Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y+\sin x=0, \\ (4\sqrt{\sin x}-1)(2y+3)=0. \end{cases}$$

Решение.

Из второго уравнения получаем $\begin{cases} y=-\dfrac{3}{2}, \\ \sin x \ge 0 \end{cases}$ или $\sin x=\dfrac{1}{16}$.

Если $y=-\dfrac{3}{2}$, то из первого уравнения $\sin x=\dfrac{3}{2}$. Уравнение не имеет решений.

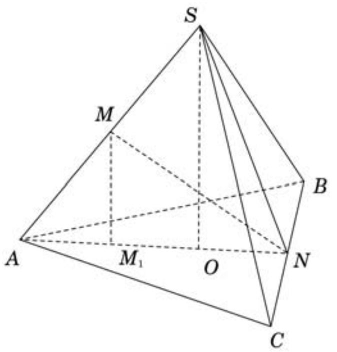
Если $\sin x=\dfrac{1}{16}$, то $x=(-1)^n\arcsin\dfrac{1}{16}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, и из первого уравнения получаем: $y=-\dfrac{1}{16}$.

Ответ: $\left((-1)^n\arcsin\dfrac{1}{16}+\pi n;\ -\dfrac{1}{16}\right),\ n\in\mathbb{Z}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ ($\sin x$).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра: $AB=5\sqrt{3}$, $SC=13$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

Решение.



Пусть M и N – середины ребер AS и BC соответственно. Прямая AS проектируется на плоскость основания в прямую AN. Поэтому проекция точки M – точка M_1 – лежит на отрезке AN. Значит, прямая AN является проекцией прямой MN, следовательно, угол MNM_1 – искомый.

$MM_1 \parallel SO$, где O – центр основания, значит, MM_1 – средняя линия треугольника ASO, а поэтому M_1 – середина AO.

Тогда $AM_1=\dfrac{1}{3}AN=\dfrac{5}{2}$ и $M_1N=\dfrac{2}{3}AN=5$.

Из прямоугольного треугольника AM_1M находим:

$$MM_1=\sqrt{AM^2-AM_1^2}=\sqrt{\frac{169}{4}-\frac{25}{4}}=6.$$

Из прямоугольного треугольника MM_1N находим:

$$\operatorname{tg}\angle MNM_1=\frac{MM_1}{M_1N}=\frac{6}{5}.$$

Значит, искомый угол равен $\operatorname{arctg}\dfrac{6}{5}$.

Ответ: $\operatorname{arctg}\dfrac{6}{5}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С3 Решите неравенство $\dfrac{x^2-6x+8}{x-1}+\dfrac{x-4}{x^2-3x+2}\le 0.$

Решение.

Разложим квадратные трехчлены на множители:

$$\frac{(x-2)(x-4)}{x-1}+\frac{x-4}{(x-1)(x-2)}\le 0;$$

$$\frac{x-4}{x-1}\left(x-2+\frac{1}{x-2}\right)\le 0;$$

$$\frac{(x-4)\left((x-2)^2+1\right)}{(x-1)(x-2)}\le 0.$$

$(x-2)^2+1>0$ при всех x. Получаем:

$\dfrac{(x-4)}{(x-1)(x-2)}\le 0$, откуда $x<1$ или $2<x\le 4$.

Ответ: $(-\infty;\ 1),\ (2;4]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Получен один из верных промежутков.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С4 В треугольнике ABC $AB=10$, $BC=5$, $CA=6$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD:DC=1:2$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

Решение.

Пусть $AD=d$, $BD=x$, $DC=y$. Возможны два случая:

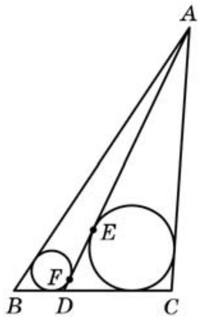


Рис. 1

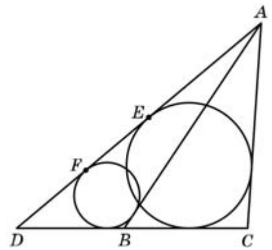


Рис. 2

1. Точка D лежит на отрезке BC (рис. 1). Тогда $x=\dfrac{5}{3}$, $y=\dfrac{10}{3}$, $DE=\dfrac{d+y-6}{2}$, $DF=\dfrac{d+x-10}{2}$. Значит, $EF=\dfrac{4+y-x}{2}=\dfrac{17}{6}$.

