### Как решать задачу?

## ***Гиллер Оксана Марковна, учитель математики.***

Многие ученики любят решать задачи, но очень немногие умеют их решать. «С чего начать ?», думает каждый, приступая к решению задачи. Это очень важный вопрос в решении. Недаром говорит мудрая пословица : «Лиха беда - начало». Правильное начало решения задачи во многом определяет успех в ее решении. Поискам плана решения задачи должен предшествовать более общий этап решения - выбор направления поиска.

Многие неудачи объясняются тем, что начинают решение задачи наугад, на авось, и, хотя решение лежит «на поверхности», слишком много труда и времени затрачиваются на попытки, уводящие в сторону.

Представим себе темную комнату, из которой нам необходимо выйти с закрытыми глазами. Как мы поведем себя в данной ситуации? Один из нас будет кидаться из стороны в сторону наугад и вряд ли быстро найдет выход. Он может найти окно и принять его за дверь, а может совершенно случайно, волею случая найти сразу выход, ничего не поняв, как это произошло.

Другой попытается дойти до стены, ощупав ее руками, найти окно, и, поняв, что это не дверь, двигаться дальше вдоль стены, пока не дойдет до двери. Это верный путь, хотя не самый короткий. Третий остановится и подумает над тем, чем он располагает для отыскания выхода (осязание, движение, слух, запах). Затем он прислушается. В стороне, где слышится шум, скорее всего дверь или окно. Затем вдохнет воздух. Там, откуда ощутим воздушный поток, окно или дверь. Холодный воздух, вероятно, идет от окна, более теплый - от двери в коридор. После такой подготовки он двинется в том направлении, которое ему покажется наиболее обнадеживающим...

**Советы решающему задачу:**

1.Начиная решение задачи, старайся хорошо понять задачу, осмыслить  
ее условие, изучить задачу в целом и в деталях, иллюстрировать  
задачу грамотным и четким чертежом или схемой.

2.Изучите цель, поставленную задачей : «Хорошо понять вопрос-  
значит уже наполовину ответить на него». Не начинайте решение  
задачи вслепую. Выберите сначала целесообразное направление  
поиска плана решения задачи, руководствуясь целью задачи.  
Высказывая догадку, старайтесь сразу подкрепить ее рассуждениями,  
догадка должна быть правдоподобной.

3.Решайте вместо одной задачи другую, аналогичную данной.  
Составляйте задачи, родственные данной (более или менее общую,  
чем данная задача), и исследуйте эти задачи.

4.Учитесь « шлифовать» решение задачи, коротко и ясно оформляйте  
его. Старайтесь правильно мыслить. Обосновывайте каждый шаг в  
найденном вами решении. Помните, что оформлять решение задачи  
можно по-разному : в виде связного рассказа, в виде рисунка или  
схемы, в виде таблицы и т. д. Используйте для сокращения записи и  
четкости логико-математическую символику.

5.Учитесь на задаче. Решив задачу, просмотрите ее решение заново.  
Изучите решение, проконтролируйте имеющиеся выкладки и  
обоснование. Установите то, что полезно запомнить.

6.Решение задачи - это ваша небольшая научно-исследовательская  
работа. Изобретайте новые решения и новые задачи, овладевая  
умением работать творчески. Старайтесь подойти к задаче и ее  
решению с разных сторон. Чаще задавайте себе вопрос : « А нельзя  
ли....?»; «А что, если...?».

Давайте рассмотрим одну очень интересную задачу (5, 6 класс). :

***Найти прямоугольник, длины сторон которого выражаются натуральными числами, а площадь численно равна периметру.***

Все мы прекрасно знаем, что от того, как подана задача, зависит интерес к ней наших учеников. Предлагаем такой вариант: текст задачи не читаем; мы

будем подводить к нему. Пусть учащиеся изобразят три прямоугольника с

длинами сторон 1) 4 ед. и 6 ед.; 2) 4 ед. и З ед. ; 3) 2 ед. и 2 ед. Ученики

выполняют чертежи в тетради, а учитель - на доске.

Предлагаем в каждом случае сравнить численные значения площади и

периметра прямоугольника. Учащиеся сообщают: в случае **1)** численное

значение площади прямоугольника больше численного значения его

периметра; в случае **2)** площадь меньше периметра; в случае **3)** площадь

меньше периметра.

Предлагаем выяснить, существуют ли такие прямоугольники, стороны

которых выражены натуральными числами, а площадь численно равна

периметру.

Задача подана.

**Как будем решать задачу: с учеником или за ученика?**

Предлагаем такой вариант: учитель ставит вопросы так тонко и в такой

последовательности, что ученик не просто запоминает предлагаемое

решение, а сам находит его. Давая советы, учитель при этом разъясняет,

почему разумно так поступить. При таком подходе учитель решает задачу

вместе с учеником, а не за ученика, учит поиску решения, умению рассуждать

и доказывать.

Начинаем беседу.

- Как будем решать задачу?

Постановка такого вопроса свидетельствует о нашем уважении к ученикам, к их знаниям.

Допустим худшее : никто из учеников не смог выдвинуть версии, ведущей к решению задачи. Наш вопрос остался без ответа. Тогда надо поставить более узкие вопросы. Например:

- Длины сторон прямоугольника выражаются натуральными числами. Что

показывает в этом случае периметр?

- Периметр показывает тогда, сколько единичных отрезков содержат стороны

прямоугольника, взятые вместе ! - говорят ученики.

- Что показывает площадь прямоугольника с целочисленными сторонами?

