**РАСПИСКА-РАЗРЕШЕНИЕ**

Я, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

учитель (предмет, должность) \_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

разрешаю печатать мой материал (название) \_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_

в учебно-методическом журнале Издательской группы «Основа»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Гарантирую, что этот материал является моей собственной разработкой и не будет передан в другие издательства. Материал передается на безоплатной основе.

Дата Подпись

**АНКЕТА АВТОРА ИЗДАТЕЛЬСКОЙ ГРУППЫ «ОСНОВА»**

Фамилия \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Отчество\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Место работы (полное названия учреждения)\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Должность \_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Паспортные данные: серия\_\_\_\_\_ №\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ выдан\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Домашний адрес г

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Почтовый индекс\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ телефон дом. (\_\_\_\_\_\_) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Телефон служеб. (\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ телефон моб. \_\_\_) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

e-mail \_\_

«ИГ – Основа»

 Для аттестации в декабре 2011г. Контактный телефон 8(926)1035177, 8(496)4222523

МОУ СОШ №17 г. о. Орехово-Зуево Московской области

 учителя математики Колбаско Ольги Антоновны

**Реализация дифференцированного подхода к обучению математики**

Содержание

Введение

§1. Виды индивидуализации обучения школьников

§2. Технология внутриклассной дифференциации обучения

§3. Лекционно-зачетная система – средство реализации дифференцированного

 подхода к обучению

§4 Выработка стандарта при обучении математике

§5 Уровневая дифференциация

$§6 $Задача – как цель и средство в обучении математике

 **Введение**

 Задача дифференциации образования осуществляется в трех направлениях. Первый путь – это школы с разным профилем. Второй – это специализация классов в одной школе, где учащиеся ориентируются на углубленное изучение различных предметов. В небольшой массовой школе это, конечно нереально; но есть и третий путь, связанный с дифференциацией обучения путём дифференциации программы.

 Третий путь, самый важный, состоит в изменении структуры учебников согласно изменению структуры программы. Учебник должен содержать два-три уровня:

- уровень учебного материала, соответствующий стандарту знаний;

-материал для общего ознакомления и изучения более сильными, заинтересованными учениками;

- материал для самых сильных, который можно изучать на уроках, на элективных и факультативных занятиях.

 Такая дифференциация позволит каждому ученику в зависимости от способностей проявить себя с хорошей стороны по одному-двум предметам, утвердить себя как личность.

 Но при этом необходимо помнить, что методологически неверно сводить проверку математического развития к умениям и навыкам рецептурного решения простых стандартных задач. Этот путь диктует учителям неправильное понимание целей обучения, сводит их к тренировке в решении простейших задач. Такое продвижение в обучении математике обманчиво, оно не имеет ничего общего с задачей математического развития учащихся.

 Предполагается разделить учащихся по отношению к курсу математики, в соответствии своих способностей на три группы. Первую группу должны составлять школьники, для которых математика является лишь элементом общего развития и в их дальнейшей деятельности, учебной или производственной, будет использоваться лишь в незначительном объеме. Для этой категории учащихся существенно овладение общей математической культурой. Во вторую группу могут входить учащиеся, для которых математика будет важным инструментом в их дальнейшей деятельности. Для этой категории существенны не только знания о математических фактах, навыки логического мышления, но и прочные навыки решения математических задач. Наконец, в третью группу нужно отнести тех учащихся, которые выберут математику в качестве основы своей будущей деятельности. Учащихся этой группы проявляют повышенный интерес к изучению математики и должны творчески овладеть ее основами. Конечно, при изучении тем различной сложности учащихся по их желанию могут переходить из одной группы в другую.

4

 Еще одним важным требованием к гуманному дифференцированному обучению является требование учета психологических особенностей учеников и учителя. Дифференциацию целесообразно осуществлять не столько за счет расширения или сужения программного материала, а за счет различия в подходах и методах приобретения знаний, в системе предлагаемых школьникам задач. Существующая система задач должна быть кардинально изменена. Содержание самостоятельных и контрольных работ должно предоставлять учащимся возможность выбора тех или иных задач, каждая из которых явно оценена определенным количеством баллов. Нужно выяснить не только то, что ученик не знает, но и важно то, какой материал он знает и умело принимает. Учащиеся групп, выполняющие задания своего уровня в самостоятельной или контрольной работе, после проверки ее учителем могут продолжать работать над заданием следующего уровня.

Диагностика - одна из важнейших функций управления процессом обучения. Она выявляет пробелы в знаниях, в технологии преподавания. Технология учебной диагностики развита еще недостаточно, поэтому в данной работе ей отведено особое место.

Учителю нужно хорошо знать и владеть методикой проведения диагностики типов умственной деятельности учащихся данного класса, определять уровень их знаний, умений и навыков в соответствии с разработанными стандартами, составлять разно- уровневые самостоятельные работы.

Назначение управления в деятельности учителя - это оптимальный выбор учебных технологий. Какие технологии может использовать учитель:

- технология целостного и «блочного» изучения тем, укрупнения дидактических единиц изучения;

-технология дифференцированного обучения;

-технология организации лекционно-зачетной системы обучения в старших классах.

Лекционно-зачетная система обучения способствует достижению наибольшего педагогического эффекта, позволяет поставить познание в центр учебного процесса. Лекционно-зачетная система обладает рядом преимуществ, не свойственных другим формам обучения:

- рациональное использование времени;

- более глубокое усвоение материала при переходе с уровня понимания и

запоминания на уровень творческого осмысления и применения знаний и умений;

- условия для дифференцированной работы с учащимися.

5

Обозначим вопросы, освященные в данной работе:

1. диагностика познавательных сил учащихся одного класса;

2. эффективность лекционно-зачетной системы обучения;

3.сущность дифференцированного подхода в системе лекционно-зачетных занятий для старшеклассников;

4.уровневая дифференциация для учащихся 5 – 9 классов;

5.методическая разработка теории дифференцированного подхода, ее внедрения в практику;

6.Задача – как цель и средство в обучении математике.

 **§1. Виды индивидуализации обучения школьников**

 Учет различий в знаниях – не единственный путь продвижения школьников в учении. Дает результат опора на общие сходные возрастные свойства. Два варианта заданий на всех учеников (по сути, он один) в классе резко сокращает подготовку учителя к уроку. Выявления сходства в подготовки учеников – важное дело для учителя. Как видно, индивидуальный и возрастной подход имеют свои достоинства и недостатки. В учете возрастных свойств не видят индивидуального продвижения.

 Возрастная характеристика школьников – идеальное образование. Например, привязанность младших школьников к фактическому материалу или способность подростов к отвлечению – самые настоящие логические конструкции. Они позволяют учителю выявить реальные достижения школьников, предвидеть трудности, подобрать задания на преодоления привязанности к фактам, на развитие абстрактного мышления.

 При всех своих достоинствах опора на общие возрастные свойства ведет к единообразию в работе учителя. В классе, где нет дифференцированного подхода к обучению, одинаковое задание неэффективно для тех, кто опережает или запаздывает в своем развитии. Именно эти ученики выпадают из эталона возрастной характеристики.

 В своей работе «Разновидность индивидуализации обучения школьников» Мартынович М.А. выделяет три вида индивидуализации. В первом случае ***учет единичного****,* как «повторимую индивидуальность внутри типа и неповторимую в других типах», обеспечит ***непосредственную индивидуализацию обучения****;* учет возраста составит ***опосредованно – унифицированною ветвь индивидуализации обучения****, а* ***учет однородных свойств внутри возраста*** *–* ***опосредованно – типизированную другую ее ветвь***. Последнее соответствует понятию «дифференцированное обучение».

6

Связь разновидностей индивидуализации обучения подтверждается следующей схемой:

 - индивидуальные отличия – основание непосредственной

 индивидуализации обучения . Оно соответствует понятию

 «индивидуальный подход».

 - типические расхождения – основание опосредованно-

 типизированной индивидуализации. Оно соответствует понятию

 «дифференцированный подход» .

 -возрастные свойства -основание опосредованно-унифицированной

 индивидуализации обучения. Это возрастной подход.

 Сочетание индивидуальных и возрастных свойств, рекомендуемое в дидактических пособиях, не преодолевает разрыва между ними, не восполняет недостатки одного за счет достоинств другого. Они остаются противоположными полюсами, исключая друг друга: в одном - лишь разное, в другом общее. Без связующего звена – типологии познавательных сил – переход между ними не возможен. Только совокупность трех характеристик предоставляет цельную картину индивидуального богатства, единство частного и общего.

 В процесс обучения заложен весь набор необходимых профессиональных умений учителя: *диагностировать познавательные силы, выявлять меру сложности заданий, варьировать их по содержанию, выбирать организационные формы, методические средства*. Условием реализации взаимосвязанных дидактических принципов (научности и доступности) является индивидуализация обучения, то есть корректировка деятельности учеников по наращиванию познавательного потенциала в процессе усвоения знаний.

 **§2. Технология внутриклассной дифференциации обучения**

 Составной частью технологического процесса является ***диагностика***. Приступая к ней следует определиться с тем, что диагностируется, с помощью каких методов, какая процедура обработки данных.

 Диагностика осуществляется с помощью двух методик, предложенных Мартынович М.А.: самостоятельной работы и анкеты. *Дидактическая модель самостоятельной работы ограничена тремя видами вопросов*:

7

1. на определения понятия;
2. установление причинно-следственной связи;
3. на применение знаний в новых условиях.

Вопросы подбираются так, чтобы полученные сведения дополнялись, уточнялись, проверялись. Первый вопрос имеет ограничение. Для диагностики можно было использовать *только хорошо известные ученикам понятия, которыми они постоянно пользуются, не имея готовых определений*. С точки зрения содержания первый вопрос выясняет умение устанавливать *родо-видовые связи между разновеликими понятиями и выяснить видовые признаки*. Благодаря этим данным можно судить о степени систематизации знаний в двух направлениях: по горизонтали – между видовыми понятиями и по вертикали – между родовыми и видовыми понятиями. Наличие последних подтверждает высокую степень систематизации знаний. Первый вопрос позволяет определить *глубину проникновения сущности понятия и связи между понятиями разного порядка.* Второй вопрос проще по своей логической структуре и чаще встречается в опыте учеников. *Причинно-следственная связь – это связь между следствием–фактом*, лежащим на поверхности, и причиной-обобщением, скрытым от восприятия, то есть в данном случае опять есть выход обобщения. Одновременно этот вопрос позволяет рассмотреть последовательность суждений учеников.

 Третий вопрос тоже определяет *обобщенность знаний*, но в другой логической последовательности. *Применение знаний означает его успешный перенос*. Переносятся только его обобщенные знания. *Чем шире обобщения, тем шире перенос*. Следовательно, по широте переноса можно судить об уровне обобщений. Троекратный выход на обобщения с разных сторон создает запас прочности диагностического задания, позволяет зафиксировать объективное состояние умственной деятельности.

 Соответственно диагностируемой деятельности подбираются ее показатели: два интеллектуальных - знания и умения (умения отражали процесс познания – его результат) и один побудительный – отношение школьников к учению.

 *Процесс познания* – исходный показатель умственной деятельности – определяется по четырем умениям: *анализировать задание, развернуть рассуждение, обобщить фактический материал и применить его в новых условиях*. В этой совокупности они представляют картину умственной деятельности. Например, *несформированный тип умственной деятельности* отличается незнанием, случайным анализом заданий,

8

хаотичным набором суждений, полным отсутствием обобщения. При такой подготовке не решались даже простейшие задачи на применение знаний. Следующий *частично сформированный тип умственной деятельности* выделяется поверхностным анализом заданий, полным отсутствием самостоятельных суждений, использованием заученных обобщений. В этом случае задачи на применение знаний тоже не решались. *Третий тип умственной деятельности, тоже частично сформированный, превосходил предыдущий по качеству и представлял его разновидность*. Но анализ касался существа заданий, хотя всегда оставался односторонним. В суждениях допускались разрывы, обобщения или неправомерно сужались, или расширялись. Перенос знаний осуществлялся только в стандартных условиях. *Четвертый сформированный тип умственной деятельности* превосходил все предыдущие многосторонним анализом заданий, последовательностью рассуждений, наличием полноценных обобщений и свободным переносом знаний. Каждому типу умственной деятельности соответствовал определенный уровень знаний. Так*, в первом случае отмечалось незнание фактического материала, во втором – привязанность учеников к фактам*, в третьем – владение простейшими понятиями, в четвертом – системой понятий.

 *Примеры самостоятельных работ для диагностирования учащихся*

 5 класс

1. Что такое дробь?

2. Почему при сложении обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями складываются числители, а знаменатель остается тот же?

3. Выполнить действие: а) $\frac{1}{5}$ +$\frac{3}{5}$; б)$\frac{3}{8}$ +$\frac{101}{8}$; в)$\frac{201}{7}$+$\frac{198}{7}$.

6 класс

1. Что такое дробь?

2. Почему на нуль делить нельзя?

3. Найти значение выражения 1,26 : ($\frac{1}{3}$ + $\frac{5}{6}∙( 0,8-0,8∙1,5)).$

9

 8 класс

1. Что такое площадь?

2. Почему площадь прямоугольника равна произведению его длины и ширины ?

3. Найдите длину и ширину прямоугольника, если его периметр 18 см, а площадь – 20 см2.

 Побудительные силы учения определялись с помощью анкеты. Содержание ее соотносилось с возрастом учеников. Разные анкеты могут предлагаться в средних классах.

