“МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ”

учитель: Шаршина Юлия Юрьевна

2011 год

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Вступление

*- Искусство решения задач*

* *Из истории математики*

1. Подготовка к решению задач

*- Работа с выражениями*

*- Составление алгебраических выражений*

*- Задачи без вопросов*

*- Решение занимательных задач*

1. Этапы работы над задачей
2. Краткая запись

*- Решение задач с помощью таблицы*

*- Задачи, решаемые с помощью схемы*

*- Решение задач с помощью чертежа*

*- Отрезочная схема*

1. Поиск плана решения сюжетных задач

- *Составление уравнений с помощью связующих процессов с последующим выбором рационального*

*- Задачи, решаемые с помощью дерева*

*- Задачи, решаемые с помощью нескольких формул*

6. Заключение

7. Литература

1. Вступление

Искусство решения задач

*“Оптимизация - процесс выбора наилучшего варианта из возможных” - Советский энциклопедический словарь.*

Текстовые алгебраические задачи представляют собой традиционный раздел элементарной математики. Решение задач подобного рода способствует развитию логического мышления, сообразительности и наблюдательности, умения самостоятельно осуществлять небольшие исследования. Необходимо воспитывать в учащихся вкус к занятию алгеброй. Чтобы придать предмету привлекательность и поднять к нему интерес, можно пользоваться разнообразными средствами: задачами с необычными сюжетами, неожиданными применениями алгебры к практической жизни и т.п.

Цель у всех учителей-предметников одна: за наименьшее время вложить в головы наших учащихся наибольшее количество информации. При этом, чтобы как можно больше информации осталось в голове на более длительный период времени.

С древнейших времен особым уважением пользовалось умение решать арифметические задачи. Благодаря этому умению люди могли отвечать на многие жизненно важные практические вопросы. Не случайно в первом российском учебнике математики - “Арифметике” Л.Ф. Магницкого, изданной в 1703 году, на титульном листе писалось: “Арифметика есть искусство честное, независимое, всем удобопонятное, многополезнейшее и многохваленнейшее...”

Для успешного освоения программы школьного обучения учащимся необходимо не только много знать, но и последовательно и доказательно мыслить, догадываться, проявлять мысленное напряжение. Интеллектуальная деятельность, основанная на активном думании, поиске способов действий должна стать привычной для учащихся.

Овладеть искусством решения задач непросто. Главная трудность заключается в том, чтобы отыскать нужную последовательность арифметических операций, которая позволит найти неизвестную искомую величину. Разобраться в этих вопросах помогут схемы и таблицы.

Из истории математики

Из первых известных письменных источников узнаем мы о том, что математические знания на Руси были распространены уже в Х-ХI веках.

Они были связаны, естественна, с практическими нуждами людей: летосчислением, вычислением поголовья и стоимости стада, определение прибыли от урожая и т.д.

В XVI-XVII веках а России начинает появляться и распространяться рукописная математическая литература (этого требует межевание и измерение земель, система податного обложения, градостроительство и военное дело, развивающиеся торговые отношения внутри страны и торговля с другими государствами). В настоящее время известно значительное количество математических рукописей XVII века. В основном они предназначались для купцов, торговцев, чиновников, ремесленников, землемеров и носили сугубо практический характер. Материал их распределялся по “статьям”, содержащим указания, как надо поступать при решении тех или иных задач.

Рукописи XVI-XVII веков сыграли большую роль в распространении математических и практических знаний. Они являлись той основой, на которой создавалась учебная литература XVIII века.

Перестройка государственной общественной и культурной жизни страны, начатая Петром I, подняла и вопросы образования. Требовались специалисты для создания новой регулярной армии, для постройки торгового и военного флота, для развития промышленности ит.д. Для подготовки таких кадров, для распространения в стране математических знаний нужны были учебники. В 1703 году такой учебник был издан типографским способом необычайно большим тиражом - в количестве 2400 экземпляров. Назывался он “арифметика, сиречь наука числительная...”. Автором его был выдающийся педагог-математик - Леонтий Филиппович Магницкий. Взяв за основу имеющуюся рукописную математическую литературу, Магницкий создал книгу, которая на протяжении 50 лет была основным учебником по математике для почти всех учебных заведений России. Она сыграла большую роль в распространении математических знаний, в подготовке кадров для государственных учреждений страны.

В 1725 году в Петербурге открылась Академия наук с университетом и гимназией. Вначале для работы в академии были приглашены ученые из-за границы. Среди них приехал в Россию двадцатилетний швейцарец Леонард Эйлер, будущий великий математик. Его неустанная педагогическая деятельность во многом способствовала формированию русских национальных научных кадров.

