**МБОУ «Касплянская СОШ»**

**Смоленского района Смоленской области**

**Методическая разработка**

**внеклассного занятия по математике в 8 классе**

**«Алгебраические софизмы»**

**Богачёвой Ольги Вениаминовны,**

**учителя математики**

**Цели:**

**1. Сформировать представление о математических софизмах, дать определение софизма, познакомить с классическими примерами.**

 **Предупредить возможные ошибки, связанные с выполнением запрещенных действий.**

**2. Развивать ОУУН, умение находить ошибки в рассуждениях, математическую речь, логическое мышление, умение сравнивать, анализировать, обобщать, делать выводы, проводить самоанализ работы.**

**3. Воспитывать интерес к предмету, восприятие математики как части общечеловеческой культуры.**

**Литература**

**1. Балк М.Б., Балк Г.Д. «Математика после уроков»**

**2. А.А. Мазаник «Реши сам»**

**3. Е.И.Игнатьев «В царстве смекалки»**

**4. Я.И.Перельман «Живая математика»**

**I. Организационный момент. Сообщение темы и цели урока.**

Два ученика разыгрывают, оставляя записи на доске, сценку, которую остальным учащимся предлагается проанализировать с математической точки зрения.

***Учитель.*** Ну, что Петров? Что же с тобой делать?

***Петров.*** А что?

***Учитель.*** Весь год ты ничего не делал, ничего не учил. Что тебе теперь ставить за год, прямо не знаю.

***Петров*** (*угрюмо глядя в пол).* Я, Иван Иваныч, научным трудом занимался.

***Учитель.*** Да ты что?! Каким же?

***Петров.*** Я решил, что вся математика наша неверна и … доказал это!

***Учитель.*** Ну и как же, товарищ Великий Петров, вы этого добились?

***Петров.*** А-а, что там говорить, Иван Иваныч! Я же не виноват, что Пифагор ошибался и этот … Архимед!

***Учитель.*** Архимед?

***Петров.*** И он тоже. Ведь говорили, что три равно только трём.

***Учитель.*** А чему же ещё?

***Петров*** *(торжественно)* Это неверно! Я доказал, что 3=7!

***Учитель.*** Как это?

***Петров.*** А вот, смотрите: 15-15=0. Верно?

***Учитель.*** Верно.

***Петров.*** 35-35=0 - тоже верно. Значит, 15-15=35-35. Верно?

***Учитель.*** Верно.

***Петров.*** вынесем общие множители: 3(5-5)=7(5-5). Верно?

***Учитель.*** Точно!

***Петров.*** Хе-хе! (5-5)=(5-5). Это тоже верно?

***Учитель.*** Да.

***Петров.*** Тогда все вверх дном: 3=7!

***Учитель.*** Ага! Так, так, Петров, дожили!

***Петров.*** Я не хотел, Иван Иваныч. Но против науки … не погрешишь!

***Учитель.*** Понятно. Смотри: 20-20=0. Верно?

***Петров.*** Точно!

***Учитель.*** 8-8=0 - тоже верно. Тогда 20-20=8-8. Тоже верно?

***Петров.*** Точно, Иван Иваныч, точно!

***Учитель.*** Вынесем общие множители: 5(4-4)=2(4-4).

***Петров.*** Верно!

***Учитель.*** Тогда все, все, Петров, ставлю тебе «2”!

***Петров.*** За что, Иван Иваныч, за что?

***Учитель.*** А ты не расстраивайся, Петров, ведь если мы разделим обе части равенства на (4-4), то 2=5. Так ты далал?

***Петров.*** Ну, допустим.

***Учитель.*** Вот я и ставлю тебе «2”, не всё ли равно. А?

***Петров.*** Нет, не всё равно, Иван Иваныч, «5” лучше.

***Учитель.*** Возможно, лучше, Петров, но пока ты этого не докажешь, у тебя будет двойка за год, равная, по-твоему, пятёрке!

Обсуждение полученных равенств.

**II. Работа над темой занятия.**

**1. Знакомство с понятием «софизм», анализ определения.**

Софизм - рассуждение, в котором явно неправильный результат доказывается благодаря использованию доводов, ошибочность которых сознательно замаскирована.

Обычно в математических софизмах скрыто выполняются запрещенные действия или не учитываются условия применимости правил, формул или теорем.

Каждый раз удаётся «доказать» нелепость лишь благодаря тому, что мы в ходе рассуждения сознательно допускаем ошибку.

Интересно и полезно найти ошибку в рассуждениях, которая приводит к неправильному, абсурдному выводу. Причём, это не всегда просто и легко сделать.

**2. Объяснение софизмов из сценки.**

Рассуждают ученики. Обобщает, повторяет вывод учитель.