 *Анкета для учащихся 7-8 классов*

1. Какими предметами ты больше всего интересуешься?

2. Какие предметы ты поставил бы каждый день в расписание?

3. Чем привлекает тебя интересный предмет?

4. Что бы ты рассказал об этом предмете людям, не изучающим его?

5. Какие работы из перечисленных ты хотел бы часто выполнять на уроке

1) решать простейшие задачи;

2)спорить;

3)слушать учителя;

4) выполнять лабораторные работы;

5) читать учебник;

6) участвовать в общей работе со всем классом;

7) самому отвечать;

8) находить разные способы решения одной задачи;

9) писать самостоятельную работу;

10)разобраться самому в запутанном вопросе;

11)комментировать правильное решение задачи;

12)дополнять ответы других;

10

13)задавать вопросы;

14)наблюдать;

 15)выполнять упражнения;

 16)доказывать теоремы;

 17)решать сложные задачи;

 18)проверять работы других;

19)помогать другим в решении упражнений?

6.Какие из перечисленных работ ты бы совсем исключил из урока? Выпиши их ниже.

 *Анкета для учащихся старших классов (9-11класс*)

1.Чем вы предполагаете заняться после школы?

2.Чему имеет смысл посвятить свою жизнь?

3.Оцените свое отношение к математике (положительное, нейтральное, отрицатель-

ное).

4.Какое место Вы отводите математике в будущем?

5.Посоветуйте учителю, как поднять интерес к математике у будущих учеников.

6.На что стоит обратить внимание будущих учеников при изучении математики?

 Содержание анкеты в средних классах ограниченно тремя видами вопросов: степень осознанности или неосознанности личных побудителей учения, информированность в области содержания учебных дисциплин и избирательное, безразличное отношение к видам работ. Все они посильны подросткам, так как в этом возрасте развитие самосознания влечет за собой способность к абстрагированию и формированию самооценки. Чтобы не исказилась реальная картина при ответах, в каждом случае предлагается не один, а два вопроса: прямой и обходной. «Ловушка» позволяет проверить первый ответ на устойчивость, поскольку желание казаться лучше естественно для детей.

 Ответы учащихся сначала сопоставляются в паре, а затем между собой. Если утверждение одних сочеталось с отрицанием других, то признавалось избирательное

11

отношение к предмету, а вместе с ним познавательная активность учащихся. Если утверждение отрицалось или выбора из двух вопросов вообще не было, то отношение к предмету считалось безразличным. Оно отражало познавательную пассивность испытуемых.

 Содержание анкеты для старшеклассников учитывало ведущее новообразование этого возраста – профессиональное самоопределение. Выбор профессии при всей своей нацеленности в будущем объяснял настоящее. Взаимосвязь будущего и настоящего проявилось в оценке собственных возможностей, в избирательном отношении к предметам, в способности анализировать свои и чужие достоинства и недостатки. Троекратное возвращение к побудителям учения разных сторон (предмет будущих занятий, оценка реального отношения, проекция его во времени, советы учителю и ученикам) позволило дополнить, уточнить, сравнить, и конечно, перепроверить личное мнение ученика. Тем самым отсеивались случайные, неустойчивые показания.

 В результате анкетирования типы умственной деятельности дополнялись сведениями о побудительных силах учения. Эти сведения не меняли принадлежности к типу, а обогащали его. Например, низкие интеллектуальные показатели сочетались с отрицательным отношением к учению.

 Установленная по двум показателям типология – основание для определения сложности заданий. Для каждого типа последующий представлял ***зону ближайшего развития***, а не только отработку обязательного уровня заданий. Сложность некоторых заданий несформированного типа (группа А) рассчитывалась на частично сформированный (группа В). Он является для первого зоной ближайшего развития. Если определяется сложность заданий для частичного сформированного типа, то ориентиром был следующий сформированный тип (группа С).

 Неравноценные варианты отличаются друг от друга как по содержанию, так степени сложности, самостоятельности. Варьирование заданий по степени самостоятельности связанно с системой поддержек: одним большей, другим меньшей (указания, работа с алгоритмом, обращение к наглядности и т.п.)

 Итак, избирательная (опосредованно – типизированная) стратегия индивидуализации учебного процесса имеет свою технологию обучения: *диагностика типов умственной деятельности, вариация самостоятельных заданий на всех этапах изучения понятия*.

12

*Типы ответов учащихся в самостоятельных работах и анкетах 9 класса*

 Математика в старших классах позволяет по-новому осмыслить и систематизировать материал, усвоенный в среднем звене. Одновременно содержание этого предмета способствует формированию мышления, творческому познанию действительности. В целях реализации указанных возможностей предмета и сложных учебно-воспитательных задач было введено в 9 классе дифференцированное обучение. Далее описываю диагностику типов умственной деятельности учащихся 9 класса, так как она важна в дифференцированном обучении и вызывает немалые трудности у учителя.

 Диагностировались не индивидуальные, а типические расхождения в умственной деятельности школьников по методике, предложенной М.А.Мартынович. Типические расхождения определялись с помощью самостоятельной работы, вопросы которой отличались и своей формой, и содержанием. Работа проводилась после изучения правильных п-угольников, вписанных в окружность и описанных около окружности. Ученикам 9 класса предлагалось ответить на следующие три вопроса:

 1.Что такое площадь?

 2. Почему площадь прямоугольника находится как произведение его длины и ширины?

 3.Найдите отношение площадей квадратов, один из которых вписан в окружность радиуса R, а другой описан около этой же окружности.

 Первый вопрос на определение понятия площади, казалось, не должен был вызвать затруднений, так как это понятие формировалось в течение всех лет обучения математике, начиная с начальных классов. Ученики часто решали задачи на нахождение площади квадрата, прямоугольника.

 Анализ полученных данных установил три разновидности ответов ученик. Лучшие результаты показали 10% испытуемых (группа С). Они определили понятие площади как «численное значение поверхности фигуры», «величина, определяющая участок местности». Но в большей части ответов (65%), отнесенных почти всех к группе В, понятие площади определялось как «поверхность участка», «участок плоскости», «сколько квадратных метров занимает предмет». Они привязывали понятие площади к

13

конкретному участку. В третьей разновидности (25%) площадь отождествлялась с «произведением длины и ширины», то есть понятие площади для данной группы учащихся существует только как площадь прямоугольника и только. Таким образом, анализ типических ответов по первому вопросу обнаружил существующие различия в понимании одного математического понятия. Только двое учащихся определили его ближе к истине, осознавая площадь как величину, характеризующую поверхность плоских фигур. Такое понимание – следствие обобщения и систематизации знаний. Большинство учеников в классе сводило определение площади к «поверхности фигуры». В последней разновидности ответов воспринимают площадь, как площадь прямоугольника.

 Второй вопрос проверял умение устанавливать причинно-следственную связь, и был хуже освящен учащимися, несмотря на то, что к причинно-следственным связям часто обращаются не только в математике, но и при изучении других предметов. Ответили на этот вопрос верно опять только два ученика. На этот вопрос они записали ответ так: «укладывая квадратики площадью 1 ед2 по всей поверхности прямоугольника, находим его площадь как произведение длины и ширины, делали рисунок:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |
|  |
|  |

 1ед.

20% испытуемых объяснили причину тем, что «каждый прямоугольник имеет свою ширину и свою длину, поэтому мы их умножаем», а 70% класса вообще не дали ответа на этот вопрос.

 Третий вопрос – задача. Решение ее было начато почти всеми учащимися. 15% испытуемых решили задачу полностью, сначала вычислив площадь квадрата, вписанного в окружность данного радиуса, и площадь квадрата, описанного около окружности. Но многие из приступившихся к этой задаче не догадались, что Rоп = rвп.

И тем самым не закончили ее решение (30%). Остальные (55%) либо допускали ошибки в решении, либо во всем не приступали к задаче. Они не справились с заданием, не могли

14

использовать формулы радиусов вписанной и описанной окружностей для квадратов при вычислении их площадей.

 Таким образом, результаты трех диагностических вопросов не совпадали полностью между собой. Самым трудным был второй вопрос установление причинно-следственных связей, вторым по сложности был третий вопрос – задача. Сформированный тип умственной деятельности имеют 10% участвующих, т.е. те, кто определил понятие и выявил причинно-следственную связь. Но при высоком уровне обобщения знаний они неодинаково успешно переносили их из привычных условий в новые.

 Второй тип – самый большой по своему представительству в классе (45% ответов) включая в себя два подтипа. 15% из них были близки к первому типу по состоянию учебной деятельности, что составляют его ближайший резерв. 30% других несколько уступали им в качестве работ, оставляясь стойкой характеристикой второго типа. Их сходство, как и отличие, проявляется в разной степени привязанности к конкретному материалу. По этой причине ученики не владели системой понятий, частично осознавали причинно-следственную связь.

 Третий тип, наиболее критический по своим показателям, подтверждал наличие в 9 классе учеников (45%) с несформированной умственной деятельностью. Опора на личный опыт, житейские представления не приводили к научным знаниям, оставляли учеников без руководства к действию. Беспомощность в учении серьезная преграда усвоения учебной программы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Диагностические вопросы | Количество ответов, % по типам | всего |
| 1 | 2 | 3 |
| 1. Определение понятия | 10% | 20% | 45% | 25% | 100% |
| 2.Установление причинно-следственной связи | 10% | 5% | 15% | 70% | 100% |
| 3.Применение знаний в новых условиях | 15% | 15% | 15% | 55% | 100% |
|  |  |  |  |  |  |

 Так, типология умственной деятельности учащихся определяет успех одних, недостатки других, неподготовленность третьих к работе по учебной программе. Тем самым я убедилась в том, что заложенная в курсе математики возможность систематизации знаний и развития мышления далеко не реализуется. Многое зависит от состояния умственной деятельности, которая у большинства учеников в классе или не сформирована, или еще формируется.

15

Поэтому работа учителя в условиях лекционно-зачетной системы сводится не только к формированию умений и навыков при решении стандартных задач, но и должна быть направлена на развитие умственной деятельности учащихся. Для этого учителю необходимо на лекциях и уроках -практикума чаще обращаться к работе над определениями понятий, к установлению причинно – следственной связи.

 Диагностика интеллектуальных сил внутри класса сочеталась с исследованием побудителей класса.

 Побудители учения изучались с помощью анкет. Результаты опроса сначала рассматривались по классу в целом (горизонтально для каждого ученика, верти-

кально), а затем по типам отдельно. Первый (прямой) вопрос: «Какими предмерами ты больше всего интересуешься?» - выделил следующую последовательность предпочтений девятиклассников: литература, алгебра, биология, русский язык, физкультура, иностранный язык (английский), информатика. Первое место принадлежало литературе, за ним следовало алгебра, биология, информатика, физкультура.

 Второй вопрос поставил учеников в ситуацию воображаемого действия: «Какие предметы ты поставил бы в расписание, если бы составлял его сам?» Второй вопрос уточняет первый. Предполагалось, что интересные предметы, доставляющие удовольствие ученикам, будут внесены в собственное расписание. Так, ответы на второй вопрос не подтвердили в большинстве случаев первый результат. Последовательность предметов в расписании оказалась иной: физкультура, литература, алгебра, биология, русский язык.

 В воображаемой системе алгебра оказалась на третьем месте, а на первом – физкультура, которая была на четвертом месте в первом вопросе. Геометрия не заняла место из перечисленных предметов, не была указана в расписании учащихся вообще. Данные первого и второго вопросов не обнаружили интерес к математике.

 Следующие вопросы анкеты углубляли и проверяли полученные сведения.

 Третий и четвертый вопросы выяснили, какое содержание привлекало учеников. Ответ показал, что учащиеся в познавательных предметах чаще называли учебные действия: узнавать о биографии писателей и поэтов», «читать рассказы, произведения»,

16

«решать простые задачи», «полезное для жизни».

 Обходной вопрос «Что бы ты рассказал об интересном предмете людям, которые его не изучали?» - выяснил, что в основном учащиеся не знают, что рассказать об этом предмете.

 Только высказывания некоторых учащихся показывают об их истинной заинтересованности в изучении предмета. Например, Петрикова Е. пишет : «… что знание этого предмета (русского языка) является гордостью человека, а незнание стыдом», а Коваленко Л. отмечает: «В иностранном языке больше всего меня привлекает перспектива общения с интересными людьми из других стран, познание деталей в искусстве, литературе и в других видах деятельности разных народов мира». Зубкову А. нравится «биология тем, что изучаются различные органы человека, а физкультура тем, что укрепляет здоровье».

 Следующие вопросы: «Какие виды работы ты желал бы выполнять на уроке?”,

«Какие из них исключил бы совсем?» давали ученикам выбрать из предложенного списка (решать простые задачи, спорить, слушать учителя, выполнять практические работы, читать учебник, участвовать в общей работе со всем классом, самому отвечать, доказывать теоремы и свойства, разобраться самому в запутанном вопросе, комментировать ответы других, дополнять ответы других, задавать вопросы, наблюдать, решать сложные задачи, проверять работы других учеников) привлекательные виды работ. Если выполнение их приносило ученикам удовольствие, то это свидетельствовало о готовности к соответствующей деятельности.