- Площадь в этом случае показывает, сколько единичных квадратов

содержится в прямоугольнике, - получим ответ.

- Как, учитывая ваши ответы, можно иначе сформулировать задачу?

- Нам надо найти такие прямоугольники с целочисленными сторонами, у

которых число содержащихся в них единичных квадратов равно числу единичных отрезков на всех сторонах вместе.

- Давайте на нашем чертеже разобьем прямоугольники на единичные квадраты и подумаем, что получается.

Предположим, что идею решения и после этого никто не предлагает

Помогаем, проговаривая условие задачи, несколько видоизменяя ее.

-Единичных квадратов в искомом прямоугольнике должно быть столько же, сколько единичных отрезков на сторонах.

Предлагаем ученикам поставить в соответствие единичному отрезку квадрат стороной которого является отрезок. Мы пронумеруем единичные отрезки. Аналогично ставим в соответствие квадраты другим единичным отрезкам. В процессе выполнения этой работы кто-нибудь заметит, что четырем единичным отрезкам, отложенным от вершин прямоугольника, не хватило прилежащим к ним квадратов. Отмеченные на чертеже единичные квадраты образуют рамку прямоугольника. Задаем вопрос:

-Каково соотношение между числом единичных отрезков на сторонах  
прямоугольника и числом квадратов рамки?

Вот ответ учеников:

- Число единичных отрезков на сторонах на 4 больше, чем число квадратов рамки.

- Итак, при каком условии число единичных отрезков на сторонах

прямоугольника будет равным числу квадратов всего прямоугольника?

- Это равенство будет при условии, если внутри рамки прямоугольника

окажутся ровно 4 единичных квадрата, - отвечают ученики.

- Как же найти прямоугольники с целочисленными сторонами, у которых I периметр равен численно их площади?

Надо дать время на обдумывание ответа на этот вопрос.

Кто-то в конце концов заметит, что часть прямоугольника, расположенная

внутри его рамки, имеет форму прямоугольника. Этот внутренний

прямоугольник должен состоять из четырех единичных квадратов. Вот если

бы этот внутренний прямоугольник найти, то осталось бы сделать его

обрамление из единичных квадратов (построить рамку из квадратов) - и

искомый прямоугольник найден.

- Из четырех квадратов можно образовать такой прямоугольник, -I догадываются дети.

- Сколько прямоугольников можно составить из четырех квадратов?

- Только два прямоугольника : с длинами сторон 1 и 4; с длинами сторон 2 и 2. Т.к. мы знаем, что площадь прямоугольника равна произведению его

длины на ширину. Но число 4 можно представить в виде произведения

только двумя способами.

Предлагаем далее ученикам самостоятельно построить прямоугольники с целочисленными сторонами, периметры которых численно равны их

площади. Итак, искомыми прямоугольниками являются два: со сторонами **3 и**  **6 единиц и 4 и 4 единицы.** Но задача еще не решена. Мы нашли метод

решения для случая, когда прилежащие к сторонам прямоугольника

квадраты образуют рамку. Но всегда ли это так? Оказывается, нет.

Подумайте, для каких прямоугольников с целочисленными сторонами рамка из единичных квадратов, прилежащих к сторонам, не образуется.

1. В случае прямоугольника, хотя бы одна из сторон которого равна 1,  
говорить о рамке из единичных квадратов не приходится. Тогда ее

нет. На занятиях факультатива можно предложить ребятам доказать,

что если длина одной из сторон прямоугольника равна 1, а длина

другой равна а, то разность между числами, выражающими периметр и площадь, равна а + 2. Для единичного квадрата эта разность равна 1+2 = 3. Для прямоугольника со сторонами 1 и 2 число, выражающее периметр, больше числа, выражающего площадь на 2 + 2 = 4 и т. д. Другими словами, для прямоугольника, хотя бы одна из сторон которого равна 1, число, выражающее периметр, по крайней мере на 3 больше числа, выражающего площадь.

2. Пусть у прямоугольника с целочисленными сторонами нет стороны, равной 1. В случае, когда одна из сторон равна 2, можно считать, что рамка, составленная из пограничных единичных квадратов, существует. Только эта рамка полностью заполнила прямоугольник, единичных квадратов внутри рамки нет. В этом случае подходят ранее приведенные рассуждения. Во всех таких прямоугольниках число, выражающее периметр, больше на 4 числа, выражающего площадь прямоугольника. Когда любая из сторон прямоугольника больше 2, то внутри пограничной рамки из единичных квадратов имеется хотя бы один единичный квадрат. Для такого случая мы установили существование ровно двух прямоугольников.

Теперь подводим итог. Прямоугольники со сторонами : 1) Зи 6 ; 2) 4 и 4 -удовлетворяют условию задачи. Среди прямоугольников, в которых можно выделить рамку из единичных пограничных квадратов, других искомых прямоугольников нет. Среди прямоугольников без рамки таких, у которых числа, выражающие периметр и площадь, были бы равными, не существует.

Следовательно, ис**комыми прямоугольниками являются только два найденных прямоугольника со сторонами : 1) 3 и 6 ; 2) 4 и 4.** Теперь задача решена.

Итак, решение каждой задачи можно разделить на четыре основных этапа: изучение условия и цели задачи, поиск плана решения задачи, оформление найденного решения, критический анализ результата решения и отбор полезной информации.

**[©Издательский дом "Первое сентября"**

[Адрес: 121165, Москва, ул. Киевская, 24, "Первое сентября", Оргкомитет фестиваля "Открытый урок" (Телефон для справок: (095) 249-31-38. Е-таН: Гезйуа1@15ер1етЬег.ги