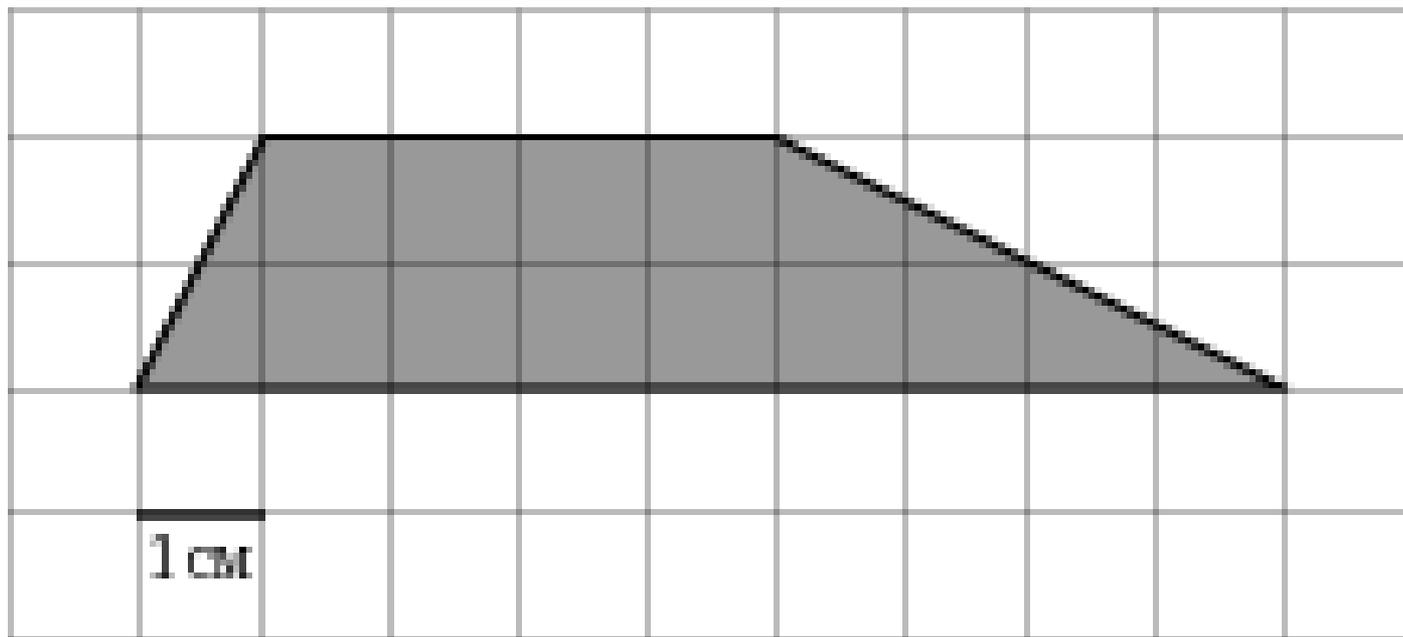


ЕГЭ

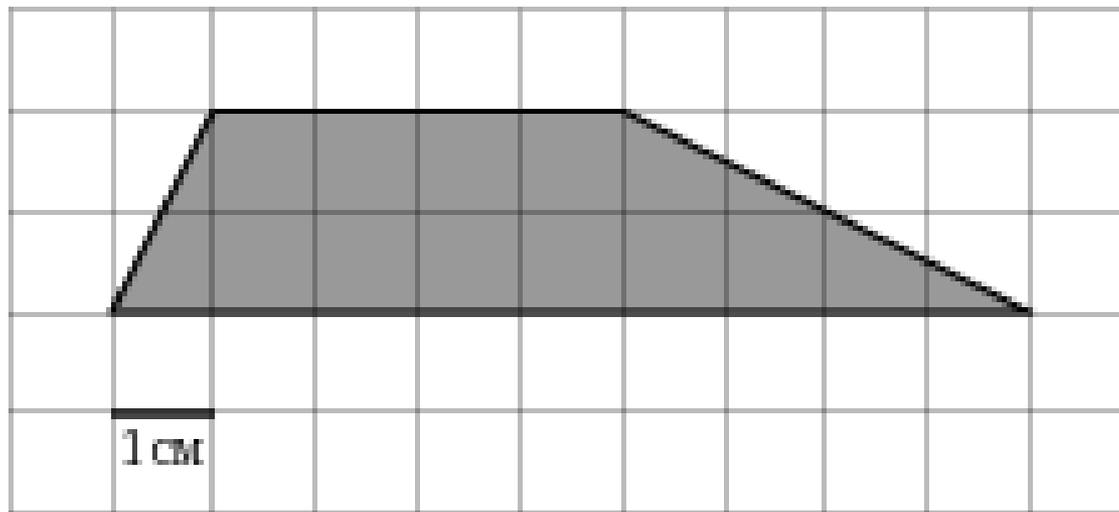
Задачи на нахождение
площадей плоских фигур,
нарисованных на клетчатой
бумаге или расположенных на
координатной плоскости

Паначёва И.Е.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см 1 см изображена трапеция. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах



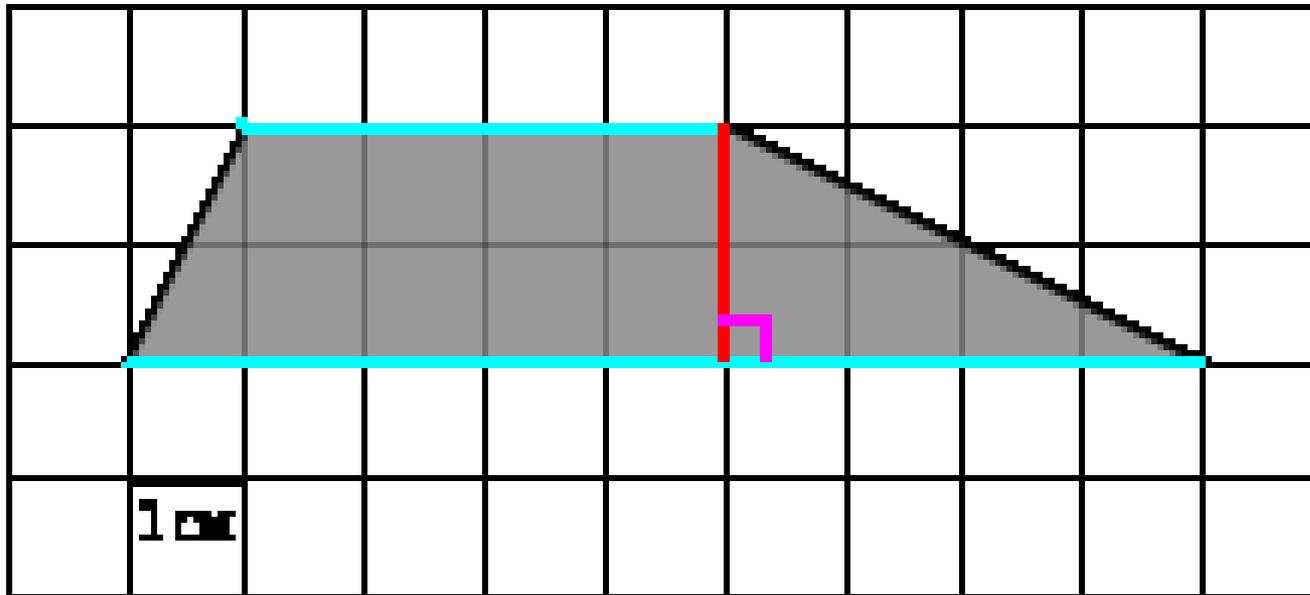
1 способ. Подсчёт клеток



Считаем: 10 полных клеток и 6 неполных, которые дополняя друг друга дают 3 полных.