 Ответы показали, что девятиклассники чаще хотели слушать учителя, участвовать в общей работе с классом, наблюдать, решать простые задачи, чем отвечать самому, доказывать теоремы и свойства, решать сложные задачи. Сделанный выбор свидетельствовал о готовности учащихся лишь к воспроизведению знаний. А это, как известно, показатель низкой познавательной активности. Действительно, при восприятии учителя, совместной работе исключались интеллектуальные усилия. Ученики не усваивали научных обобщений, не проникали в сущность явлений. Поэтому исключение из урока самостоятельных ответов, споров – еще одно доказательство неготовности девятиклассников к активной познавательной деятельности. Так, пятый и шестой вопросы подтвердили слабость побудительных сил учения с точки зрения видов работы на уроке.

17

В изложенной совокупности анкетных данных обнаружилось предпочтение общеразвивающих предметов познавательным, физических действий умственным, готовых знаний активным интеллектуальным усилиям.

 В усредненной диагностике сглажены все индивидуальные различия. У всех учеников в классе получилось одинаково слабая мотивация учения, хотя это не соответствовало действительности.

 Расхождение в побудительных силах учения учащихся выяснилось методом типизации. Выделен тип сложившихся побудителей учения, который подтверждался ответами учеников, начиная с первого вопроса. Например, перечислив ряд познавательных предметов: литературу, алгебру, биологию, русский язык, учащиеся потвердели его в последующей воображаемой ситуации ( в расписании, составленном учеником). Ответы на третий вопрос свидетельствовали об избирательном отношении к содержанию указанных предметов. Так, в литературе привлекало «биография писателей», в алгебре – «решение задач и примеров», в биологии – «строение организма человека», в физике – «законы природы». Из предложенных видов работ выбор сделан в пользу разнообразных источников самостоятельного пополнения знаний. Этот тип выявил предпочтение познавательных предметов общеразвивающим, избирательное отношение к содержанию дисциплин, осознание новизны учебного материала, желание приступить к видам работ, требующим интеллектуальных усилий.

 Второй тип побудителей учения отличался тем, что первоначально избранные предметы по первому вопросу во втором не всегда подтверждались. Они заменялись на другие и чаще всего общеразвивающие. Учащиеся этого типа считают, что много знают и все предметы вызывают у них большой интерес. Но при изложении содержания предмета сведения их отличались бедностью, порой вообще не определяли, что им нравится в предмете. Из предложенного списка работ на уроке выделены две: слушать учителя, наблюдать, решать простые задачи. В целом этот тип побудителей учения отличало предпочтение общеразвивающих предметов познавательным, полная удовлетворенность собственными учебными успехами, нерасчлененность содержание дисциплин. Все эти характеристики – свидетельство слабых, не сложившихся побудителей сил учения.

 Третий тип отношения школьников к учению отличал выбор одних и тех же общеразвивающих предметов по первым двум вопросам. Из всех видов работ, предложенных в анкете, избраны ими две: наблюдение, слушать учителя. Общая

18

характеристика типа такова: признание интересными только общеразвивающие предметы. Прикладывать минимальные интеллектуальные усилия при воспроизведении готового учебного материала ученики не хотели. У них определялась направленность отрицательного отношения к познавательной деятельности. Она не может и не способствует продвижению в учении, выступая его тормозом.

 Таким образом, типизация побудительных сил вскрыла существенные различия в отношении к учению учащихся 9 класса. Вместе обучаются и те, у кого сформировался познавательный интерес, и те, кто располагал слабыми побудителями учения, и те, кто отрицательно относился к познавательной деятельности. Без дифференцированного подхода обучать всех учащихся одинаково не представляет возможности.

**§3. Лекционно-зачетная система – средство реализации дифференцированного подхода к обучению**

 В преподавании математики эффективно использовать комплекс следующих

*форм организации учебного процесса:*

а) лекции / вводные, обобщающие, текущие/;

б) практические занятия/ решение ключевых задач, комплексное применение знаний, умений и навыков, обобщение и систематизация знаний, уроки - консультации/;

в) зачеты.

 Многие учителя убедились в недостатках комбинированного урока. На таких уроках учителю важно выдержать темп, когда меняются актуализация, изучение нового материала, тут же его закрепление, повторение ранее изученного, что-нибудь из истории математики, задачи-шутки, все это подается с помощью ИКТ. При таком подходе не может быть никакой речи об индивидуальной, дифференцированной работе с учащимися.

 Часто обучение учащихся ведется от пункта к пункту, лишь в конце параграфа или главы делается попытка систематизации, и обобщения знаний. При этом отсутствует один из важных принципов обучения - *проблемность.*

 Куда целесообразнее, даже с психологической точки зрения, дать учащимся

19

наиболее важные сведения по большой теме, преподнести тему крупным блоком. При этом на уроке нужно создать проблемную ситуацию, предложить учащимся ее разрешить вместе с учителем, можно показать практическую необходимость введения того или иного понятия, проследить межпредметные связи. Тем самым урок – лекция – один из трудных видов урока. Не тот учитель хорош, который высказывает истину, а тот, который умело подводит к ней. Школьная лекция не получила еще достаточного распространения не только из-за этой трудности, но и из-за предубеждения: будто она превращает учащихся в пассивных слушателей. Как же включить всех учащихся в активную познавательную деятельность на лекции? Учитель должен быть хорошим лектором. На лекции учащихся получают возможность слышать грамотную, логические стройную речь учителя. К тому же учитель должен владеть мастерством актера, пробудить у каждого стремление к размышлению, не «разжевывать» материал, а пропустить, трансформировать его через личный опыт учителя. Конечно, мгновенно это не получается. Только при постоянной «системе» учить думать, обобщать, можно достичь желаемого результата. В процессе подготовки к лекции необходимо решить вопрос о ее содержании и форме изложения. Необязательно излагать весь материал, можно что-то оставить учащимся для самостоятельной работы и индивидуальных заданий, можно вставить в лекцию учителя сообщения ученика по какому-нибудь вопросу, заинтересовать ребят задачей, которую они смогут решить после изучения нового понятия.

 Очень важно создать на уроке атмосферу свободы, раскрепощённости. Это предполагает возможность «думать вслух», задавать любые вопросы, остановить учителя, переспросить, без этого невозможно творчество учащихся.

 Пропадает страх учащихся за плохую оценку, учитель оценивает лишь правильно высказанные мысли и идеи.

 Основная цель уроков-практикумов по математике состоит в том, чтобы выработать у учащихся умение и навыки в решении простых и сложных задач определенного типа, в овладении новыми математическими методами.

 Первый этап подготовки учителя к урокам-практикумам: учитель должен решить все задачи по теме из учебника, выделив основные виды задач, установить соответствие задачного материала изученной теории; выявить функции каждой задачи/ дидактическая, познавательная, развивающая. Затем отобрать ключевые задачи, выделить задачи, не имеющие решения или допускающие несколько способов решения, распределить типы задач по урокам-практикумам. О необходимости выделять ключевые задачи убедительно

20

свидетельствует опыт работы учителя Р.Г.Хазанкина. Напомню, что под ключевыми задачами темы понимаются такие, к которым можно свести решение других, более сложных задач.

 Все уроки-практикумы должны быть взаимосвязаны. Поэтому готовиться к каждому из них нужно не изолированно, а одновременно. При планировании темы вырабатываются «общая стратегия» ее изучения. Первые из серии уроков обычно посвящается нахождению общих приемов, алгоритмов, выделению основных типов задач. Этот урок вместе с изученным ранее теоретическим материалом становится основой для последующих уроков-практикумов, на которых учащиеся проявляют больше самостоятельности, а учитель имеет возможность лучше учесть их индивидуальные особенности, тут и проявляются дифференциация обучения.

 При переходе от объяснения нового материала к его закреплению учащимися предполагается целая система задач, учитель одновременно объявляет уровень сложности каждой задачи. Учащиеся сами выбирают уровень конечного результата.

 Контроль знаний по теоретическим вопросам, как по алгебре, так и по геометрии проводится в традиционной форме устного или письменного опроса. На это затрачивается много времени, иногда более двух уроков. И только после прочного усвоения теории, можно перейти к задачам.

 Домашнее задание можно дать сразу по всей теме, но после каждого практического занятия указываются упражнения, которые рекомендуется выполнить на данном этапе. При этом в список задач учитель включает задачи разного уровня и сообщает срок его сдачи.

 Целесообразно проводить самостоятельные работы с карточками-заданиями, работы с последующей проверкой на доске, работа парами «сильный -слабый» и «сильный-сильный» с учетом этапа обучения.

 Составленные системы самостоятельных работ разных уровней применяются учителем на последних уроках-практикумах для организации индивидуальной работы. Основным ориентиром в подборе задач должен стать учет «зоны ближайшего развития» каждого школьника. К сильным учащимся следует предъявлять высокие требования, а не ограничиваться заданиями на «среднего» ученика. Отсутствие таких требований может притупить живой интерес к учению, вызвать отрицательное отношение учащихся к школе, затормозить характерный для них высокий темп психического развития. В то же время

21

для ребят с низкой обучаемостью составлена система заданий обязательного уровня.

 Проведение зачетов по математике определенный этап в работе в условиях применения лекционно-семинарской системы преподавания. Материалы к зачетам содержат основные теоретические вопросы программы, задачи на уровне обязательных результатов обучения, типичные задачи, имеющие большую образовательную и развивающую ценность.

 Планируя изучение темы или определенного ее раздела, учитель выделяет специальный урок или два урока на проведение зачета. Устно-письменный зачет рассматривается как возможность повторения теоретического материала, закрепление навыков решения задач, поэтому провожу его перед контрольной работой. Некоторые ответы учащихся, решение отдельных задач могут быть заслушаны на зачете всеми учащимися. Некоторые вопросы зачета иногда можно проконтролировать в виде математического диктанта.

 При проведении зачета удобно разбить класс на несколько групп, в среднем по три – четыре ученика в каждой. Опрос в каждой группе ведет учитель, при этом работа каждого ученика оценивается по трем параметрам: а) состоянию рабочей тетради, наличию домашних работ; б) знанию вопросов теории; в) сформированности навыков решения задач. Итоговая оценка выставляется учителем.

 Карточки для зачета составляются по трем пунктам: а) вопросы теории; б) задания обязательного уровня; в) дополнительная часть (повышенной сложности задания). Если ученик не получил оценку по теме (по разным причинам) на уроке, он может ее сдать позже, до конца четверти.

 На уроках- практикумах можно использовать несколько способов работы групп:

 а)группы В и А решают общее задание фронтально под наблюдением учителя, в группа С выполняет общее или индивидуальное задания самостоятельно. Для них предусмотрен какой-либо вариант проверки (с использованием поворотных досок, интерактивной доски и др.);

 б) группа А работает самостоятельно, а группа В и С вместе с учителем разбирают задания повышенной трудности;

 в) все учащиеся работают самостоятельно, а те, у кого возникли затруднения, выполняют задания под руководством учителя.

22

Для каждой группы предназначен способ проверки.

 **§4 Выработка стандарта при обучении математике**

 Стандарт математического образования представляет систему требований к математической подготовке учащихся. К важнейшим функциям стандарта относится: повышение качества школьного математического образования путем предъявления обязательных требований к уровню подготовки учащихся; обеспечение эквивалентности базового математического образования в условиях разнообразия программ и типов школ; совершенствование учебного процесса в школе, прежде всего, путем реализации уровневой дифференциации обучения.

 Требования к математической подготовке школьников задаются на двух уровнях. Один из них фиксирует те возможности в усвоении курса математики, которые обязана предоставить учащимся школа. Он характеризует результаты, к которым могут стремиться и при желании достичь учащиеся. Условно этот уровень может быть назван повышенным уровнем. Другой – это уровень обязательной подготовки. Он характеризует тот безусловный минимум, которого должны достичь все учащиеся, и определяет нижнюю допустимую границу результатов математического образования.

 Уровень обязательной подготовки конкретизируется образцами типовых задач. В зависимости от того, кем и с какой целью используются образовательные стандарты, различные их функции приобретают превалирующее значение. Так, когда речь идет об использовании стандартов на уровне массовых школ, в ежедневной работе, на первый план выдвигается назначение стандартов способствовать повышению качества обучения математике, гуманизации учебного процесса, его демократизации. Успешное выполнение этих функций существенно зависит от правильного понимания того, что должно измениться в преподавании, как должна быть перестроена вся методическая система обучения.

 Сущность изменений связана с тем, что стандарт явно задает уровень минимально обязательных требований, в связи с чем меняются подходы к целевым установкам обучения, взгляды на права и обязательности ученика. Организую учебный процесс, учитель должен ставить перед собой двойную цель: добиваться безусловного достижения всеми учащимися уровня обязательной подготовки и одновременно создавать условия для усвоения материала на более высоких уровнях. При этом необходимо понимать, что, несмотря на относительную простоту заданий обязательного уровня и сравнительно небольшое их количество, очень нелегко добиться, чтобы каждый

23

ученик свободно справлялся с их решением.

 Опыт показывает, что задача достижения всеми учащимися уровня обязательной подготовки стихийно не решается. Необходимы специальная ориентация учебного процесса, специальное внимание к формированию и отработки базовых знаний.