Ошибка состоит в том, что сделан вывод о равенстве первых сомножителей у равных произведений при условии равенства вторых сомножителей, что не всегда верно. Такое утверждение верно лишь тогда, когда эти равные вторые сомножители отличаются от нуля и мы можем обе части равенства разделить на это число. В случае же нуля всегда ***а\*0=в\*0*** при любых а и в, так что не обязательно, чтобы ***а=в***.

**3. Упражнение в самостоятельном «доказательстве» равенства: 5=6.**

Ученикам предлагается самостоятельно рассмотреть этот софизм. (35+10-45=42+12-54; 5(7+2-9)=6(7+2-9) )

**4. Анализ некоторых известных математических софизмов.**

**Слон и комар**

Один любитель математических развлечений, занимаясь как-то различными преобразованиями алгебраических выражений, пришёл к выводу: масса слона равна массе комара!

Вот как он рассуждал.

Пусть ***х***- масса слона, ***у***- масса комара.

Обозначим сумму этих масс через ***2v***, тогда ***х+у=2v***.

Из этого равенства можно получить еще два: ***х-2v=у; х=2v-у.***

Перемножим почтенно последние два равенства: ***х-2vх=у-2vу;***

Прибавим к обеим частям последнего равенства по ***v***:

***х-2vх +v=у-2vу +v;***

***(х-v)=(у-v).***

Извлекая квадратный корень из обеих частей последнего равенства, получим***:***

***х-v=у-v***; т.е. ***х=у***, масса слона равна массе комара! В чём тут дело?

ОБЪЯСНЕНИЕ

Извлекая квадратный корень из обеих частей равенства ***(х-v)=(у-v)***, мы упустили из виду два возможных результата:

либо ***х-v=у-v***, либо ***х-v=v-у.***

 Верный же из них только второй и вот почему: ***х*** и ***у***- числа положительные, из исходного равенства следует, что если х меньше, чем v, то у больше, чем v (второй случай).

В первом случае х-v больше нуля, а у-v меньше нуля, следовательно, равенство х-v=у-v не может быть верным (положительное число не может быть равно отрицательному).

Во втором случае х-v меньше нуля, а у-v больше нуля, что опять не подтверждает справедливость равенства ***х-v=у-v***.

Второе же равенство ***х-v=v-у*** не противоречит условиям ни первого, ни второго случаев. Приняв это равенство, мы избежали бы ошибки, но… и не получили бы, как и следовало ожидать, никакого нового результата. Из равенства ***х-v=v-у*** следует исходное: ***х+у=2v***

**Все числа равны между собой**

Пусть а и в - любые два числа, причем а больше в и а-в=с, где с- положительное число. Значит, а=в+с. Умножим обе части этого равенства на положительное число а-в и преобразуем полученное выражение:

а-ав=ав+ас-в-вс;

а-ав-ас=ав-в-вс;

а(а-в-с)=в(а-в-с).

Разделив обе части этого равенства на одно и то же число (а-в-с), получим, что а=в.

**5=4**

Пусть х=5, а у=4, тогда х+у=9.

Умножим обе части равенства на (х-у), получим: х-у=9х-9у или х-9х=у-9у . Прибавим к обеим частям равенства по 81/4, будем иметь: (х-4,5)=(у-4,5); х-4,5=у-4,5; х=у, т.е.5=4.

**2=3**

Возьмём любое число в и число а=в+1. Умножим это равенство почтенно на (а-в), получим:

а-ав=ав+а-в-в;

а+в=2ав+а-в.

Это равенство верно при любых значениях а и в, лишь бы а=в+1.

Подставим в него значения а=2 и в=2, получим:

4+4=2\*2\*2+2-2, т.е. верное равенство. Значит, и исходное равенство а=в+1 будет верным при а=в=2.

Таким образом 2=2+1.

В чём тут ошибка?

 ОБЪЯСНЕНИЕ

 Исходное равенство верно лишь при а=в+1, поэтому нельзя брать а=в=2.

 **1=0**

Рассмотрим систему уравнений:

{х-у=3ху(х-у);

{х-у=1.

Уравнение х-у=3ху(х-у) можно переписать так:

(х-у)=0.

В силу того, что х-у=1, получаем: 1=0.

ОБЪЯСНЕНИЕ

Знак системы означает одновременное выполнение двух условий:

х-у=1 и х-у=0.

Поскольку одновременно это выполняться не может, то это означает лишь, что система этих уравнений не имеет решений, а не 1=0!

**III. Итог урока.**

Что же такое «математический софизм»?

Для чего нужно рассматривать математические софизмы?

Закончить занятие хочу словами великого ученого И.П.Павлова: «Правильно понятая ошибка - это путь к открытию».