2. Точка D лежит вне отрезка BC (рис. 2). Тогда $x=5$, $y=x+5=10$, $DE=\dfrac{d+y-6}{2}$, $DF=\dfrac{d+x-10}{2}$. Значит, $EF=\dfrac{9}{2}$.

Ответ: $\dfrac{9}{2}$ или $\dfrac{17}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x)=x^2-2\left|x-a^2\right|-6x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

Решение.

1. Функция f имеет вид:

а) при $x \ge a^2$: $f(x)=x^2-8x+2a^2$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=4$;

б) при $x \le a^2$: $f(x)=x^2-4x-2a^2$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=2$.

Все возможные виды графика функции $f(x)$ показаны на рисунках:

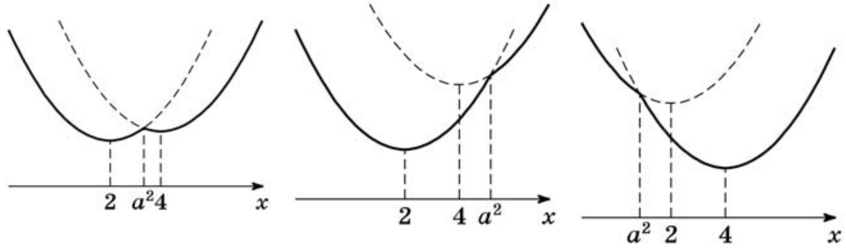


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

2. Ни одна из квадратичных функций, описанных в пунктах *а* и *б*, не имеет точек максимума. Графики обеих функций проходят через точку $(a^2;\ f(a^2))$.

3. Единственной точкой максимума функции может быть точка $x=a^2$ (рис. 1), причем она действительно является таковой тогда и только тогда, когда $2<a^2<4 \iff \sqrt{2}<|a|<2$.

Ответ: $-2<a<-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}<a<2$.

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции в целом.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C6 Перед каждым из чисел 2, 3, …, 6 и 10, 11, …, 20 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 55 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Решение.

1. Если все числа взяты со знаком плюс, то их сумма максимальна и равна

$$11(2+\ldots+6)+5(10+\ldots+20)=11\left(\frac{2+6}{2}\cdot 5\right)+5\left(\frac{10+20}{2}\cdot 11\right)=55\cdot 19=1045.$$

2. Так как предыдущая сумма оказалась нечетной, то число нечетных слагаемых в ней – нечетно, причем это свойство всей суммы не меняется при смене знака любого ее слагаемого. Поэтому любая из получающихся сумм будет нечетной, а значит, не будет равна 0.

3. Значение 1 сумма принимает, например, при следующей расстановке знаков у чисел:

$$11(-2+3-4+5-6)+5(10+11-12-13+14+15-16-17+18+19-20)=$$
$$=-11\cdot 4+5\cdot 9=-44+45=1.$$

Ответ: 1 и 1045.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, не доказано, что либо сумма отлична от 0, либо что она может быть равна 1).	3
Верно найдено наибольшее значение суммы и доказано, что она всегда отлична от 0.	2
Верно найдено только наибольшее значение суммы или только доказано, что она всегда отлична от 0.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решите систему уравнений $\begin{cases} y - \sin x = 0, \\ (3\sqrt{\sin x} - 1)(y - 5) = 0. \end{cases}$

Ответ: $\left((-1)^n \arcsin\frac{1}{9} + \pi n;\ \frac{1}{9}\right)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ $(\sin x)$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C2 Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром $\sqrt{6}$. Найдите расстояние от середины ребра A_1B_1 до прямой MT, где точки M и T – середины ребер AD и CD соответственно.

Ответ: 3.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C3 Решите неравенство $\frac{x^2-2x-3}{x-2}+\frac{x-3}{x^2-x-2}\ge 0.$

Ответ: $(-1;\,2),\ [3;\,+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Получен один из верных промежутков.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C4 Окружность S радиуса 12 вписана в прямоугольную трапецию с основаниями 28 и 21. Найдите радиус окружности, которая касается основания, большей боковой стороны и окружности S.