Технические достижения и развитие математики со времен скромного начала могут поразить любого. От каменных плит до компьютеров, от появления колеса до исследования космоса - математика находится в сердцевине практически каждого изобретения и усовершенствования. Большинство людей не рассматривают математику в смысле компьютеров и космических полетов, хотя они являются неотъемлемой частью программы. Математика служит основой многих достижений. Вспомним о компьютерах , проигрывателях компакт-дисков, авиации, сотовых телефонах, факсах и т. д. - все это и многое другое появилось благодаря математике.

2. Подготовка к решению задач

Перед тем, как перейти к решению задач, необходимо провести подготовительную работу с учащимися. Для этого выполним ряд упражнений:

- Работа с выражениями

Упражнение, направленное на формирование умения видеть всевозможные зависимости, входящие в задачу.

Задача.

*Засолили 2 бочки капусты массой по 80 кг и 6 бочек помидор по 40 кг*.

Что показывают следующие выражения и какие из них не имеют смысла?

2+6 ; 80:40 ; 6:60 ; 80\*2 ; 80 - 40 ; 6:2 ; 6\*2 ; 40\*6 ; 60\*2=40\*6.

- Составление алгебраических выражений

Упражнение, направленное на формирование умения составлять

алгебраические выражения.

|  |  |
| --- | --- |
| Задачи: | Алгебраические выражения: |
| Заяц пробежал за 3 часа **а** км. С какой скоростью он бежал? | **a** : 3 |
| Ласточка летела 2 ч со скоростью **в** км/ч и 4 ч со скоростью **с** км/ч. Какое расстояние пролетела ласточка? | 2 **в** + 4 **с** |
| Кот Матроскин пробежал **d** км за 4 ч, а пес Шарик пробежал то же расстояние за 3 ч. У кого из них скорость больше и на сколько? | **d** : 4 - **d** : 3 |
| Белочка за 2 ч грызет **n** орешков. Сколько орешков она сгрызет за 5 ч? | .**n** : 2 \* 5 |
| У Лисы Алисы было **а** сольдо. Она купила себе 3 заколки по цене **в** сольдо и шарф за **с** сольдо. Сколько денег у нее осталось? | .**а** - 3 **в** -**с** |

- Задачи без вопросов

В задачах необходимо поставить разумные вопросы и ответить на них.

Задача

*Два парохода плывут навстречу друг другу. Скорости пароходов 32 км/ч и 27км/ч. Сейчас между ними 354км.*

(примерные вопросы:

* Какое расстояние будет между пароходами через 2 часа?
* Через сколько времени они встретятся?)

- Решение занимательных задач

В математической литературе, в учебниках всегда уделялось большое внимание занимательным задачам, так как считалось, что элемент занимательности облегчает обучение. К занимательным задачам мы относим задачи с интересным содержанием или интересными способами решения, математические игры, задачи, касающиеся интересных свойств чисел и геометрических тел.

В задачах разной степени сложности занимательность привлекает внимание учащихся, активизирует мысль, вызывает интерес к предстоящему поиску решения. Характером материала определяется его назначение: развивать у учащихся общие умственные и математические способности , заинтересовать их предметом математики.

Например, в вопросе: “Как с помощью двух спичек сложить на столе квадрат?” - необычность постановки задачи заставляет учащихся задуматься в поисках ответа, подключить свое воображение к решению задачи.

Перед началом изучения объемных фигур ученикам можно предложить для решения задачу: “Как из шести спичек сложить четыре треугольника?”

Любая математическая задача на смекалку несет в себе определенную умственную нагрузку, которая чаще всего замаскирована занимательным сюжетом, внешними данными, условием задачи и т.д.

Как известно, особую умственную активность ученик проявляет в ходе достижения игровой(соревнование) цели.

Занимательный математический материал рассматривается как разрядка в середине урока.

Головоломки целесообразны при закреплении представлений учащихся о геометрических фигурах. Задачи-шутки уместны в ходе обучения решению задач, действий над числами, формировании временных представлений.

Несложные занимательные задачи используются в качестве “умственной гимнастики”.

Необходимо поддерживать интерес учащихся, поощрять самостоятельность поисков решения задач, стимулировать творческую активность.

Занимательные задачи вызывают у учащихся интерес к математике.

В ходе решения задач на смекалку учащиеся учатся планировать свои действия, обдумывать их, догадываться в поисках результата, проявляя при этом творчество. Эта работа активизирует не только мыслительную деятельность учащихся, но и развивает у них качества, необходимые для профессионального мастерства.

1. Этапы работы над задачей

1.Уметь работать с текстом.

