**Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями**

**Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101718.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201718.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0301718.JPG.**

Решение. Находим точки пересечения заданных линий. Для этого решаем систему уравнений:

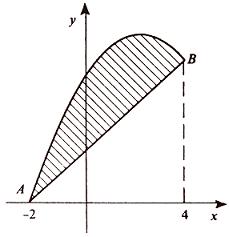
http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101719.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201719.JPG

Для нахождения абсцисс точек пересечения заданных линий решаем уравнение:

http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101720.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201720.JPG    или    http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101721.JPG.

Находим: *x*1 = -2, *x*2 = 4.

Итак, данные линии, представляющие собой параболу и прямую, пересекаются в точках *A*(-2; 0), *B*(4; 6).



Эти линии образуют замкнутую фигуру, площадь которой вычисляем по указанной выше формуле:

http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101723.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201723.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0301723.JPG

По формуле Ньютона-Лейбница находим:

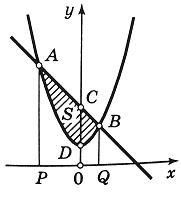
http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101724.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201724.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0301724.JPG

**Задача 2: Определить площадь, ограниченную параболой *y* = *x*2 + 1 и прямой *x* + *y* = 3.**

Решение: Решая систему уравнений

http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101735.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201735.JPG

находим абсциссы точек пересечения *x*1 = -2 и *x*2 = 1.



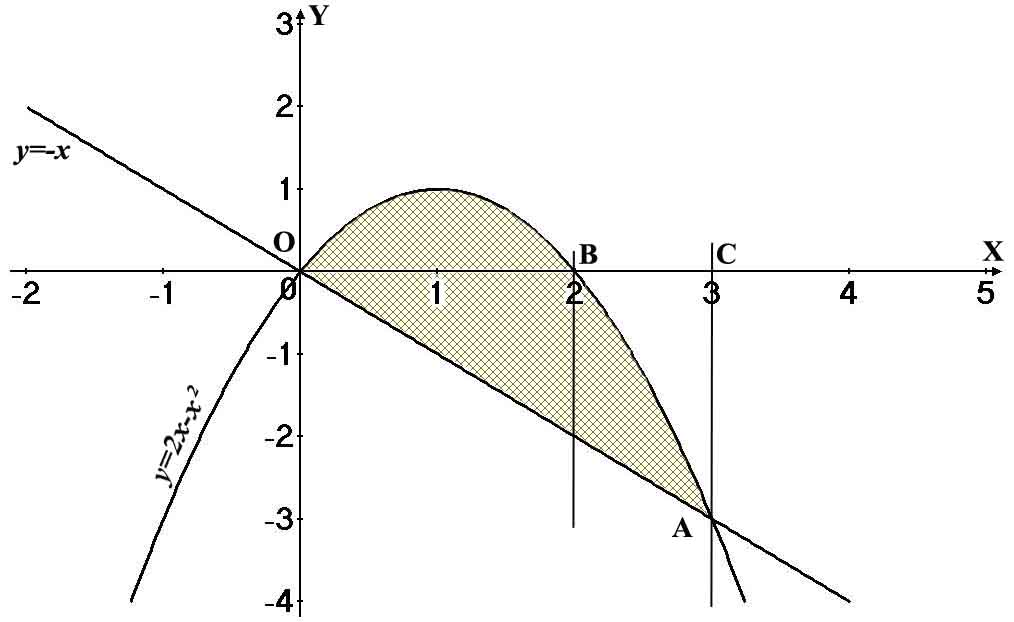
Полагая *y*2 = 3 - *x* и *y*1 = *x*2 + 1, на основании формулы http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101737.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201737.JPGполучаем

http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101738.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201738.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0301738.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0401738.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0501738.JPG

http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101739.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201739.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0301739.JPG

**Задача 3.** Пусть имеем две функции: [График в декартовой системе координат](http://matemonline.com/wp-content/uploads/2011/01/1.jpg)

И нам надо найти площадь фигуры, ограниченной этими двумя функциями.  
Преобразуем эти функции к следующему виду.

[преобразованные функции](http://matemonline.com/wp-content/uploads/2011/01/2.jpg)  
Нанесём их на декартовую систему координат и обозначим нашу фигуру:  
[](http://matemonline.com/wp-content/uploads/2011/01/parabula_2.jpg)  
Видим по рисунку, что часть нашей фигуры находится над **осью абсцисс** и часть под ней. Для того, что бы найти площадь той части, что над осью нужно просто найти интеграл от первой функции в границах от 0 до 2. Что бы найти площадь части фигуры, которая расположена под осью абсцисс, надо вычислить интеграл от второй функции (не забудьте про знак минус) в границах от 0 до 3. Но это будет площадь треугольника **OAC**, видим, что с этого надо ещё вычесть площадь фигуры **ABC** (это будет интеграл от первой функции в границах от 2 до 3). Поэтому, выходя из этих данных, мы это **всё можем записать одним интегралом**:  
[Нахождение площади криволинейной трапеции в декартовой системе координат](http://matemonline.com/wp-content/uploads/2011/01/4.jpg)

Решив этот интеграл, мы и найдём площадь нужной нам фигуры.

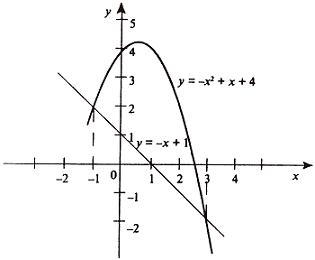
[Площадь через определённый интеграл](http://matemonline.com/wp-content/uploads/2011/01/3.jpg)

**Задача 4:**

**Найти площадь фигуры, ограниченной линиями *y* = -*x*2 + *x* + 4 и *y* = -*x* + 1.**

Решение.

Найдем точки пересечения линий *y* = -*x*2 + *x* + 4, *y* = -*x* + 1, приравнивая ординаты линий: -*x*2 + *x* + 4 = -*x* + 1 или *x*2 - 2*x* - 3 = 0. Находим корни *x*1 = -1, *x*2 = 3 и соответствующие им ординаты *y*1 = 2, *y*2 = -2.



По формуле площади фигуры получаем

http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101733.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201733.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0301733.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0401733.JPG

http://www.pm298.ru/Mathem/ds0101734.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0201734.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0301734.JPGhttp://www.pm298.ru/Mathem/ds0401734.JPG