Ответ: 3 или $\frac{4}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\left|\left|x^2-2x-3\right|-x^2+2x-5\right|\le\frac{1}{3}\left(a^2-\frac{a}{2}\right)-x^2+2x+1$ имеет единственное целое решение.

Ответ: $-1{,}5<a<2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции в целом.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C6 Наибольшее целое число, не превосходящее $\frac{2x+17}{10}$, равно $\frac{3x+41}{3}$. Найдите все такие действительные значения x.

Ответ: $-\frac{47}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, отсутствует одна из оценок).	3
Ответ неправильный за счет вычислительной ошибки.	2
Дано верное значение и показано, что оно удовлетворяет условию. Доказательство единственности отсутствует.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-5\sin x-3}{\sqrt{x+\frac{\pi}{6}}}=0.$

Ответ: $-\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k=1,2,3,\ldots.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак выражения $x+\dfrac{\pi}{6}$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C2 Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром $2\sqrt{2}$. Найдите расстояние от середины ребра B_1C_1 до прямой MT, где точки M и T – середины ребер AD и A_1B_1 соответственно.

Ответ: 2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C3 Решите неравенство $\dfrac{x^2-6x+8}{x-1}-\dfrac{x-4}{x^2-3x+2}\le 0.$

Ответ: $(-\infty;\ 1),\ (1;2),\ [3;4].$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Получен один из верных промежутков.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C4 Окружность S радиуса 24 вписана в равнобедренную трапецию с основаниями 36 и 64. Найдите радиус окружности, которая касается основания, боковой стороны и окружности S.

Ответ: 6 или $\dfrac{8}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x)=x^2-2\left|x-a^2\right|-4x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

Ответ: $-\sqrt{3}<a<-1;\ 1<a<\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции в целом.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C6 Наибольшее целое число, не превосходящее число x, равно $\dfrac{x^2+6}{7}$.

Найдите все такие значения x.

Ответ: $1;\ \sqrt{8};\ \sqrt{15};\ \sqrt{22};\ \sqrt{29};\ 6.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, отсутствует одна из оценок).	3
Ответ неправильный за счет вычислительной ошибки.	2
Дано верное значение и показано, что оно удовлетворяет условию.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решите уравнение $\dfrac{4\cos^2 x+8\sin x-7}{\sqrt{-\operatorname{tg} x}}=0.$

Ответ: $x=\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi,\ k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ldots$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ $(\sin x)$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра: $AB=21\sqrt{3}$, $SC=29$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

Ответ: $\operatorname{arctg}\dfrac{10}{21}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С3 Решите неравенство $\frac{x^2-4x+3}{x-2}-\frac{x-3}{x^2-3x+2}\le 0.$

Ответ: $(-\infty; 0]$, $(1; 2)$, $(2; 3]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Получен один из верных промежутков.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С4 В треугольнике ABC $AB = 13$, $BC = 10$, $CA = 7$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD : DC = 1 : 4$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

Ответ: 6 или 8.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\left|\left|x^2-6x+5\right|-x^2+6x-13\right|<a-a^2-(x-2)^2+2x-4$ имеет единственное целое решение.

Ответ: $\frac{1-\sqrt{5}}{2}<a\le 0$, $1\le a<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С6 Перед каждым из чисел 5, 6, …, 10 и 12, 13, …, 16 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 30 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Ответ: 1 и 645.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, не доказано, что либо сумма отлична от 0, либо что она может быть равна 1).	3
Верно найдено наибольшее значение суммы и доказано, что она всегда отлична от 0.	2
Верно найдено только наибольшее значение суммы или только доказано, что она всегда отлична от 0.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 Решите систему уравнений $\begin{cases} y+\sin x=0, \\ (4\sqrt{\sin x}-1)(2y+3)=0. \end{cases}$

Решение.

Из второго уравнения получаем $\begin{cases} y=-\dfrac{3}{2}, \\ \sin x\ge 0 \end{cases}$ или $\sin x=\dfrac{1}{16}$.

Если $y=-\dfrac{3}{2}$, то из первого уравнения $\sin x=\dfrac{3}{2}$. Уравнение не имеет решений.