 Для того, чтобы обеспечить достижение итоговых обязательных результатов обучения, необходимо, чтобы при изучении каждой конкретной темы курса учащихся также достигали определенного уровня подготовки. Важно осознать принципиальную педагогическую установку: каждый ученик может добровольно выбирать для себя уровень усвоения и от темы к теме может переходить от одного уровня к другому. Также при формировании классов необходимо учитывать тот факт, что разрыв в уровнях математической подготовки учащихся одного класса должен быть как можно наименьшим. Обязанность ученика становится выполнение обязательных требований, что позволяет ему иметь положительную оценку по математике. В то же время ученик получает право самостоятельно решать, ограничиться ли ему уровнем обязательных требований или двигаться дальше. Это кардинально меняет традиционные подходы к организации обучения: не следует решать за ученика, какой уровень усвоения соответствует его способностям, но следует создавать в классе такие условия, при которых достижения обязательного уровня будет реальным, а ученики, способные двигаться дальше, будут заинтересованы в этом продвижении.

 Обязательные результаты нацеливают на осуществление дифференцированного подхода к учащимся в ходе обучения. Однако сущность современного взгляда на дифференциацию в корне отличается от традиционного. Современная точка зрения не предполагает давать одним учащимся больший объем материала, а другим меньший. Каждый должен пройти полноценный учебный процесс, каждый ученик должен в полном объеме услышать изучаемый материал. Такой подход выражается в принципе «ножниц», когда при обучении учащимся предлагается в целом больше, чем требуется для обязательного усвоения.

 Немаловажным при таком подходе к контролю является то, что пересматривается принцип оценивания – он приобретает позитивный смысл: отметка выставляется не методом «вычитания», в зависимости от объема незнания, проявленного учеником, а метод «суммирования», учитывающим те знания и умения, которыми он владеет. Это будет способствовать мотивации учебного процесса, повышению активности школьников,

24

их заинтересованности в учебном процессе.

 Организационные формы проверки могут быть различными. Для тематического контроля за достижением уровня обязательной подготовки целесообразно использовать такую форму, как знает. Он отличается от традиционной контрольной работы и по способу проведения: предусматривается необходимость пересдачи в случае отрицательного результата и по системе оценивания («зачтено» или «не зачтено»). При проведении зачетов задачи обязательного уровня могут дополняться более сложными заданиями. За их решение ученику, сдавшему зачет, может дополнительно выставляться «4» или «5».

 Для получения более полной информации о качестве знаний учащихся эти две проверки (обязательного уровня и повышенного уровня) могут быть разведены по времени. Так, например, возможным вариантом организации переводных и выпускных экзаменов является двухуровневая экзаменационная работа. «Сильные» учащиеся по усмотрению учителя могут быть освобождены от переводного экзамена 1 этапа, а остальные в случае положительного результата выполняют экзаменационную работу повышенного уровня.

Разумная постановка образования требует его дифференциации, особенно на последней ступени. В концепции развития школьного математического образования под дифференциацией обучения имеется в виду создание относительно стабильных или временных учебных групп, различающихся по тем или иным признакам (содержание, уровень учебных требований, интересы, форма обучения и т. п.). Разбиение на группы производится на основе добровольного выбора учащихся; в известных случаях необходимы предварительная диагностика. Дифференциация способствует более полному учету индивидуальных запросов учащихся, развитию их интересов и способностей, достижению целей образования. В условиях дифференцированного обучения ученик реализует право выбора предмета или уровня обучения в соответствии со своими склонностями.

Существенно, что в любой (даже специально отобранной) учебной группе мы встречаемся с известным расслоением учащихся. Поэтому, вероятно, ведущий прием дифференциации – так называемая «уровневая дифференциация», проявляющая в дифференцировании заданий – постоянном дополнении заданий «для всех» (ориентированных на базовый для данной группы уровень подготовки) индивидуальными

25

заданиями для каждого. Необходима при этом самостоятельная работа «сильных» и активная помощь «слабым». Базовый уровень определяется в форме образцов задач, которые учащиеся должны уметь решать; этот список должен быть открыт, т.е. известен учащимся.

Важно, что дифференциация включает в себя и организацию работы с отстающими, повторение плохо усвоенных тем и задач, поощрение продвижения.

 **§5 Уровневая дифференциация**

 В настоящее время все больше говорят о получении базового образования. В соответствии с этим вся методическая система перестраивается в плане обеспечения глубокой дифференциации обучения, учитывающей интересы всех групп школьников. *Стратегия учителя в условиях дифференцированного обучения состоит в том, что преподавание предмета ведется на высоком научном уровне по программе, а изменяются содержание и организация контроля знаний учащихся с учетом степени их подготовки*. При традиционном методе контроля неверно ориентирована система оценивания: она строится по методу «вычитания». Другими словами, точкой отчета является оценка «5», и в зависимости от недочетов и ошибок, допущенных учеником, оценка снижается. Одинаковые оценки «3» у двух учеников вовсе не означают, что они имеют одинаковую подготовку. У учителя в результате таких проверок часто создаются искаженные представления о знаниях своих учеников, либо иллюзия достаточности их подготовки, либо, наоборот, полное незнание материала учениками.

 Альтернативой рассмотренному является оценка методом сложения, в основу которой кладется минимальный уровень общеобразовательной подготовки.

 Цели уровневой дифференциации состоят в обеспечении достижения всеми школьниками базового уровня, представляющего собой государственный стандарт образования, и одновременном создании условий для развития учащимся, проявляющих интерес и способности к математике.

*Основные положения зачетной системы контроля:*

*а) составления текста зачета*

 Основными элементами уровневой дифференциации является два стандарта:

26

1)стандарт обязательной общеобразовательной подготовки, т.е. тот материал, которым должен владеть каждый ученик в классе.

2)стандарт для обучения (тот уровень, который должна обеспечить школа интересующему, способному и трудолюбивому ученику).

Поэтому текст зачета состоит из двух частей:

1)обязательная часть и 2)дополнительная часть. Итак, перед изучением темы по предмету учитель выделяет два стандарта, которые предлагаются учащимся.

*Об обязательной части зачета*

 Из опыта видно, что в обязательную часть в один вариант невозможно включить все задачи обязательного уровня. Однако для того, чтобы обеспечить как можно большую полноту проверки, надо шире охватить все группы умений, представленных на уровне обязательной подготовки. Важно не упустить то или иное упражнение (вопрос, задачу) из обязательного стандарта.

Но поскольку учащимся предлагается четыре варианта, чтобы исключить списывание, можно также разнообразить задачи одного типа различными ситуациями. С другой стороны, не следует включать в список обязательных задач те, которые требуют дополнительных знаний, умений. Готовясь к зачету, ученик знает, что все виды задач и вопросов войдут в проверку, будут включены в какой- нибудь из вариантов. Поэтому учащимся вынуждены готовиться по всем обязательным задачам.

 *Характеристика дополнительной части*

 Основное ее назначение – дать учителю возможность дифференцировать учащихся по уровню их подготовки, а также стимулировать школьников, которым хорошо дается математика или другой предмет. При подборе дополнительных заданий к зачетным работам учитель ориентирует учащихся на оценки «4» и «5». Поэтому в дополнительную часть должны входить задания, соответствующие этим оценкам. Опыт показал, что не всегда дополнительная часть включает задания, за которые можно поставить оценку «5». Предлагается, что ученик должен проявить здесь умение с большим числом логических шагов, показать высокий уровень умений и знаний, определенную глубину понимания материала, способность применить совокупность умений и знаний из различных разделов курса.

27

 Объем дополнительной части зачета планируется таким образом, чтобы их выполнение было посильно успевающему ученику в отведенное для зачета время. К содержанию и уровню сложности дополнительных заданий рекомендуется относиться критически и при необходимости пересматривать их, учитывая особенности класса.

*б) подготовка к зачету*

 Как только учитель определил задания обязательной и дополнительной частей по изучаемой теме, он вывешивает образец зачета на стенд. Естественно, это должно произойти в начале изучения темы. При решении упражнений в классе на полях делается пометка «к зачету». Слабым учащимся можно предлагать домашнее задание, соответствующее обязательному уровню. За несколько дней до зачета дается домашняя контрольная работа по материалам обязательной части. Проверить ее желательно до зачета и провести урок коррекции знаний по этой теме. В связи с этим учитель должен подготовить не менее 4 вариантов текстов зачета, что не так уж просто (особенно в старших классах). Время сдачи зачета по данной теме определяется жестко.

*в) проведение зачёта*

 Зачеты в зависимости от склонностей учителя, стиля его работы, особенностей класса можно строить по-разному. Тематические зачеты проводятся в конце изучения темы и направлены на проверку усвоения ее материала в целом. Текущие зачеты проводятся систематически в ходе изучения темы по небольшим, законченным по смыслу порциям учебного материала.

 Текст зачета предлагает каждому ученику, который должен решить данные упражнения за определенное время. Одного урока (45 мин), конечно, недостаточно для решения обязательной и дополнительной частей зачета. Из опыта известно, что каждый учитель сам определяет время для проведения зачета. Многие учителя проводят зачет на двух сдвоенных уроках. Но в этом есть свое «но». Так как ученик должен приступить к решению дополнительной части только после того, как он сдаст обязательную часть учителю, т.е. учитель должен поставить оценку «зачет» за обязательную часть. Бывает так, что учащийся сделает дополнительную часть зачета, не решив при этом обязательную. Поэтому я выбрала для своих учащихся такую форму, когда они написали обязательную часть, и только после моей проверки, выполняют дополнительную.

28

Некоторые умудряются проверить обязательную часть прямо во время проведения зачета. Я считаю, это нерациональным, т.к. позволяет учащимся списывать.

 При решении обязательной части ученик имеет право выбора задания, право на ошибку, при этом ему необходимо набрать определенное количество баллов.

*г) проверка зачета, выставление оценки*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| оценка | «зачет» | «4» | «5» |
| Обязательная часть | 6 баллов | 7 баллов | 7 баллов |
| Дополнительная часть |  | 3 балла | 8 баллов |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № Ф.И.О. | Обязательная часть |  | Дополнительная часть  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | Кол бал | Зачтено,Не зачтено | 1 | 2 | 3 | Кол-во баллов | оценка |
| 1.Иванов | + | + | - | + | 6 б | зачет | 1б | 2б | 5б | 8б | «5» |
| 2.Алексеев | - | - | + | + | 2б | незачёт |  |  |  |  |  |

 Перед текстом каждого зачета вывешивается таблица. Количество баллов в указанной таблице выбрано условно. Проверяя обязательную и дополнительную части, учитель заносит результаты в таблицу.

 За каждое верное выполненное задание из обязательной части ставится 1 балл, решил верно 6 заданий – получил 6 баллов – «зачет», решил меньше – значит зачет будешь пересдавать. И при пересдачи обязательной части зачета учащемуся предлагается заново пересдать только нерешенные задания (аналогичные) из другого варианта.

 Задания из дополнительной части оцениваются разным количеством баллов, т.к. они рассчитаны на «4» и «5». И по сумме баллов учитель определяет оценку.

29

 Не рекомендуется проводить пересдачу дополнительной части, если учащийся не выполнил ее сразу.

 В журнале за выполнение зачетной работы выделяется две графы. В одной из них выставляется отметка «зачет», в другой – «4» или «5». Если ученик не сдал зачет, то соответствующая клетка не заполняется, пока он его не пересдаст.

При передаче в таблице минусы соответствующих заданий исправляются на плюсы, и ставится количество баллов, набранных учеником.

Результаты проведения зачетов в 5 «А» за три триместра.

1.Прежде всего учителя отмечают, что изменилось отношение многих учащихся, особенно тех, кому трудно дается математика.

2.Ученику уже не дается даром, без всяких усилий получить положительную оценку. Многим из них приходится упорно работать, чтобы добиться оценки «зачтено».

3.Изменилось отношение учителей к отметкам «4» и «5», учителя стали более строго выставлять эти отметки; повысились требования к ученикам, претендующим на их получение.

4.У школьников формируется система знаний и умений по теме, от параграфа к параграфу, а не через два или три.

 *Результаты экспериментальной работы*

Реализация дифференцированного подхода при преподавании математики – важная задача учителя. Результаты работы показали достоинства системы обучения. При дифференцированном подходе к обучению у школьников формируется система знаний и умений по теме, от параграфа к параграфу. Контроль знаний по уровням способствует более глубокой и широкой проверке по изучаемым темам, что особенно важно.

 Изменилось отношение не только учащихся, но и учителя к оценкам «4» и «5». С одной стороны, ученики при таком обучении знают, что нужно уметь и знать на «хорошо» и «отлично», на «зачет». И у них есть все для того, чтобы реализовать свои способности. С другой стороны, учитель более строго подходит к выставлению оценок «4» и «5», повысились требования к ученикам, претендующим на их получение. Ученику уже не дается даром, без всяких усилий получить положительную оценку. Многим из них

30

приходится упорно работать, чтобы добиться желаемого результата.

 В педагогике нет моментальных изменений. Они – всегда результат деятельности учеников. Но эта деятельность направляется учителем, от учителя зависит темп и качество наращивания знаний учащихся. Ученик сам вырастит, если учитель разработает систему развивающих заданий. Учащиеся раскрепощаются на уроке, раскрывают свои способности в различных по степени сложности вариантах самостоятельных и зачетных работ. При уровневой дифференциации снижается степень неудовлетворенности в работе, которая в настоящее время беспокоит почти всех учителей.

 Отличаю также, что изменилось отношение многих учащихся к предмету, особенно тех, кому трудно дается математика.

