . Найдите длину наибольшей стороны четырехугольника  $KMNQ$ .

Ответ:  $2R$  или  $R\sqrt{3}$ .

5. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность радиуса 12. Известно, что  $AB = 6$  и  $BC = 4$ . Найдите длину стороны  $AC$ .

Ответ:  $\sqrt{35} + \sqrt{15}$  или  $\sqrt{35} - \sqrt{15}$ .

6. Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырехугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключенный внутри треугольника, равен 40, а отношение катетов треугольника равно  $\frac{15}{8}$ .

Ответ: 25 или 32.

7. На стороне  $BA$  угла  $ABC$ , равного  $30^\circ$ , взята такая точка  $D$ , что  $AD = 2$  и  $BD = 1$ . Найдите радиус окружности, проходящий через точки  $A$ ,  $D$  и касающийся прямой  $BC$ .

Ответ: 1 или 7.

8. Окружности радиусов 10 и 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите расстояние между центрами окружностей, если  $AB = 16$ .

Ответ: 21 или 9.

9. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров под углами  $90^\circ$  и  $60^\circ$ . Найдите радиусы окружностей, если расстояние между их центрами равно  $a$ .

Ответ:  $\frac{a\sqrt{2}}{2\sin 105^\circ}; \frac{a}{2\sin 105^\circ}$  или  $\frac{a\sqrt{2}}{2\sin 15^\circ}; \frac{a}{2\sin 15^\circ}$ .

10. Высоты треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Известно, что отрезок  $CH$  равен радиусу окружности, описанной около треугольника. Найдите угол  $ACB$ .

Ответ:  $60^\circ$  или  $120^\circ$ .

11. Прямая касается окружностей радиусов 23 и 7 в точках  $A$  и  $B$ . Известно, что расстояние между их центрами равно 34. Найдите длину отрезка  $AB$ .

Ответ: 30 или 16.

12. Медиана в треугольнике, выходящая из одной вершины, равна высоте, опущенной из другой вершины, и равна 1. Высота, опущенная из третьей вершины, равна  $\sqrt{3}$ . Найдите площадь треугольника.

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  или  $\sqrt{3}$ .

13. Биссектриса внешнего угла при вершине  $B$  треугольника  $ABC$  равна биссектрисе внешнего угла при вершине  $A$  и равна стороне  $AB$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ . (Биссектриса внешнего угла при вершине  $B$  есть отрезок биссектрисы угла, смежного с  $B$ , ограниченный точкой  $B$  и точкой пересечения с прямой  $AC$ ).

Ответ:  $36^\circ; 36^\circ; 108^\circ$  или  $132^\circ; 12^\circ; 36^\circ$ .

14. В параллелограмме  $ABCD$  биссектрисы углов при стороне  $AD$  делят сторону  $BC$  точками  $M$  и  $N$  так, что  $BM:MN=1:3$ . Найдите  $BC$ , если  $AB=6$ .

Ответ: 7,5 или 30.

15. Дан параллелограмм  $ABCD$ ,  $AB=3$ ,  $BC=7$ ,  $\angle A=60^\circ$ . Окружность с центром в точке  $O$  касается биссектрисы угла  $D$  и двух сторон параллелограмма, исходящих из вершины одного его острого угла. Найдите площадь четырехугольника  $ABOD$ .

Ответ:  $\frac{35\sqrt{3}}{6}$  или  $8\sqrt{3}$ .

16. Окружность  $S$  проходит через вершину  $C$  прямого угла и пересекает его стороны в точках, удаленных от вершины  $C$  на расстояния 14 и 48. Найдите радиус окружности, вписанной в данный угол и касающейся окружности  $S$ .

Ответ: 12 или 112.

17. В треугольнике  $ABC$   $AB=12$ ,  $BC=5$ ,  $CA=10$ . Точка  $D$  лежит на прямой  $BC$  так, что  $BD:DC=4:9$ . Окружности, вписанные в каждый из треугольников  $ADC$  и  $ADB$ , касаются стороны  $AD$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите длину отрезка  $EF$ .

Ответ:  $\frac{51}{26}$  или 3,5.

18. Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ABDC$  пересекаются в точке  $E$ . Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника  $AED$  равна 9, а точка  $E$  делит одну из диагоналей в отношении 1:3.

Ответ: 16 или 144.

19. Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

Ответ:  $\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$  или  $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$ .

20. Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  вписана в окружность с центром  $O$ . Найдите высоту трапеции, если ее средняя линия равна 3, а  $\sin \angle AOB = 0,6$ .

Ответ: 1 или 9.

21. Окружность радиуса 24 вписана в равнобедренную трапецию с основаниями 36 и 64. Найдите радиус окружности, которая касается основания, боковой стороны и данной окружности.

Ответ: 4 или 6.

22. Дана трапеция  $ABCD$ , основания которой  $BC = 44$ ,  $AD = 100$ , а  $AB = CD = 35$ . Окружность, касающаяся прямых  $AD$  и  $AC$ , касается стороны  $CD$  в точке  $K$ . Найдите длину отрезка  $CK$ .

Ответ: 5 или 30.

23. В треугольнике  $ABC$   $\angle A = 75^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$ . На стороне  $CA$  взята точка  $K$  так, что  $\frac{CK}{KA} = 3$ . На стороне  $CB$  взята точка  $M$  так, что прямая  $KM$  отсекает

от треугольника  $ABC$  подобный ему треугольник. Найдите отношение  $\frac{KM}{AB}$ .

Ответ:  $\frac{3}{4}$  или  $\frac{3(\sqrt{3}-1)}{4}$ .

24. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BM$  и  $CN$ ,  $O$  – центр описанной окружности. Известно, что  $BC = 24$ ,  $MN = 12$ . Найдите радиус описанной около треугольника  $BOC$  окружности.

Ответ:  $8\sqrt{3}$ .

25. Диаметр окружности, вписанной в треугольник  $PQR$ , площадь которого равна 132, в три раза меньше высоты, проведенной из вершины  $P$ . Известно, что  $QR = 11$ . Найдите сторону  $PQ$ .

Ответ: 30 или 25.

26. Точка  $M$  делит среднюю линию треугольника  $ABC$ , параллельную стороне  $BC$ , на отрезки, один из которых в три раза длиннее другого. Точка  $N$  делит сторону  $BC$  на отрезки, один из которых в три раза длиннее другого. В каком отношении прямая  $MN$  делит площадь треугольника  $ABC$ .

Ответ:  $\frac{1}{3}$  или  $\frac{9}{11}$ .

27. Точки  $D$  и  $E$  – основания высот непрямоугольного треугольника  $ABC$ , проведенных из вершин  $A$  и  $C$  соответственно. Известно, что  $\frac{DE}{AC} = k$ ,  $BC = a$  и  $AB = b$ .  
Найдите сторону  $AC$ .

Ответ:  $\sqrt{a^2 + b^2 - 2abk}$  или  $\sqrt{a^2 + b^2 + 2abk}$ .

28. Дан ромб  $ABCD$  с диагоналями  $AC = 30$  и  $BD = 16$ . Проведена окружность радиуса  $4\sqrt{2}$  с центром в точке пересечения диагоналей ромба. Прямая, проходящая через вершину  $B$ , касается этой окружности и пересекает прямую  $CD$  в точке  $M$ .  
Найдите  $CM$ .

Ответ:  $\frac{119}{23}$  или  $\frac{391}{7}$ .

29.  $ABCDE$  – правильный пятиугольник. Точка  $M$  такая, что треугольник  $DEM$  – равносторонний. Найдите угол  $AMC$ .

Ответ:  $168^\circ$  или  $48^\circ$ .