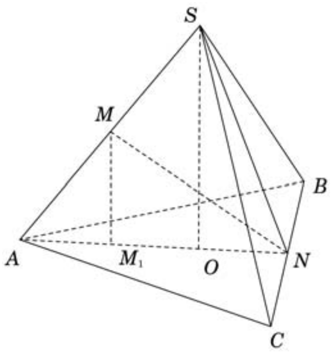
Если $\sin x=\dfrac{1}{16}$, то $x=(-1)^n\arcsin\dfrac{1}{16}+\pi n,\ n\in Z$, и из первого уравнения получаем: $y=-\dfrac{1}{16}$.

Ответ: $\left((-1)^n\arcsin\dfrac{1}{16}+\pi n;\ -\dfrac{1}{16}\right)$, $n\in Z$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ ($\sin x$).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра: $AB=5\sqrt{3}$, $SC=13$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

Решение.



Пусть M и N – середины ребер AS и BC соответственно. Прямая AS проектируется на плоскость основания в прямую AN. Поэтому проекция точки M – точка M_1 – лежит на отрезке AN. Значит, прямая AN является проекцией прямой MN, следовательно, угол MNM_1 – искомый.

$MM_1 \parallel SO$, где O – центр основания, значит, MM_1 – средняя линия треугольника ASO, а поэтому M_1 – середина AO.

Тогда $AM_1=\dfrac{1}{3}AN=\dfrac{5}{2}$ и $M_1N=\dfrac{2}{3}AN=5$.

Из прямоугольного треугольника AM_1M находим:

$MM_1=\sqrt{AM^2-AM_1^2}=\sqrt{\dfrac{169}{4}-\dfrac{25}{4}}=6$.

Из прямоугольного треугольника MM_1N находим:

$\operatorname{tg}\angle MNM_1=\dfrac{MM_1}{M_1N}=\dfrac{6}{5}$.

Значит, искомый угол равен $\operatorname{arctg}\dfrac{6}{5}$.

Ответ: $\operatorname{arctg}\dfrac{6}{5}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C3 Решите неравенство

$$\log_2\left(\left(7^{-x^2}-5\right)\left(7^{-x^2+4}-1\right)\right)+\log_2\frac{7^{-x^2}-5}{7^{-x^2+4}-1}>\log_2\left(7^{3-x^2}-4\right)^2.$$

Решение.

Пусть $t=7^{-x^2}$, $0<t\le 1$, тогда неравенство принимает вид:

$$\log_2((t-5)(7^4t-1))+\log_2\frac{t-5}{7^4t-1}>\log_2(343t-4)^2.$$

$t-5<0$, поэтому $7^4t-1<0$, то есть $0<t<\frac{1}{7^4}$.

Получаем: $\begin{cases}\log_2(t-5)^2>\log_2(343t-4)^2,\\ 0<t<\frac{1}{7^4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|t-5|>|343t-4|,\\ 0<t<\frac{1}{7^4}\end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases}5-t>4-343t,\\ 0<t<\frac{1}{7^4}\end{cases} \Leftrightarrow 0<t<\frac{1}{7^4}.$

Тогда $7^{-x^2}<7^{-4} \Leftrightarrow x^2>4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\ x<-2.\end{array}\right.$

Ответ: $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Полученный ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верным рациональным неравенствам .	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C4 В треугольнике ABC $AB=10$, $BC=5$, $CA=6$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD:DC=1:2$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

Решение.

Пусть $AD=d$, $BD=x$, $DC=y$. Возможны два случая:

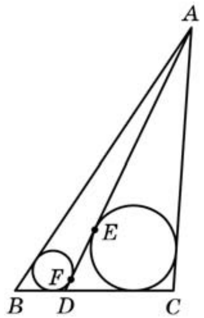


Рис. 1

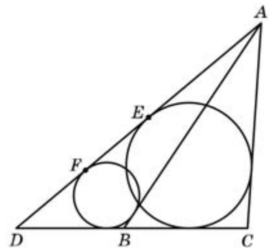


Рис. 2

1. Точка D лежит на отрезке BC (рис. 1). Тогда $x=\frac{5}{3}$, $y=\frac{10}{3}$, $DE=\frac{d+y-6}{2}$, $DF=\frac{d+x-10}{2}$. Значит, $EF=\frac{4+y-x}{2}=\frac{17}{6}$.