2.Поиск плана решений.

3.Осуществление найденного плана.

4.Запись ответа, проверка исследование.

1. Краткая запись

*Краткая запись и ее функции.*

1.Выделить математическую сущность из нематематического текста.

2.Помогает удержать в памяти условие задачи.

3.Помогает в выявлении прямо заданных зависимостей между величинами.

- Решение задач с помощью занесения данных в таблицу

Язык алгебры - уравнения. Чтобы решить задачу, нужно лишь перевести задачу с родного языка на алгебраический.

История сохранила нам мало черт биографии замечательного древнего математика Диофанта. Все, что известно о нем, почерпнуто из надписи на его гробнице - надписи, составленной в форме математической задачи.

|  |  |
| --- | --- |
| На родном языке: | На языке алгебры: |
| Путник! Здесь прах погребен Диофанта. И числа поведать могут, о чуде, сколько долог был век его жизни. | Х |
| Часть шестую его представляло прекрасное детство. | Х/6 |
| Двенадцатая часть протекла еще жизни - покрылся пухом тогда подбородок. | Х/12 |
| Седьмую в бездетном браке провел Диофант. | Х/7 |
| Прошло пятилетие; он был осчастливлен рожденьем прекрасного первенца сына | 5 |
| Коему рок половину лишь жизни прекрасной и светлой  Дал на земле по сравненью с отцом. | Х/2 |
| И в печали глубокой  Старец земного удела конец воспринял, переживши  Года четыре с тех пор, как сына лишился. | Х=Х/6+Х/12+Х/7+5+Х/2+4 |
| Скажи, сколько лет жизни достигнув,  Смерть воспринял Диофант? |  |

Решив уравнение и найдя, что Х=84, узнаем следующие черты биографии Диофанта; он женился 21 года, стал отцом на 38 году, потерял сына на 80-м году и умер 84 лет.

Иногда, для того чтобы выразить математическую сущность удобно все данные поместить в таблицу.

Задача

*Турист, находящийся в спортивном лагере, должен успеть к поезду на железнодорожную станцию. Если он поедет на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то опоздает на 30 мин. Если же он поедет на автобусе со скоростью 40 км/ч, то приедет на 2 часа раньше. Чему равно расстояние от лагеря до станции?*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v  км/ч | s  км | t час до  отправления  поезда |
| Велосипед | 15 | х | х/15-0,5 |
| автобус | 40 | х | х/40+2 |

О.Д.З. х>о и х/15-0,5>0

х/15-0,5=х/40+2

8х-60=3х+240

5х=300

х=60

Ответ: расстояние от лагеря до станции 60 км.

* Решение задач с помощью чертежа

Рассмотрим решение следующей задачи:

*Семь гномов построились по росту, чтобы Белоснежка раздала им 707 грибов. Сначала она дает сколько-то грибов самому маленькому. Каждый следующий получает на 1 гриб больше, чем предыдущий. Сколько грибов получит самый большой?*

Сначала решим эту задачу с помощью формулы нахождения суммы n первых членов арифметической прогрессии:

|  |  |
| --- | --- |
| *Дано:* | Решение: |
| Sn=707  d=1  n=7 | Sn=0,5(2a1+(n-1)d)n  707=0,5(2а1+(7-1)\*1)\*7  а1=98 |
| a7-? | А7=а1+6  а7=98+6=104 |

Ответ: самый большой гном получит 104 гриба.

Сделаем чертеж к задаче.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1й гном | Х |  |
|  |  |  |
| 2й гном | Х | +1 |
|  |  |  |
| 3й  гном | Х | +2 |
|  |  |  |
| 4й гном | Х | +3 |
|  |  |  |
| 5й гном | Х | +4 |
|  |  |  |
| 6й гном | Х | +5 |
|  |  |  |
| 7й гном | Х | +6 |
|  |  |  |
| 707 = | 7Х | +21 |

Х=98 - столько грибов получил первый гном. Седьмой гном получил на 6 грибов больше: 98+6=104.

Решим еще задачу:

*Все имеющиеся яблоки можно разложить в 6 пакетов или 4 коробки. Сколько килограммов яблок имеется, если в пакет помещается на 1 кг яблок меньше, чем в коробку?*

Пусть Х - количество яблок, которое помещается в один пакет,

Х+1 - количество яблок, которое помещается в одну коробку.

Составим уравнение:

6Х=4(Х+1)

6Х=4Х+4

6Х-4Х=4

2Х=4 /:2

Х=4:2

Х=2

6\*2=12 (кг) яблок имеется

Ответ: всего имеется 12кг яблок.