 Более подробно о критериях оценки знаний учащихся. В последнее время все больше признается концепция трех уровней в содержании школьной математики (хотя названия их не определены, но наиболее удачная схема такая):

1уровень – общекультурный;

2 уровень – прикладной;

3 уровень – творческий

 В соответствии этих уровней учителя оценивают знания учащихся: «3», «4», «5». Работая по эксперименту, обнаружила себя следующая проблема. Учащиеся распределились в классе по группам. Эти группы от зачета к зачету почти не меняются. Если их распределить по характеристикам, то к первой группе можно отнести тех учащихся, которые набирают всегда достаточное количество (или более) при решении обязательной части и постоянно справляются с дополнительной частью зачетной работы. Это так называемые «твердые» четверочники и пятерочники; ко второй группе относятся те учащиеся, которые набирают достаточное или даже большее количество баллов в обязательной части, но не всегда им удается набрать достаточное количество баллов при решении дополнительной части (причины самые разные); в третью группу входят учащиеся, которые от зачета к зачету набирают только достаточное количество баллов при выполнении обязательной части, но не могут овладеть знаниями и умениями для решения дополнительной части зачета – это «твердые» троечники; к четвертой группе относятся учащиеся, которые только со второго раза набирают достаточное количество баллов и получают «зачет»; к пятой группе относится очень слабые учащиеся, которые

31

неоднократно пересдают зачет и то только порционно.

 Группа №2 есть в каждом классе. И оценить работу учащихся из этой группы при нашей системе оценок невозможно. Определенно, что это не «три», но и как бы и на «четыре» не набираешь.

 Но ведь цель дифференцированного метода обучения состоит не только в том, чтобы контролировать знания учащихся в соответствии их способностей, но и в продвижении учащихся от одного уровня к более высокому, а иначе ни о каком развивающем обучении нет и речи. Переход учащихся из слабой группы в среднюю это большое достижение не только самого учащегося, но и учителя. И как же быть? Выставлять ему «3», забывая при этом о воспитательном значении оценки? Особенно остро этот вопрос состоит в 5,6 классах, когда дети очень стараются, еще имеют большой интерес к учебе. Такая порочная система оценок заставляет учителей в своем преподавании отдавать приоритет развитию памяти, а не мышлению учащихся. Однако официально делается акцент на развивающем обучении. Учитель при оценивании знаний учащихся из групп №2,3,4,5 должен использовать только одну отметку - «три». Поэтому со второй группой я решаю вопрос так: на уроках учащимся этой группы даю индивидуальные задания развивающего характера и стараюсь тут же выделить то, что не понимает ученик или обнаружить ошибку. Разбирают эту ошибку со всем классом, тем самым корректирую знания и умения учащихся не только этой группы.

$§6 $**Задача – как цель и средство в обучении математике**

 В обучении математике задачам всегда отводилась достаточно большая,

если не решающая, роль. Сейчас всё большее распространение получает прогрессивный метод обучения через задачи как реализация системы проблемного обучения. Основные идеи этого метода находят в какой–то мере отражение в новых учебниках. Задачи становятся не только и не столько целью, сколько средством обучения.

 Исторически сложилось, что на ранних этапах развития математики

решение задач было целью обучения. Ученик должен был заучить образцы и

затем подводить под эти образцы решения задач. В основном решались типовые,

стандартные задачи, принадлежащие к классам алгоритмически разрешимых задач,

т.е. таких, для которых существует общий метод (алгоритм) решения.

 Многообразные ситуации, возникающие на математическом и

нематематическом материале, приводят как к стандартным, так и нестандартным

31

задачам, алгоритм решения которых либо неизвестен, либо не существует.

 В последние десятилетия постепенное изменение целей обучения математике приводит к необходимости учить детей решению нестандартных задач, которые нельзя отнести к классу алгоритмически разрешимых. Именно по отношению к нестандартной задаче возникает необходимость в вариативном поиске решения.

 Задача предполагает необходимость сознательного поиска соответствующего средства для достижения ясно видимой, но не доступной цели. Решение задач означает нахождение этого средства.

 Определённые группы задач, предназначенных для классных и внеклассных

занятий, вполне пригодны для выработки «надлежащих навыков мысли», навыков,

направленных на поиски решения задач.

 В книге М. И. Махмутов рассказывает об исследовании, проведённом группой учёных, математиков и психологов с целью выявления закономерностей активизации познавательной деятельности учащихся. Вот что он пишет в книге:

 «Теоретическое осмысление работ лучших учителей помогло обнаружить в

учебном процессе общую закономерность активизации познавательной

деятельности учащихся*: напряжение интеллектуальных сил ученика вызывается*

*главным образом постановкой проблемных вопросов, проблемных познавательных*

*задач и учебных заданий исследовательского характера*. Это напряжение

рождается в столкновении с трудностью в понимании и осмыслении нового факта

или понятия и характеризуется наличием проблемной ситуации, высокого

интереса учащегося к теме, его эмоционального настроя и волевого усилия».

 Роль задач в обучении математике невозможно переоценить. Через задачу

естественно ввести проблемную ситуацию. Разрешив систему специально

подобранных задач, ученик знакомится с существенными элементами новых

алгоритмов, овладевает новыми техническими элементами. Применять

математические знания в жизненных ситуациях учат соответствующие

практические задачи.

 Итак, как видно из обзора мнений различных специалистов в области образования и обучения математике, задача является основным звеном внутри процесса обучения, а тем более такого, как проблемное и развивающее.

 В связи с развернувшейся в настоящее время во многих странах мира реформой математического образования, проблема постановки задач в школьном курсе математики стала одной из самых важных и животрепещущих проблем в развитии преподавания.

32

 Если понятие математической задачи тактируется достаточно широко, (в частности, если всякую теорему считать задачей), то решение задач является единственной возможностью для математической деятельности учащихся. Умения решать математические задачи является наиболее яркой характеристикой состояния математического образования.

 Как же обстоит дело с обучением учащихся математической деятельности? И, прежде всего, как понимает учащийся (и учитель!) цель постановки задач в школьном курсе математики?

 Почти все учащиеся средней школы считают, что если предложенная им математическая задача решена верно, если полученный ответ совпадает с ответом, данным в учебнике, или одобрен учителем, то работа их окончена, о решенной задаче можно забыть.

 Таким образом, учащиеся забывают об обучающем характере каждой задачи, решаемой в процессе обучения, о том, что *всякая решаемая ими задача должна учить их умению ориентироваться в различных проблемных ситуациях, обогащать их знания и опыт, учить их математической деятельности*.

 Проявляя (в традиционной методике обучения решению задач) значительную заботу о применении математических знаний при решении задач и не обращая внимания на процесс актуализации этих знаний, мы нарушаем единство процесса математического мышления и поэтому не можем обеспечить его должного развития у учащихся.

 Английский кибернетик Д.М.Маккей установил четыре основные черты, отличающие «интеллект от простой способности вычислять»:

1. способность успешно перерабатывать и объединять информацию в зависимости;
2. способность совершать пробные действия, поиск и переходы, не вытекающие из наличной информации (т.е. совершать «скачок через разрыв, существующих данных»);
3. способность управлять поисковым и исследовательским процессом, руководствуясь «чувством близости решения»;
4. способность рассматривать ограниченный, но достаточно большой ряд положений и заключений, совместных с данным положением.

33

 Традиционная система школьных математических задач этим целям пока не отвечает. Подавляющее большинство задач традиционного школьного курса математики были шаблонными упражнениями тренировочного характера, которые по существу не имеют права на название “задача”.

 Но даже эти шаблонные задачи не приведены, как правило, в определенную методическую систему. В этом следует искать ещё одну причину слабого развития способностей к математической деятельности у учащихся средней школы. К числу недостатков в постановке задач, характерных для традиционного обучения математике, можно отнести, например, следующие:

* 1. излишняя стандартизация содержания и методов решения задач в традиционном обучении;
	2. увеличение числа решаемых школьниками стандартных задач в ущерб их обучающему качеству;
	3. излишне узкое понимание роли и целевого назначения математической задачи в процессе обучения;
	4. несовершенство методики обучения через задачи;
	5. несоответствие постановки задач и их решений в школе закономерностям развивающего мышления;
	6. увлечение обучением решению таких задач или таких упражнений, которые в дальнейшем почти не находят приложений ни в процессе изучения основ наук, ни в практике;
	7. обучение школьников через задачи такими умениями и навыками, которые в современной практической деятельности почти не применяются, а в деятельности недалёкого будущего будут переданы компьютерным устройствам;
	8. отсутствие в школьном курсе математики задач, решение которых могло бы подготовить школьника к деятельности, характерной для современного производства: наладке, управлению, рационализации и т.п.;
	9. отсутствие чётких критериев учебной значимости каждой задачи, поставленной в процессе обучения, критерия, способного установить необходимое число задач какого-либо типа для достижения реализуемой через них цели обучения.

 34

 Таким образом, налицо различные аспекты проблемы постановки задач в процессе обучения математике: методический, психологический. Как правило, традиционные школьные математические задачи таковы, что требуют для своего решения определенных знаний, умений или навыков по узкому вопросу программного материала. Поэтому роль и значение их исчерпывается в течение того непродолжительного вопроса программы.

 При этом вспомогательная роль таких задач в процессе обучения не является секретарём ни для учащихся, ни для учителя: проиллюстрировать изучаемый теоретический вопрос, разъяснить его смысл, помочь усвоить изучаемый факт через простейшие упражнения, выполняемые по образцу, продиктованному теорией, и только. Плохо то, что, несмотря на значительные затраты учебного труда и времени на решение таких задач в школе, мы не достигаем ожидаемых результатов для значительного числа выпускников средней школы.

 Основным становится формирование у школьника умения ориентироваться в новых задачных ситуациях, накапливать информацию, полезную для решения других задач или изучения новых разделов математики, обучение учащихся разнообразным математическим методам познания реальной действительности и т.д.

 Именно этот аспект обучения математике отражён в следующем перечне ***целей обучения через задачи:***

1. заинтересовать или мотивировать;
2. практиковать «технику решения системы задач»;
3. формировать понятие математической модели.

 Говоря о роли математических задач в развитии у школьников способностей к самостоятельной познавательной деятельности творческого характера, отметим полезность постановки в школьном обучении математических задач проблемного характера. Правильная постановка задач и упражнений в обучении математике во многом определяет современную методику преподавания, так как решение задач служит различным конкретным целям обучения. Так, например, задачи могут использоваться при введении в изучение новой темы, для самостоятельного установления школьниками какого-либо математического факта, подлежащего изучению или иллюстрации этого факта, с целью глубокого усвоения теоретического материала или выработке

35

необходимых умений и навыков, для контроля знаний и самоконтроля, возбуждения и развития интереса к математике и, наконец, приобщения учащихся к деятельности математического характера – поисковой и творческой, развития у школьников логического математического мышления.

*Структура математической задачи:*

А -- условие или данные задачи;

В --теоретический базис математической задачи (совокупность утверждений, правил, законов, свойств, теорем, а также выводы ранее доказанных или решённых задач);

С -- способы решения задачи, этапы её детального решения с обоснованиями и вычислениями;

Х -- заключение или требования задачи;

*Решение каждой математической задачи осуществляется по четырем основным этапам:*

1. анализ и понимание условия и требования задачи; ясное усвоение и осмысливание отдельных элементов условия;
2. составление плана решения; рассмотрение всех возможных случаев и способов её решения;
3. практическая реализация плана во всех его деталях;
4. окончательное рассмотрение задачи и её решения с целью усвоения тех моментов, которые могут стать полезными для дальнейшего решения задач, выделение необходимых и лишних данных.

Для выработки правильного понимания школьниками поставленной задачи можно *рекомендовать соблюдение следующих требований:*

1. начинайте изучение условия задачи с аккуратно выполненных схем. Помните, что правильное графическое представление условия задачи означают по существу четкое, ясное и конкретное представление о всей задачной ситуации в целом;
2. представьте ясно и детально все основное, связанное с данной задачей. Обстоятельно выясните, что дано, что надо найти; выделите при этом главное в тексте условия задачи и сконцентрируйте на нем своё внимание. Выделите на чертеже данные и искомые величины различными яркими цветами;
3. проверьте тщательно каждое выдвигаемое в процессе решения задачи положение контрольными вопросами вида: что это означает, какие имеются основание для данного утверждения, какую пользу можно извлечь из данного факта?

36

1. проверьте, однозначно ли сформулирована задача. Нет ли в условии задачи избыточных или недостающих данных?

Говоря о первой из этих требований, отметим, что оно особенно важно при решении геометрических задач, где наглядный и четкий чертеж позволяет иной раз с первого же взгляда обнаружить возможные пути решения.

 Немаловажную роль в успешном решении задач играет целенаправленность поиска решения, т.е. сознательное ограничение числа проб и ошибок, характерных для начальной его стадии.

 Иногда учащийся не в состоянии самостоятельно проанализировать задачу и решить ее без помощи учителя. Однако в этом случае не следует сообщать ему готовое решение, а тем более заставлять школьника заучить данный в готовом виде способ действия. При создании оптимальных условий, которые бы активизировали мыслительную деятельность учащихся при решении задач, весьма часто применяется особый дидактический прием, называемый системой подсказок. Система подсказок, состоящая из вспомогательных задач, вопросов и т.п., не подменяя мышление школьника, придает ему нужное направление, т.е. делает поиск решения целенаправленным.

 *Полезность упорядочения поисковой деятельности в процессе решения задач школьникам следует продемонстрировать на эффективно подобранной задаче и ее решении*.