2. Точка D лежит вне отрезка BC (рис. 2). Тогда $x=5$, $y=x+5=10$, $DE=\frac{d+y-6}{2}$, $DF=\frac{d+x-10}{2}$. Значит, $EF=\frac{9}{2}$.

Ответ: $\frac{9}{2}$ или $\frac{17}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С5 Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x)=x^2-2\left|x-a^2\right|-6x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

Решение.

1. Функция f имеет вид:

а) при $x \ge a^2$: $f(x)=x^2-8x+2a^2$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=4$;

б) при $x \le a^2$: $f(x)=x^2-4x-2a^2$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=2$.

Все возможные виды графика функции $f(x)$ показаны на рисунках:

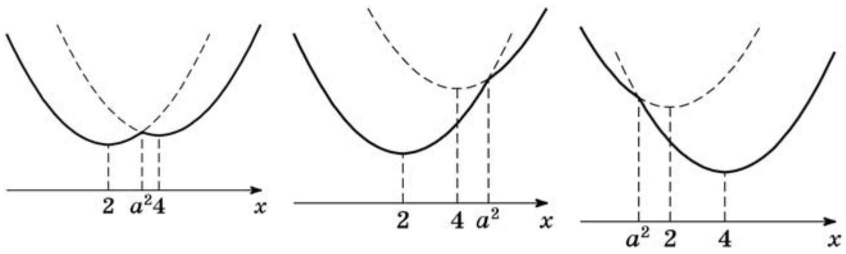


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

2. Ни одна из квадратичных функций, описанных в пунктах *а* и *б*, не имеет точек максимума. Графики обеих функций проходят через точку $(a^2;\ f(a^2))$.

3. Единственной точкой максимума функции может быть точка $x=a^2$ (рис. 1), причем она действительно является таковой тогда и только тогда, когда $2<a^2<4 \iff \sqrt{2}<|a|<2$.

Ответ: $-2<a<-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}<a<2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции в целом.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С6 Перед каждым из чисел 2, 3, …, 6 и 10, 11, …, 20 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 55 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Решение.

1. Если все числа взяты со знаком плюс, то их сумма максимальна и равна

$$11(2+\ldots+6)+5(10+\ldots+20)=11\left(\frac{2+6}{2}\cdot 5\right)+5\left(\frac{10+20}{2}\cdot 11\right)=55\cdot 19=1045.$$

2. Так как предыдущая сумма оказалась нечетной, то число нечетных слагаемых в ней – нечетно, причем это свойство всей суммы не меняется при смене знака любого ее слагаемого. Поэтому любая из получающихся сумм будет нечетной, а значит, не будет равна 0.

3. Значение 1 сумма принимает, например, при следующей расстановке знаков у чисел:

$$11(-2+3-4+5-6)+5(10+11-12-13+14+15-16-17+18+19-20)=$$
$$=-11\cdot 4+5\cdot 9=-44+45=1.$$

Ответ: 1 и 1045.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, не доказано, что либо сумма отлична от 0, либо что она может быть равна 1).	3
Верно найдено наибольшее значение суммы и доказано, что она всегда отлична от 0.	2
Верно найдено только наибольшее значение суммы или только доказано, что она всегда отлична от 0.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решите систему уравнений $\begin{cases} y-\sin x=0, \\ (3\sqrt{\sin x}-1)(y-5)=0. \end{cases}$

Ответ: $\left((-1)^n \arcsin\frac{1}{9}+\pi n;\ \frac{1}{9}\right)$, $n\in Z$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ $(\sin x)$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C2 Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром $\sqrt{6}$. Найдите расстояние от середины ребра A_1B_1 до прямой MT, где точки M и T – середины ребер AD и CD соответственно.