Теперь решим эту же задачу другом способом:

Рассмотрим рис. А. В шести пакетах расположенных слева столько же яблок, сколько в четырех коробках расположенных справа.

Коробку можно изобразить, как пакет и одно яблоко рядом. Рассмотрим рис. В. Мы видим с левой стороны шесть пакетов, а с правой - четыре пакета и четыре яблока. Уберем с обеих сторон по четыре пакета. Получим равенство 2П=4Я.

Т.к. в двух пакетах помещается 4 яблока, то в одном пакете поместится 2 яблока. Значит всего имеется (2\*6=12) 12 яблок.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| П |  | К |  | П |  | П | + Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| П |  | К |  | П |  | П | + Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| П |  | К |  | П |  | П | + Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| П |  | К |  | П |  | П | + Я |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| П |  |  |  | П |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| П |  |  |  | П |  |  |  |

рис. А рис. В

* Задачи, решаемые с помощью схемы.

Решим *задачу*:

*Медведь в кошелке плюшки нес,*

*Но на лесной опушке*

*Он половину плюшек съел и плюс еще полплюшки.*

*Шел, шел, уселся отдохнуть,*

*И под “ку-ку” кукушки*

*Вновь половину плюшек съел*

*И плюс еще полплюшки.*

*Стемнело, он ускорил шаг,*

*Но на крыльце избушки*

*Он снова пол-остатка съел*

*И плюс еще полплюшки.*

*С пустой кошелкою - увы!*

*Он в дом вошел уныло...*

*Хочу чтоб мне сказали вы,*

*А сколько плюшек было?*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | : 2 |  | -0,5 |  | : 2 |  | -0,5 |  | : 2 |  | -0,5 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Решим в обратном порядке.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | : 2 |  | -0,5 |  | : 2 |  | -0,5 |  | : 2 |  | -0,5 |  |
| 7 |  | 3,5 |  | 3 |  | 1,5 |  | 1 |  | 0,5 |  | 0 |
|  | \* 2 |  | +0,5 |  | \* 2 |  | +0,5 |  | \* 2 |  | +0,5 |  |

Ответ: у медведя было 7 плюшек.

- Решение задач с помощью отрезочной схемы

Задача

*В два магазина привезли помидоры. В первый магазин привезли в 3 раза больше, чем во второй. Всего в магазины привезли 400 кг. Сколько помидор привезли в каждый магазин?*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| I | в 3 р.б. |  | ? | ⎫ |
| II |  | в 2 р.б. | ? | ⎬ 960кг |
| III |  |  | ? | ⎭ |

Для решения задачи воспользуемся отрезочной схемой.

I \_\_\_\_\_ ⎫

II \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_ ⎬ 960 кг

III \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_⎭

960:(1+3+6)=96 (кг) помидоров привезли в I магазин

96\*3=288 (кг) помидоров привезли во 2 магазин

288\*2=576 (кг) помидоров привезли в 3 магазин

Ответ: в магазины привезли 96кг, 288кг и567кг.

1. Поиск плана решения сюжетных задач

* Составление уравнений с помощью связующих процессов с последующим выбором рационального

Задача:

*В магазине продали до обеда на 48 центнеров яблок больше, чем после обеда. Сколько центнеров яблок продали до обеда и сколько после, если всего за день продали 342 центнера яблок.*

Запишем связующие процессы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 48 | -- |  | 342 | + |  |

Охарактеризуем каждую из них в виде математического действия.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 48 | = | Д | - | П |  | 342 | = | Д | + | П |

Теперь на основании этих формул запишем все связи , обозначая за Х различные величины.

48=Д - П 342=Д + П

Х (342-Х) Х (Х+48)

(342-Х) Х (Х-48) Х

Теперь запишем четыре уравнения:

48=Х-(342-Х)

48=(342-Х)-Х

342=Х+(Х+48)

342=(Х-48)+Х

Теперь осталось выбрать наиболее простое уравнение и решить. После этого найти вторую неизвестную величину и записать ответ.

342=Х+(Х+48)

2Х=342-48

2Х=294 /2

Х=147 - ( ц продали до обеда)

342-Х=342-147=195 - (ц продали после обеда).

Ответ: 147ц и 195ц.

- Задачи, решаемые с помощью дерева

Решим *задачу:*

*Из пункта А одновременно выехали два мотоциклиста. Скорость первого - 12 км/ч, скорость второго - 17 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 4 часа*.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Sbc |  |  |  |  |  |  |  | Sbc |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | S2 |  |  |  | S1 |  |  |  |  | vу |  | tу |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | *4* |  |
| v1 |  | t1 |  | v2 |  | t2 |  |  | v2 |  | v1 |  |  |
| *17* |  | *4* |  | *12* |  | *4* |  |  | *17* |  | *12* |  |  |

рис.А рис.В

К задаче можно составить два дерева. Если решать задачу, используя дерево рис.А , то задача решается в три действия, а если использовать дерево рис.В, то два. Рациональнее воспользоваться вторым деревом.