*Как учит решать задачи современная школа?*

 Однако использование задач в процессе обучения математике и в настоящее время ещё далеко от совершенства. Как пишет А.Эсаулов в психологии и педагогике обращается внимание преимущественно на то, как решаются уже кем–то найденные и вполне чётко сформулированные задачи, а не на то, как они обнаруживаются и ставятся. В результате получается, что человек, привыкший видеть перед собой чётко и корректно сформулированную задачу, просто теряется в незнакомой ситуации, будь то хоть обычная некорректная математическая задача или некая задача, возникшая как следствие из практики (прикладная). В современном математическом образовании отмечается следующий актуальный аспект: изучение математики на всех этапах должно иметь развивающий характер и прикладную направленность. Молодёжи необходимо давать не просто конкретную сумму знаний, но и прививать ей навыки творчества, интерес к исследованию, формировать у неё положительную мотивацию.

 Интерес к учебной деятельности, подкрепляемый постоянным активным

участием в открытии новых истин, проверке гипотез, поиском способа действий

в задаче, является основным психологическим условием успешности этой

деятельности.

37

 Школьные уроки математики по–прежнему нацелены на прохождение

программы, а не на развитие мышления у детей. Учитель видит свою задачу в

том, чтобы школьники с его помощью усвоили ещё одну порцию материала.

Однако главная его задача – всемерно содействовать развитию познавательных

возможностей у учащихся.

 Основную часть времени на уроке ученик проводит, решая задачи, и во

многом от их особенностей (сложности, многогранности, сюжетной формы,

последовательности и др.) и зависит, насколько успешным будет процесс

обучения математике. Но что же мы имеем на самом деле? На практике

получается, что чаще всего процесс решения задач на уроке обладает

некоторой рутинностью и оставляет ученику мало возможностей для творчества.

Со временем такая специфика задач вырабатывает у ученика некоторый

неправильный стереотип мышления, относящийся к решению задач. Ученик просто

ищет стандартную ситуацию, к которой можно было бы применить известные

формулы и теоремы, и теряется, когда предложенная задача требует даже

несложного нестандартного подхода.

 По мнению Л.Фридмана, одной из основных в обучении математике функций

задач является функция формирования и развития у учащихся общих умений

решений любых математических (в том числе и прикладных) задач.

 Учащиеся же в настоящее время не получают никаких специальных знаний,

на базе которых возможно такое формирование. Более того, в настоящее время

эти общие умения формируются чисто стихийно, а не в результате

целенаправленного, систематического обучения. Считается, что эти умения

могут возникнуть лишь благодаря решению большого числа математических

задач.

 Анализ школьных учебников математики показывает, что они содержат

вроде бы достаточное (или даже избыточное) количество задач, из которых

учитель может составлять наборы задач, ориентированные на разные классы и

на разных учащихся. Однако учебный эффект получается, по мнению многих

педагогов–исследователей, с которым я вполне согласна, невысоким.

 Большинство учащихся, встретившись с задачей незнакомого или

малознакомого вида, не знают, как к ней подступиться, с чего начать

решение, и при этом обычно произносят печально известные слова: «А мы такие

не решали».

 Каковы же причины этого широко распространённого явления?

 Видится основная причина в неудовлетворительной постановке задач в обучении математике. Проблема постановки задач в процессе обучения математике до сих пор не нашла удовлетворительного решения ни с точки зрения содержания учебных задач, ни с точки зрения их целевого назначения, ни с точки зрения числа обязательных или необязательных задач или представления их в виде целостной системы.

 Сейчас, когда учащиеся не имеют систематических знаний о задачах и

сущности их решения, главное внимание учащихся (и учителей) направлено на

то, чтобы найти решение задачи и притом как можно быстрей. На

38

заключительный анализ, на установление того, какие выводы можно сделать из

выполненного решения, – на всё это уже не остаётся ни сил, ни времени, ни

желания, а ведь это едва ли не главные аспекты решения задач.

 В школе невозможно, да и не нужно, рассматривать все виды

математических задач. Сколько бы задач ни решали в школе, всё равно

учащиеся в своей будущей работе встретятся с новыми видами задач. Поэтому

школа должна вооружать учащихся общим подходом к решению любых задач.

 Одной из особенностей математики является *алгоритмичность решения*

многих её задач. Алгоритмом, как известно, называется определённое указание

относительно того, какие операции и в какой последовательности надо

выполнить, чтобы решить любую задачу определённого типа. Конечно, очень

большое количество задач не алгоритмизируется и решается с помощью

специальных, особых приёмов. Поэтому способность находить пути решения, не

подходящие под стандартное правило, является одной из существенных

особенностей математического мышления, как об этом пишет

академик Колмогоров.

 Необходимость специальных способностей для изучения и понимания

математики часто преувеличивают. Впечатление исключительной трудности

математики иногда создаётся её плохим, чрезмерно формальным изложением на

уроке.

 Умение последовательно, логически рассуждать в незнакомой обстановке

приобретается с трудом. На математических олимпиадах самые неожиданные

трудности возникают именно при решении задач, в которых не предполагается

никаких предварительных знаний из школьного курса, но требуется правильно

уловить смысл вопроса и рассуждать последовательно.

 Многие нарекания вызывает и подготовка школьников как абитуриентов,

поступающих в ВУЗы на физико–математические специальности. Результаты ЕГЭ, многолетняя практика приёмных экзаменов показывает, что воспитанные в традиционной школе абитуриенты обладают знаниями, достаточными для поступления в ВУЗ, однако интеллектуальное развитие большинства из них и, прежде всего,

уровень абстрактного и логического мышления недостаточен для эффективного

обучения по выбранной специальности.

 Итак, наборы задач имеющихся школьных учебников пока ещё не удовлетворяют требованиям, предъявляемым к результативности математического образования. Чаще всего, эти задачи относятся к алгоритмически разрешимым, не развивают у учеников вариативного мышления, не учат множеству навыков, столь необходимых для решения задач, как школьных, так и бытовых, производственных, научных и т.д.

 Анализ школьных учебников математики показывает, что с 5–го по 11–й

класс ученики решают более 7000 задач.

 Если взглянуть на задачи, представленные в школьных учебниках

математики, то все задачи, содержащиеся в них, внутри одной темы

классифицированы по степени сложности и расположены, как правило, в порядке

её возрастания.

 Среди предлагаемых учащимся задач представлены задачи разных

классификаций (по крайней мере, к этому стремятся авторы учебников**):** *по их*

39

*назначению – тренировочные и развивающие, по наличию алгоритма решения –*

*стандартные и нестандартные, по характеру требования – доказательные,*

*вычислительные и конструктивные.* Есть и другие классификации, находящие то

или иное отражение в школьных учебниках.

*Методика развития критичности и гибкости мышления*

*в процессе решения математических задач*

 Но одна из классификаций почти не находит отражения в действующих

учебниках за редкими исключениями. Речь идёт о классификации по характеру

условия задачи – определённые, неопределённые и переопределённые.

Школьникам преимущественно предлагаются задачи определённые, т.е. задачи,

содержащие в условии ровно столько данных, сколько их требуется для

получения ответа, не больше и не меньше. Но почему не больше и не меньше?

 Если учитель ставит целью научить своих учеников решать задачи из

жизни, а не из учебников, то он должен научить их: *1) математизировать*

*ситуацию (т.е. переводить задачу бытовую, производственную и др. на язык*

*математики); 2) выбирать необходимые для решения величины из их чрезмерного*

*множества или осуществлять вариативный поиск данных, недостающих для*

*решения задачи; 3) решать полученную математическую задачу; 4)*

*анализировать найденные решения, сравнивать их, выбирать наиболее*

*экономичные; 5) разматематизировать ситуацию (т.е. переводить полученный*

*ответ на язык бытовой, производственной и прочей практики).*

 Из перечисленных видов деятельности школа учит разве что третьему.

Остальные затрагиваются в такой ничтожной мере, что говорить даже о

частичном обучении здесь вряд ли следует. Например, если вспомнить о

задачах неопределённых и переопределённых, то таких в современных учебниках

насчитывается не более полупроцента, да и тех учителя чаще всего не

замечают.

 Профессор Н.Рогановский в своём учебнике, предлагает задачи под рубриками, среди которых есть и такие: «Все ли возможные случаи рассмотрены?», «Достаточно

ли данных для решения задачи?», «Сколько решений имеет задача?» и т. п.

Естественно, задачи, предлагаемые под этими рубриками, соответствуют

поставленному вопросу, т.е. имеют несколько вариантов реализации условия,

несколько возможных путей решения, и количество данных в условии не

обязательно является необходимым и достаточным для получения ответа.

 Однако, многие известные педагоги–исследователи считают использование

таких задач полезным и необходимым.

 Например, **М.Крутецкий** в своей книге "Психология математических

способностей школьников" приводит такую **классификацию:**

 1. Задачи с несформированным условием – задачи, в которых имеются все

данные, но вопрос задачи лишь подразумевается.

 2. Задачи с избыточным условием – задачи, в которых имеются лишние

данные, не нужные для решения, а лишь маскирующие необходимые для решения

задачи данные.

 3. Задачи с неполным составом условия – задачи, в которых отсутствуют

40

некоторые данные, необходимые для решения задачи, вследствие чего дать

конкретный ответ на вопрос задачи не всегда представляется возможным.

 4. Задачи с противоречивым условием – задачи, содержащие в условии

противоречие между данными.

 В.А.Крутецкий описывает исследование, которое он с группой

исследователей проводил во многих школах СССР в течение 12 лет с 1955 по

1966 годы. Исследователи использовали задачи различных типов, среди которых

были и приведённые в этой классификации, в качестве тестовых заданий для

выявления психологических аспектов математических способностей школьников.

По результатам этого исследования получилось, что сильные ученики

справляются с задачами указанных типов практически самостоятельно, быстро,

практически без помощи испытателя. Ученики средних способностей также

неплохо справляются с подобными заданиями, однако для их решения им

требуется больше времени и иногда наводящий вопрос, наталкивающий на

решение. Слабые ученики практически не могли самостоятельно провести

решение этих задач, не видели связи между объектами задачи, и даже с

подсказкой испытателя не могли справиться с заданием.

 Следует отметить, что именно с указанными типами задач исследователи

связывали наибольшие надежды.

 В книге Д.Пойа "Как решать задачу" приводится похожая классификация,

отличающаяся лишь тем, что в ней отсутствуют задачи с несформированным

составом условия. Более того, в своей таблице, направленной в помощь

решателю, Д.Пойа первыми пунктами поставил вопросы: Возможно ли

удовлетворить условию? Достаточно ли условие для определения неизвестного?

или недостаточно? или чрезмерно? или противоречиво?

 Вроде бы Пойа предполагает решение самых обычных, школьных задач,

однако он не исключает возможности наличия некоторых "аномалий" в условии

задачи, к существованию которых ученики должны быть готовы.

 П.Эрдниев в своей книге предлагает использовать в

обучении математике задачи с неполным составом условия ещё с младших

классов, причём он считает, что использование таких задач (деформированных

примеров, как он их называет) позволяет проводить обучение опережающими

темпами, с их помощью можно коренным образом изменить мыслительные процессы

решающего, превратив их в более сложные, более содержательные и потому

лучше развивающие способности ученика.

 У Н.Метельского встречается такая классификация задач. Между условием

задачи (А) и её требованием (Х) может быть различное соотношение,

определяющее число решений. Обычно школьная задача имеет одно или несколько

определённых решений и потому называется определённой. Этот тип задачи

условно можно изобразить формулой А=>Х, которую будем понимать

так, что условие А содержит достаточно и только достаточно данных для

выполнения требования Х. Если из условия А какое–либо данное опустить, то

получим неопределённую задачу. Она имеет бесконечное множество решений,

зависящих от бесконечного множества значений той величины (параметра),

которой принадлежало значение, выброшенное из условия. Наконец, условие

41

может содержать, кроме А, некоторое дополнительное данное, и тогда задача

называется переопределённой. В частном случае это "лишнее" данное может

вытекать из тех, что уже имеются в задаче, и тогда задача оказывается

определённой задачей. В остальных случаях переопределённая задача не имеет

решения, поскольку её данные противоречат друг другу, несовместимы.

Основные функции задач в обучении выполняют определённые задачи, однако

известную пользу, по мнению Н.Метельского, приносит учащимся знакомство с

неопределёнными и переопределёнными задачами.

 Задачи из рассматриваемой классификации полезны тем, что: они не

обладают алгоритмичностью решения, они активизируют умственную деятельность

учащихся, заставляют их искать нестандартные подходы к решению задач, а

также допускают как несколько способов решения, так и несколько решений

вообще.

 В подтверждение этого мнения интересные факты приводит в своей статье

"Остроугольный или тупоугольный?" И.Дегтянникова. Она пишет: "Решая задачу,

часто даже не задумываемся о реальности её условия. Поэтому правы те

авторы, которые включают в свои учебники задачи с нереальными условиями.

Это заставляет проверять условия у всех задач. Кроме того**, нереальные**

**задачи – это готовая проблемная ситуация».**

 Отсутствие указанных задач в школьных учебниках приводит к тому, что и

учителя не ориентируют свои умения на такие задачи, в результате чего их

педагогическая подготовка содержит изъяны.

 Вот текст задачи: "Отрезок BD является биссектрисой треугольника АBC. Найдите DC, если AB=30, AD=20, BD=16 и <BDC=<C.

 Вроде бы ничего особенного в этой задаче нет. Однако проведя

решение двумя различными способами, заметим, что ответы в них не совпадают.