Ответ: 3.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С3 Решите неравенство

$$\log_7\left(\left(3^{-x^2}-4\right)\left(3^{-x^2+16}-1\right)\right)+\log_7\frac{3^{-x^2}-4}{3^{-x^2+16}-1}>\log_7\left(3^{3-x^2}-3\right)^2.$$

Ответ: $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Полученный ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верным рациональным неравенствам.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С4 Окружность S радиуса 12 вписана в прямоугольную трапецию с основаниями 28 и 21. Найдите радиус окружности, которая касается основания, большей боковой стороны и окружности S.

Ответ: 3 или $\frac{4}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\left|\left|x^2-2x-3\right|-x^2+2x-5\right| \le \frac{1}{3}\left(\log_2^2 a-\log_4 a\right)-x^2+2x+1$ имеет единственное целое решение.

Ответ: $\frac{1}{2\sqrt{2}} < a < 4$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С6 Наибольшее целое число, не превосходящее $\frac{2x+17}{10}$, равно $\frac{3x+41}{3}$. Найдите все такие действительные значения x.

Ответ: $-\frac{47}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, отсутствует одна из оценок).	3
Ответ неправильный за счет вычислительной ошибки.	2
Дано верное значение и показано, что оно удовлетворяет условию.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

С1 Решите систему уравнений $\begin{cases} y+\sin x=0, \\ (2\sqrt{\sin x}-1)(3y-2)=0. \end{cases}$

Ответ: $\left((-1)^n\arcsin\frac{1}{4}+\pi n; -\frac{1}{4}\right)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ $(\sin x)$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С2 Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром $2\sqrt{2}$. Найдите расстояние от середины ребра B_1C_1 до прямой MT, где точки M и T – середины ребер AD и A_1B_1 соответственно.

Ответ: 2.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С3 Решите неравенство $\dfrac{\log_{2x-1}(\log_2(x^2-2x))}{\log_{2x-1}(x^2+6x+10)} \le 0$.

Ответ: $\sqrt{2}+1 < x \le 1+\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Полученный ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верным рациональным неравенствам.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С4 Окружность S радиуса 24 вписана в равнобедренную трапецию с основаниями 36 и 64. Найдите радиус окружности, которая касается основания, боковой стороны и окружности S.

Ответ: 6 или $\frac{8}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x)=x^2-2\left|x-a^2\right|-4x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

Ответ: $-\sqrt{3}<a<-1;\ 1<a<\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C6 Наибольшее целое число, не превосходящее число x, равно $\dfrac{x^2+6}{7}$. Найдите все такие действительные значения x.

Ответ: $1;\ \sqrt{8};\ \sqrt{15};\ \sqrt{22};\ \sqrt{29};\ 6$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, отсутствует одна из оценок).	3
Ответ неправильный за счет вычислительной ошибки.	2
Дано верное значение и показано, что оно удовлетворяет условию.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 Решите уравнение $\dfrac{2\sin^2 x-5\sin x-3}{\sqrt{x+\frac{\pi}{6}}}=0$.

Ответ: $-\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k=1,2,3,\ldots$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак выражения $x+\dfrac{\pi}{6}$.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра: $AB=21\sqrt{3}$, $SC=29$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

Ответ: $\operatorname{arctg}\dfrac{10}{21}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C3 Решите неравенство

$$\log_2\left(\left(5^{-x^2}-3\right)\left(5^{-x^2+9}-1\right)\right)+\log_2\frac{5^{-x^2}-3}{5^{-x^2+9}-1}>\log_2\left(5^{4-x^2}-2\right)^2.$$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек.	2
Полученный ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верным рациональным неравенствам.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C4 В треугольнике ABC $AB = 13$, $BC = 10$, $CA = 7$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD : DC = 1 : 4$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

Ответ: 6 или 8.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ.	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины.	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C5 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\left|\left|x^2-6x+5\right|-x^2+6x-13\right|<2^a-4^a-(x-2)^2+2x-4$ имеет единственное целое решение.

Ответ: $0 \le a < \log_2\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки.	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решений условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна.	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C6 Перед каждым из чисел 5, 6, …, 10 и 12, 13, …, 16 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 30 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Ответ: 1 и 645.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, не доказано, что либо сумма отлична от 0, либо что она может быть равна 1).	3
Верно найдено наибольшее значение суммы и доказано, что она всегда отлична от 0.	2
Верно найдено только наибольшее значение суммы или только доказано, что она всегда отлична от 0.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0