Vу= v2 +v2  Vу=17+12=29 км/ч

Sbc=vy ty  Sbc=29\*4=116 км

Ответ: 166 км.

Рассмотрим решение еще одной задачи.

*Из пункта А одновременно выехали два велосипедиста. Через 4 часа расстояние между ними стало 20 км. Найти скорость первого велосипедиста, если скорость второго 17 км/ч.*

Сначала построим дерево:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | V1 |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  | s1 |  | t1 |  |
|  |  |  | *4* |  |
| sbc |  | s2 |  |  |
| *20* |  |  |  |  |
|  | v2 |  | t2 |  |
|  | *17* |  | *4* |  |
|  |  |  |  |  |

s2=v2 t2 s2=17\*4=68 (км)

s1= s2+sdc s1=68+20=88 (км)

v1=s1: t1 v1=88 : 4=22 (км/ч)

Ответ: скорость первого велосипедиста 22км/ч.

- Задачи, решаемые с помощью нескольких формул.

Рассмотрим принцип решения таких задач на примере решения задач по теме “длина окружности и площадь круга”.

Перед тем как приступить к решению задачи, запишем все формулы, а рядом запишем параметры, входящие в эти формулы:

n - количество сторон в правильном n-угольнике

αn - величина угла правильного n-угольника

аn - длина стороны правильного n-угольника

S - площадь правильного n-угольника

Р - периметр правильного n-угольника

R - радиус описанной окружности

r - радиус вписанной окружности

1. αn=(n-2)/n\*180° αn  n
2. S=0,5Pr S P r
3. an=2Rsin(180°/n) an R n
4. r =R cos(180°/n) r R n
5. P=ann P an n

Теперь преступим к решению задачи :

- Найдите площадь S правильного n-угольника, если n=3, Р=24 см.

Подчеркнем в таблице все известные величины:

1) αn  n

2) S P r

3) an R n

4) r R n

1. P an n

Из таблицы видно, что мы можем воспользоваться только формулой “5” и найти an: P=ann. 24=3an ⇒ an=8 см. Теперь подчеркнем в таблице an. Получим:

1) αn  n

2) S P r

3) an R n

4) r R n

1. P an n

Мы можем воспользоваться формулой “3” и найти R: an=2Rsin(180°/n) 8=2Rsin(180°/3) ⇒ R=8√3/3

1) αn  n

2) S P r

3) an R n

4) r R n

5) P an n

По формуле “4” найдем r: r =R cos(180°/n). r =8√3/3 cos(180°/3) ⇒ r =4√3/3

1) αn  n

2) S P r

3) an R n

4) r R n

1. P an n

Теперь мы можем найти площадь S: S=0,5Pr. S=0,5\*24\*4√3/3 ⇒ S=16√3

Теперь запишем решение задачи:

|  |  |
| --- | --- |
| *Дано:* | *Решение:* |
| n=3  P=24 cм | P=ann 24=3an ⇒ an=8 см  an=2Rsin(180°/n) 8=2Rsin(180°/3) ⇒ R=8√3/3 см |
| S - ? | r =R cos(180°/n) r =8√3/3 cos(180°/3) ⇒ r =4√3/3 см  S=0,5Pr S=0,5\*24\*4√3/3 ⇒ S=16√3 см2 |

*Ответ: S=16√3 см2*

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В течении трех лет работы над методической темой :

- проведены открытые уроки:

* Решение задач по теме “Арифметическая прогрессия”
* Решение задач по теме “Квадратные уравнения”

- составлены материалы для школьных олимпиад (шестых и восьмых классов).

При использовании описанных выше методов учащиеся легче понимали смысл поставленной задачи. Необходимость решить задачу их уже не отпугивает. Большинство учащихся научилось решать задачи.

6. Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М.В. Лурье, Б.И. Александров “Задачи на составление уравнений” ,М.”Наука” , 1980
2. С.Н. Олехник, Ю.В. Нестеренко, М.К. Потапов, “Старинные занимательные задачи”,М.”Наука”, 1988.
3. “математический цветник” - сборник статей и задач, составитель и редактор Девид А. Клар, перевод с английского Ю.А. Данилова, М”МИР” 1983
4. Вайблун, Ронн “Занимательный мир математики”. - СПб.: Дельта, 1998