Попытка смоделировать треугольник с данными, указанными в задаче, показала,

что данные содержали противоречие. Оказывается, авторы популярного

учебника, включив противоречивую задачу в свой учебник, не заметили её

противоречивости, как не замечали её и тысячи учителей, несколько лет

работавших по этому учебнику.

 Присутствие такой задачи (пока что только одной) в учебнике геометрии

– только на пользу ученикам и учителям. Жаль, что эта задача – результат

случайной оплошности авторского коллектива, а не результат её закономерного

выбора.

 Как пишет М.Буловацкий, школьник, как правило, игнорирует важные вопросы о переизбыточности, недостаточности или противоречивости условий задач, так как задачи из школьных учебников не требуют размышления над такими вопросами, потому что в них практически всегда имеется столько данных, сколько необходимо для решения. И это является, по мнению М.Буловацкого, серьёзным недостатком математического образования школьников.

 По результатам эксперимента переопределённые (с избыточным составом условия) или неопределённые (с недостатком данных) задачи ставят большинство школьников в тупик, из которого они зачастую не в состоянии выбраться. И это затруднение возникает в связи с тем, что у школьников не отработан навык отбора и предварительной

 42

оценки данных задачи. Как считает М.Буловацкий, отработке этого навыка нужно уделять специальное учебное время.

 Итак, анализ литературных источников выявляет важную для

математического образования проблему: многие педагоги–исследователи

указывают на целесообразность использования в обучении задач с

«аномальными» условиями, а авторы учебников на это указание почти не

реагируют.

 Заинтересовала эта проблема с разных точек зрения. Во–первых,

насколько полезно включение таких задач в школьный курс математики?

Во–вторых, нужно ли специальное обучение учащихся решению таких задач? И

если нужно, то каковы методические особенности такого обучения?

*Как ученики реагируют на «аномальные» задачи?*

 Было показано, что многие известные в педагогике учёные считают полезным включение неопределённых и переопределённых задач в процесс обучения. Почему же большинство учебников уделяет такое слабое внимание этим задачам? Может быть, учащиеся и без специального обучения в состоянии решать такие задачи? По крайней мере, выводы В.Крутецкого близки к утвердительному ответу. Но имеются и другие мнения.

 Чтобы ответить на этот вопрос, был проведён ряд экспериментов в разных классах.

 Так, в 2007 году был проведен небольшой эксперимент в средней школе № 25 г. Орехово-Зуево. Ученикам 6 класса, в составе которого на момент проведения

эксперимента было 25 человек, на самостоятельной работе в качестве

дополнительного задания была предложена следующая задача: в прямоугольнике

стороны равны 8,4 см и 3,9 см, а периметр 24,6 см. Найти площадь

прямоугольника. При решении этой задачи в классе выделилось несколько

групп: 1 ученик не решил её вообще, мотивировав это тем, что не успел этого

сделать; 2 ученика решили эту задачу полностью с объяснением того, почему

они не использовали при решении задачи данный в ней периметр, но не

проверили, соответствует ли данная длина периметра длинам сторон; 1 ученик

решил эту задачу полностью и проверил соответствие в ней данных друг другу, но при этом возился с решением около 10 минут, а остальные ученики просто написали

ответ к задаче без каких бы то ни было объяснений к нему.

 После решения задания с учеником, полностью решившим задачу, была

проведена беседа о том, с какими трудностями он столкнулся в процессе

решения задачи, и выяснилось, что, решая эту задачу, он вначале думал, что

в задаче даны два прямоугольника, площадь одного из которых он нашел сразу

же и долго вычислял, как можно выразить площадь прямоугольника через его

периметр. Но потом проверил, что длина периметра полностью соответствует

длинам сторон, и решил, что в задаче речь идет об одном и том же

прямоугольнике, а периметр дан только для того, чтобы запутать решение.

43

 На следующем уроке класс изъявил желание узнать, как же правильно решается эта

задача. Им было подробно объяснено, что периметр в задаче является лишним

данным и его не нужно использовать для решения, но в данной ситуации длины

сторон в задаче соответствуют периметру, что бывает не всегда и требует

проверки. После чего была предложена для решения задача аналогичного

характера, но содержащая противоречие в тексте: в прямоугольнике длины

сторон равны 6,7 см и 4,2 см, а площадь равна 25,3 кв. см. Требуется найти

периметр прямоугольника. Как и ожидалось, все 25 учащихся решили эту задачу

без использования площади и записали ответ. Все посчитали, что площадь в

задаче является лишним данным, но никто не счёл нужным проверить,

соответствуют ли данные друг другу. Результат самостоятельной работы

(отсутствие "пятёрок" в работе с несложными задачами) заставил их всё же

задуматься. Очередная беседа на ту же тему была воспринята ими уже с

большим вниманием и пониманием. Учащиеся с большим интересом стали

относиться к «не таким» (их определение) задачам, а позже и сами стали

сочинять задачи с лишними данными, предлагая их друг другу и учителю как на

уроках, так и вне уроков.

 Представляется, что этот интерес можно объяснить новой необычной

ситуацией в сфере знакомых вещей: для решения таких задач новых знаний не

требуется, но требуется новый подход к ним, новые мыслительные приёмы. Т.е.

происходит «шлифовка» мышления, его тренаж, что вполне соответствует

запросам растущего организма.

 Был проведен эксперимент и в 10 классе той же школы, где на момент

эксперимента было 19 учащихся. Им была предложена для решения следующая

текстовая задача: в одной мензурке имеется некоторое количество кислоты, в

другой мензурке – такое же количество воды. Для приготовления раствора

сначала вылили из первой мензурки во вторую 30 граммов кислоты. Затем 2/3

раствора, получившегося во второй мензурке, перелили в первую. После этого в

первой мензурке оказалось в 1,4 раза меньше жидкости, чем во второй

мензурке. Сколько кислоты и воды было взято первоначально?

 13 учеников смогли верно составить уравнение, провести его решение

и записать ответ: 12 граммов воды и кислоты было первоначально. На этом все

прекратили решение задачи. Далее им было предложено вернуться к условию

задачи, и попробовать подставить полученный результат в условие. Здесь

сразу же возникли трудности, поскольку из мензурки, содержащей 12 г

жидкости, требовалось вылить 30 г. Ученики отказывались понимать, как могло

так получиться, что задача красиво решилась, но то, что получили в качестве

ответа, не подходило по тексту задачи. Непонятным было также и то, как

можно записать в ответе, что нет решения, когда на самом деле оно есть.

 Задача вызвала резко негативное отношение десятиклассников, которые

считали бесполезным решение таких задач для своего образования. Они

требовали от учителя предлагать им для решения "нормальные" задачи, какие

им и придётся решать при поступлении в ВУЗы.

 Таким образом, эксперимент показал не только недостаточное развитие

44

мышления старшеклассников, но и то, что у них уже отсутствует стремление к

такому развитию. Они сами определили себе «потолок» своего развития, своей образованности, что в принципе для человека ненормально.

 Аналогичный мини–эксперимент был проведён в 2010

году. Он проводился с учащимися средней школы № 17 г. Орехово-Зуево. В эксперименте принимали участие ученики 11–го класса.

 Этим учащимся были предложены на уроке для самостоятельного решения

следующие задачи:

В параллелограмме стороны 3 см и 5 см, а высота 4 см. Найти площадь

параллелограмма.

В параллелограмме стороны 4 см и 5 см, а высота 3 см. Найти площадь

параллелограмма.

 С первой задачей возникли проблемы следующего характера: часть

учеников, не обратив внимания на то, что в данной задаче параллелограмм

определяется однозначно (высота 4 см может быть проведена только к стороне

3 см), выдали два ответа (12 см2 и 20 см2); ещё одна часть учеников

остановилась на одном решении, просто не рассмотрев возможный второй случай

(ответ либо 12см2,$ $либо 20 см2); и лишь один ученик сначала задал вопрос о

том, сколько решений может иметь задача, и, получив совет "Думай!", выдал

полное и правильное решение.

 Со второй задачей у большей части учащихся дело обстояло практически

так же, т.е. большинство указало только один ответ. Даже подсказка о том,

что решений может быть и больше, им не помогла, остальные – два ответа, но

без обоснований. И лишь один ученик (тот же, что решил и первую задачу)

решил самостоятельно и правильно эту задачу, выдав два ответа с

аргументацией.

 Как видим, результаты экспериментов показывают, что школьники не в

состоянии самостоятельно справиться с задачами указанных типов. Они не

ставят перед собой вопросов о переизбыточности, недостаточности или

противоречивости условий задач, не анализируют условие задачи, прежде чем

начать её решение, не возвращаются с полученным решением к началу задачи,

чтобы проверить его. Из чего можно заключить, что сформированность навыков

решения математических задач у учащихся средних школ

является далеко неполной.

 При целенаправленном использовании переопределённых задач ученики

довольно быстро приучаются анализировать условие задачи, но в первое время

всё же делают довольно грубые ошибки в решении, объясняющиеся прежде всего

их неумением проводить такой анализ. При решении задач переопределённых, но

имеющих в условии противоречие, ученики после небольшой тренировки находят

очевидные или слабо скрытые противоречия, но, если противоречие хоть

сколько-нибудь завуалировано, не замечают его и просто игнорируют, вместо

того, чтобы вернуться к условию задачи и проверить решение. Т.е.

необходимость работы над задачей после получения ответа, необходимость

анализа этого ответа, выявление его соответствия тексту задачи формируются

45

у учащихся за более длительный срок и затратой больших усилий как самих

учащихся, так и учителя. Потому желательно начинать этот процесс намного

раньше, чем в десятом классе.

 При решении задач неопределённых учащиеся не умеют перебирать

всевозможные случаи, которые возникают из-за этой неопределённости, и часто

либо находят одно решение, либо пишут, что задача не решается.

 Итак, ответ на поставленный вопрос очевиден: сами учащиеся не готовы к

решению неопределённых и переопределённых задач, этому нужно их

целенаправленно учить. Как? Чтобы ответить на этот вопрос, сначала

задумаемся о том, чему могут научить задачи с «аномальным» условием?

*Какие виды учебных заданий позволяют наиболее эффективно развивать мышление школьников?*

 Для ответа на последний вопрос рассмотрим исследуемые типы задач более

подробно, чтобы определить, что конкретно требуется от ученика при решении

каждого из них.

 **Неопределённые задачи** – задачи с неполным условием, в котором для

получения конкретного ответа не хватает одной или нескольких величин или

каких–то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектами.

 Примеры:

 1. В треугольнике одна сторона имеет длину 10 см, а другая 8 см. Найти

длину третьей стороны.

 2. Поезд состоит из цистерн, товарных вагонов и платформ. Цистерн на 4

меньше, чем платформ, и на 8 меньше, чем вагонов. Какой длины поезд, если

каждая цистерна, вагон и платформа имеют длину 25 м?

 3. Заасфальтировали на 30 км больше, чем осталось. Сколько процентов

дороги покрыто асфальтом?

 С первого взгляда ясно, что задача 1 не может иметь решения, потому

что в ней не хватает данных. Однако исследуем ситуацию глубже. Вспомним

неравенство треугольника и запишем его для данного треугольника, обозначив

неизвестную сторону через а.

 Получим:

 10 + 8 > a;

 a + 10 > 8;

 a + 8 > 10;

 а из этой системы следует, что

 2 < a < 18.

 Таким образом, нам удалось уточнить ответ с фразы "задачу невозможно

решить" до вполне определённого интервала, что следует признать ответом

более высокого уровня.

 И во второй задаче напрашивается вывод, что никакой ответ там

46

невозможен, поскольку данных не хватает. Но при более внимательном анализе

условия выявляется, что не любое число может получиться в ответе. Например,

невозможны ответы 333 м и 250 м, хотя и по разным причинам. Первое

невозможно, потому что ответ должен быть кратным 25 м. А второе невозможно,

т.к. общее количество тяговых единиц не может быть равным десяти. Сколько

же этих единиц там может быть?

 Если в поезде х цистерн, то платформ х+4, а вагонов х+8. Вместе:

3х+12. Таким образом, всех тяговых единиц не меньше пятнадцати, а возможный

ответ: 25(3х+12) м, где х – натуральное число. Над "дизайном" ответа можно

поработать, если переписать его так: 75(х+4). А теперь, переобозначив

буквой х (или другой) количество платформ, получим самый короткий вариант

ответа: 75х м, где х – натуральное число, не меньшее пяти.

 Что ни говори, а такое решение требует более высокого уровня

умственной деятельности, чем «примитивное». Задача не имеет решения, потому

что данных не хватает. И, разумеется, что указанного решения от школьников

сразу не получишь, что и подтвердили первые пробы со стопроцентным

результатом.

 Третья из указанных здесь задач предлагалась девятиклассникам .

Результат тот же: "Задача не решается...". Только дополнительная просьба

назвать несколько возможных ответов подтолкнула учеников к анализу и в

конце концов вывела на ответ, близкий к правильному: х%, где х$\in $(50;100].

 Вывод: решение неопределённой задачи обычно заканчивается

неопределённым ответом, в котором искомая величина может принимать значения

из некоего числового множества. Выявление этого множества и должно стать

целью решения такой задачи, что достигается вдумчивым анализом текста

задачи и взаимосвязей между данными величинами. Этому полезному для

умственного развития учащихся процессу нужно специально обучать.

 Задачи этого типа требуют от ученика мобилизации практически всего

набора знаний, умения анализировать условие, строить математическую модель

решения, находить данные к задаче «между строк» условия. Практически, одной

специально подобранной задачей этого типа можно проверить знания ученика по

целой теме. В качестве такого примера можно рассматривать задачу: При каких

значениях положительного параметра a уравнение $log\_{а}х$=ax будет иметь

единственное решение и указать его. Эта задача была дана ученикам 11 класса

на элективных занятиях, на которых они могли повторить и углубить знания по

широкому спектру школьного курса алгебры и начал анализа.

 Вообще, уравнения и другие задачи с параметрами можно рассматривать

как частные случаи неопределённых задач. Проблемность перехода к таким

задачам ощущают учителя уже при переходе от уравнений 7х=12, 0х=3, –5х=0,

0х=0 к линейному уравнению общего вида: ах=b. Предварительная тренировка в

решении неопределённых задач и здесь была бы целесообразной и полезной.

 **Задачи переопределённые** – задачи с избыточным составом условия, с

лишними данными, без которых ответ может быть получен, но которые в той или

иной мере маскируют путь решения.

 Как уже показано выше, данные в таких задачах могут быть

47

противоречивыми и выявление этой противоречивости или непротиворечивости

является обязательным элементом решения такой задачи.

 Например, в задаче "Найти площадь прямоугольного треугольника с

катетами 9 см и 40 см и гипотенузой 41 см" мало найти ответ

половина произведения 9 на 40. Надо ещё выявить, будет ли у прямоугольного

треугольника с катетами 9 см и 40 см гипотенуза равной 41 см. Без этого

выяснения решение задачи не может быть признано полным.

 В этом аспекте интерес представляют практические задачи. Например, при

изучении первой формулы площади треугольника учитель приносит в класс

вырезанный из бумаги треугольник с проведенными высотами и предлагает

одному из учащихся измерить длину какой–либо стороны, потом второму ученику

длину второй стороны, третьему – третьей, ещё трое измеряют высоты, каждый

по одной. Результаты измерений записываются на доске. Теперь учитель

предлагает вычислить площадь этого треугольника. Вопрос, какая высота к

какой стороне проведена, учитель переадресует учащимся, которые измеряли,

но те, естественно, не помнят, поскольку не фиксировали на этом внимания.

Возникает интересная проблема, которая в итоге всё же разрешается, исходя

из того, что площадь одного и того же треугольника не может иметь разных

значений. Поэтому самая большая высота должна быть проведена к самой

маленькой стороне, а самая маленькая к самой большой. Теперь площадь

треугольника можно вычислять тремя способами, но результат, как выясняется,

получается не совсем одинаковым. Появляется причина поговорить о сущности

измерений, об их обязательной неточности, о качестве приближённых

измерений, об особенностях вычислений с приближёнными числами и других

соответствующих вопросов. И элементарная задача на применение «примитивной»

формулы наполняется богатым содержанием.

 Задачи этого типа требуют от ученика умения анализировать условие,

находить в нём нужные данные и отбрасывать ненужные. Причём, «ненужными» у

разных учеников могут быть разные величины. Например, в задаче «Найти

площадь прямоугольника по стороне, диагонали и углу между диагоналями» одни

ученики будут искать ответ половиной произведения диагоналей на синус угла

между ними (тем самым сторона становится лишним данным), другие получат

результат произведением сторон, предварительно вычислив вторую сторону по

теореме Пифагора (здесь угол становится лишним данным). Возможен и третий

вариант, когда лишним данным станет диагональ. Использование нескольких

вариантов решения такой задачи полезно не только для их сравнения, но

больше для самоконтроля: одинаковость ответов при разных решениях повышает

уверенность в их правильности. Отсюда можно получить и один из надёжных

способов самоконтроля в решении традиционных задач: после получения ответа

вставить этот ответ в текст задачи как одно из данных, а одну из известных

величин считать неизвестной и решить полученную новую задачу.

 **Нереальные (или противоречивые)** задачи обычно относят к отдельному

типу, хотя, как отмечено выше, они являются составной частью

переопределённых (иногда определённых) задач.

 Пример: Найти площадь треугольника со сторонами 10 см, 19 см и 8 см.

48

Вовсе необязательно решать приведенную задачу, чтобы понять, что она

не имеет решения. Достаточно лишь проверить условие на противоречивость при

помощи неравенства треугольника и убедиться, что задача не может иметь

решения.

 Можно было бы решить эту задачу, используя формулу Герона, но и тогда

был бы получен противоречивый результат (подкоренное выражение получилось бы отрицательным).

 Для таких задач характерным является то, что они могут иметь

достаточно красивое решение, как это было с приведённой выше задачей на

переливание жидкости, но только это решение будет противоречить здравому

смыслу. При решении таких задач необходимо всегда в конце возвращаться к

условию и делать проверку полученного решения. А поскольку противоречивость

задачи не всегда бросается в глаза, это приучит выполнять проверку

полученного ответа в каждой задаче. Некоторые из задач этого типа позволяют

выявить противоречие данных еще при анализе условия, в результате чего

процесс решения становится излишним. Достаточно частое повторение таких

ситуаций приведёт учащихся к необходимости анализировать условие перед

началом решения, чтобы избавить себя от лишней работы.

 Итак, выяснили, что **каждый из указанных типов задач несёт в себе**

**определённую развивающую функцию**. Так, переопределённые задачи требуют

умения анализировать условие и строить решение задачи при помощи

минимального числа данных. Противоречивые задачи заставляют делать проверку

решения, более внимательно анализировать данные задачи. Неопределённые

задачи требуют достаточно обширных знаний об объекте задачи, о связях его с

другими математическими объектами, которые могут оказаться полезными при

получении пусть неопределённого, но всё же ограниченного некими рамками

ответа.

 Известно, что процесс решения математической задачи предусматривает реализацию четырёх этапов: изучение текста задачи, составление плана решения, его выполнение, изучение полученного решения («взгляд назад»). Для успешного формирования у школьников умений, связанных с реализацией того или иного вида деятельности, необходимо обучать их самостоятельно выполнять каждый из

указанных этапов процесса решения задач. Для этого целесообразно учить

учащихся операциям, соответствующим определённому этапу работы с задачей.

Указанные выше типы задач и позволяют ученику усовершенствовать свои умения

в каждом из данных видов деятельности.

**Зачёт№2 6 класс**

**Умножение обыкновенных дробей**

Вариант 1

Обязательная часть

1.Найдите произведение чисел: а)$\frac{2}{3}$ и$\frac{9}{14}$; б)5 и$ \frac{4}{15}$; в)2$\frac{1}{2}$ и 2$\frac{2}{15}$; г)7$\frac{2}{9}$ и 0.

49

2.Какое расстояние проедет велосипедист за $\frac{4}{5}$ч, если скорость его движения 12$\frac{1}{2}\frac{км}{ч}$ ?

3.В саду растут 105 деревьев. Липы составляют $\frac{5}{7}$ всех деревьев, остальные – клёны. Сколько клёнов в саду?

4.Вычислить: (9 - 2$\frac{2}{3}$ $∙ $2$\frac{1}{7}$)$ ∙\frac{21}{46}$.

5.Длина одного отрезка 5$\frac{1}{4}$ дм, а другого в 3 раза больше. На сколько дм длина второго отрезка больше первого?

Дополнительная часть:

1.Найдите значение выражения ($\frac{4}{9}$ +0,4)$∙\frac{9}{19}$ - 0,15. (2б)

2.Решите уравнение: 6$∙(\frac{5}{6}$х -1$\frac{1}{3}$) = 5. (2б)

3.В колхозе под пшеницей занято $\frac{7}{9}$ всего поля, под кукурузой 0,3 остальной площади, а оставшаяся площадь отведена под овощи. Сколько гектаров земли отведено под овощи, если вся площадь поля 450 га? (3б)

4.На катке Ваня догоняет Мишу, который находится в 24 м от него и движется со скоростью 6$ \frac{м}{с}$. Скорость Вани составляет $\frac{5}{3}$ скорости Миши. Через сколько времени Ваня догонит Мишу и какое расстояние он пройдёт при этом? (4б)

Вариант 2

Обязательная часть:

1.Найдите произведение чисел: а)$\frac{9}{10}$ и$\frac{5}{6}$; б)4 и$ \frac{7}{12}$; в)2$\frac{1}{4}$ и 1$\frac{1}{3}$; г)8$\frac{1}{3}$ и 1.

2.Каков объём прямоугольного параллелепипеда, если его измерения $\frac{2}{5}$ дм, $\frac{5}{7}$ дм,$ 1\frac{1}{13}$ дм.

3. Туристы должны пройти 84 км. В первый день они прошли 25% всего пути. Сколько км им осталось пройти?

4.Вычислить: (6 - 2$\frac{2}{11}$ $∙ $1$\frac{2}{9}$)$ ∙\frac{6}{29}$.

5. Масса гуся 4$\frac{2}{15}$ кг, а масса страуса в 7 раз больше. На сколько кг масса гуся меньше массы страуса?

50

Дополнительная часть

1.Найдите значение выражения 1$\frac{7}{8} ∙ $($\frac{5}{6}$ +1,3)-2,45. (2б)

2.Решите уравнение: 8$∙(\frac{5}{8}$у -2$\frac{3}{4}$) = 3. (2б)

3.Учитель 0,4 урока объяснял новый материал. $\frac{5}{9} $ остального времени ушло на решение задачи, а оставшееся время учащиеся писали самостоятельную работу. Сколько минут учащиеся писали самостоятельную работу, если урок длился 45 минут? (3б)

4. Когда один лыжник отошёл от пункта А на 6 км, за ним выехал второй лыжник со скоростью 12$ \frac{км}{ч}$. Через сколько часов и на каком расстоянии второй лыжник догонит первого, если скорость первого составляет $\frac{5}{6}$ скорости второго лыжника? (4б)

 Вариант 3

Обязательная часть

1.Найдите произведение чисел: а)$\frac{8}{21}$ и$\frac{7}{16}$; б)4 и$ \frac{3}{8}$; в)1$\frac{8}{13}$ и 3$\frac{5}{7}$; г)19$\frac{1}{5}$ и 0.

2.Найдите площадь прямоугольника, если его длина 2$\frac{4}{7 } $см, а ширина 2$\frac{1}{3}$ см.

3.Скорость первого конькобежца составляет $\frac{5}{7}$ скорости второго. Какова скорость первого, если скорость второго конькобежца 14$\frac{м}{с}$ ?

4.Вычислить: (5 - 2$\frac{4}{5}$ $∙ $1$\frac{1}{9}$)$ ∙\frac{27}{34}$.

5. В один пакет насыпали 1$\frac{2}{5}$ кг сахара, а в другой в 4 раза больше. На сколько кг больше сахара насыпали во второй пакет, чем в первый?

Дополнительная часть

1.Найдите значение выражения 2$\frac{1}{2} ∙ $($0,8-\frac{2}{3}$ )+2. (2б)

2.Решите уравнение: 15$∙(\frac{2}{5}$х -2$\frac{2}{3}$) = 2. (2б)

3.Для обработки детали требовалось 180 мин. Обработка детали на токарном станке заняла 0,8 этого времени,$ \frac{5}{9}$ остального времени ушло на сверление отверстий, а оставшееся время пошло на окончательную отделку. Сколько времени пошло на окончательную отделку? (3б)

51

4.Из Москвы и Твери одновременно отправились в Санкт-Петербург два поезда: из Твери товарный поезд со скоростью 46$\frac{1}{2}\frac{км}{ч}$, а из Москвы пассажирский поезд со скоростью 67$\frac{1}{2}\frac{км}{ч}$. Через сколько часов и на каком расстоянии пассажирский поезд догонит товарный, если расстояние между Тверью и Москвой по железной дороге 168 км? (4б)

Вариант 4

Обязательная часть

1.Найдите произведение чисел: а)$\frac{5}{6}$ и$\frac{4}{15}$; б)3 и$ \frac{5}{9}$; в)1$\frac{1}{9}$ и 3$\frac{3}{5}$; г)3$\frac{10}{11}$ и 1.

2.Найдите площадь квадрата со стороной 5$\frac{1}{3}$ мм.

3.На складе было 1200 т овощей. В магазин отправили 40% всех овощей. Сколько тонн овощей осталось на складе?

4.Вычислить: (9 - 2$\frac{2}{15}$ $∙ $3$\frac{1}{18}$)$ ∙\frac{9}{14}$.

5. Масса козлёнка 6$\frac{3}{4}$ кг, а масса поросёнка в 3 раза больше. На сколько кг масса козлёнка меньше массы поросёнка?

Дополнительная часть

1.Найдите значение выражения $\frac{3}{19} ∙ $($0,6+\frac{2}{3}$ )-0,15. (2б)

2.Решите уравнение: 21$∙(1\frac{2}{7}$х - $\frac{1}{3}$) = 2. (2б)

3.В первый час автобус прошёл$ \frac{4}{ 9}$ всего пути, во второй час 0,4 остального пути, а в третий час автобус прошёл оставшийся путь. Сколько км прошёл за третий час, если длина всего пути 112,5км? (3б)

4.Скорость велосипедиста А больше скорости велосипедиста В в 1$\frac{1}{7}$ раза. Через 3$\frac{4}{5} ч велосипедист А догнал велосипедиста В, скорость которого 8\frac{3}{4}\frac{км}{ч}$. Какое расстояние было между ними первоначально? (4б)

52