Итак: $S = 10 + 3 = 13$ кв.см

2 способ. По формуле

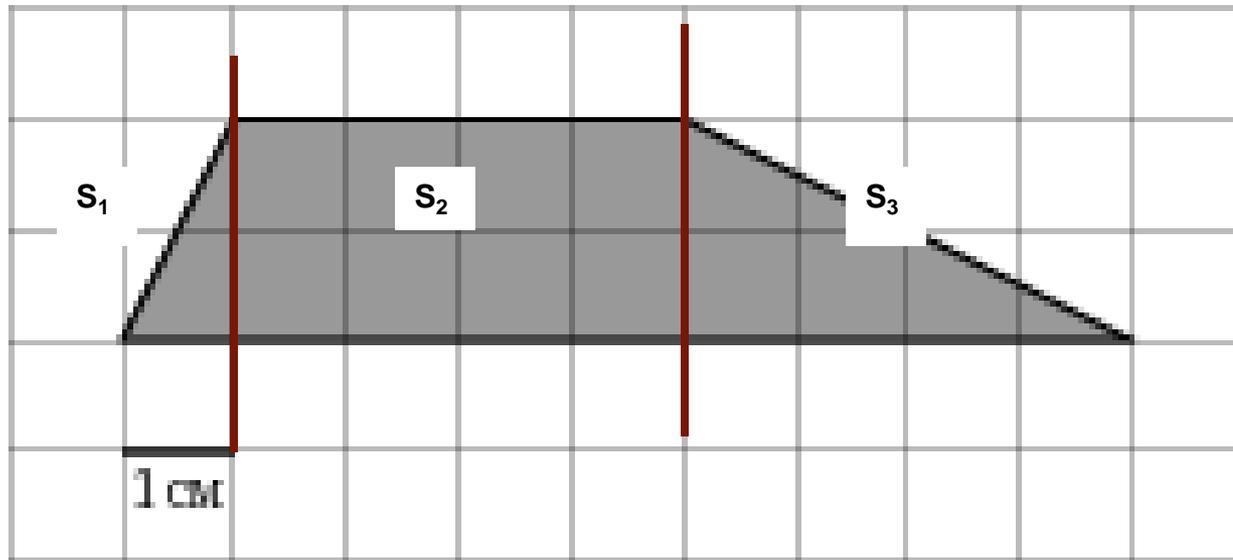


$$S = (a + b) / 2 * h$$

Итак: $a=4$, $b=9$, $h=2$

$$S = (4 + 9) / 2 * 2 = 13 \text{ кв. см}$$

3 способ. Разбиение



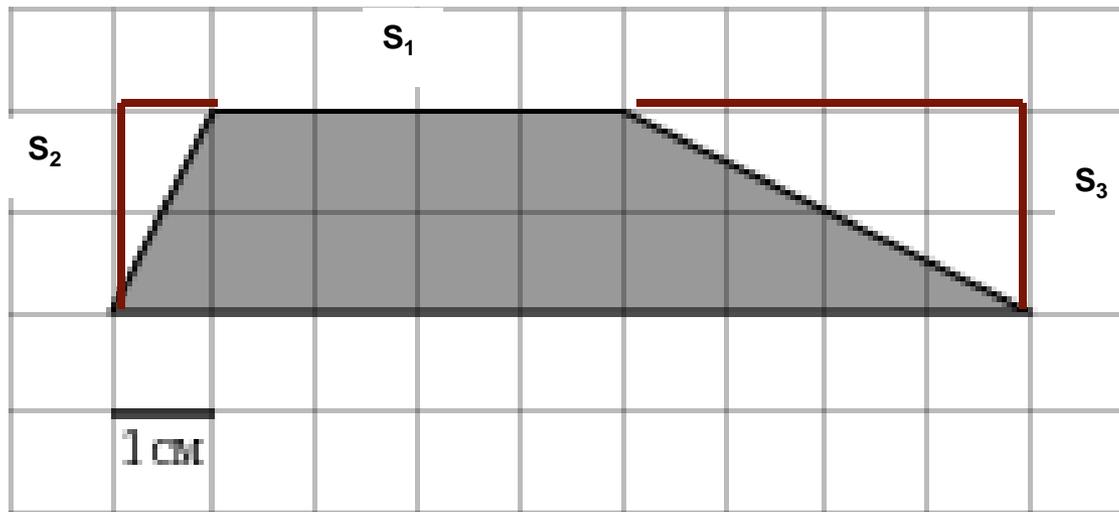
$$S_1 = 0,5a * b = 0,5 * 1 * 2 = 1 \text{ кв. см}$$

$$S_2 = a * b = 2 * 4 = 8 \text{ кв. см}$$

$$S_3 = 0,5a * b = 0,5 * 2 * 4 = 4 \text{ кв. см}$$

$$\text{Итак: } S = 1 + 8 + 4 = 13 \text{ кв. см}$$

4 способ. Дополнение



$$S_1 = a * b = 9 * 2 = 18 \text{ кв.см}$$

$$S_2 = 0,5a * b = 0,5 * 2 * 1 = 1 \text{ кв.см}$$

$$S_3 = 0,5a * b = 0,5 * 2 * 4 = 4 \text{ кв.см}$$

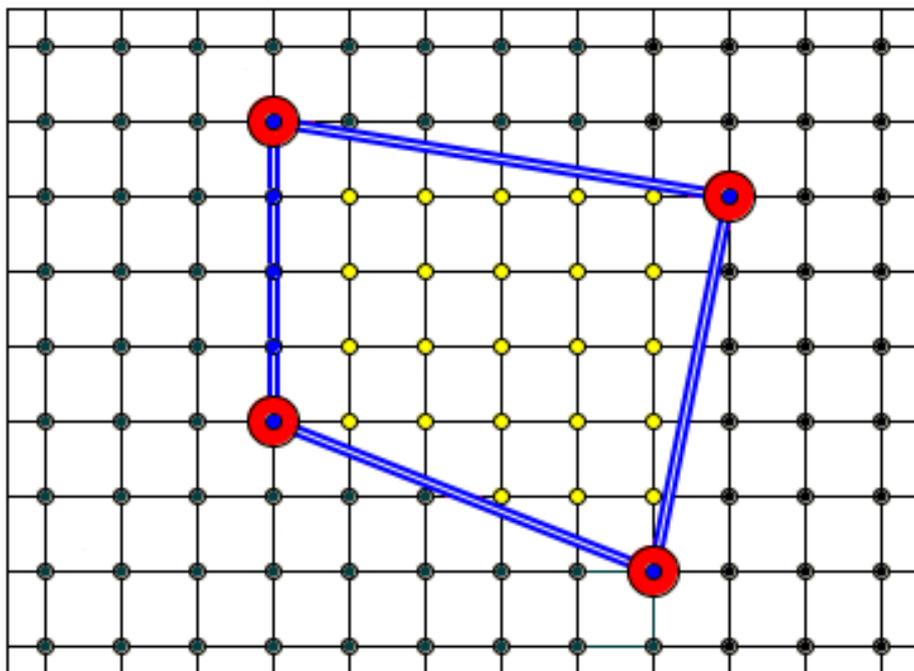
$$\text{Итак: } S = 18 - 1 - 4 = 13 \text{ кв.см}$$

Формула Пика.

Пусть **L** — количество вершин клеточек внутри фигуры, **B** — количество пересечений контура фигуры с вершинами клеточек, **S** — его площадь.

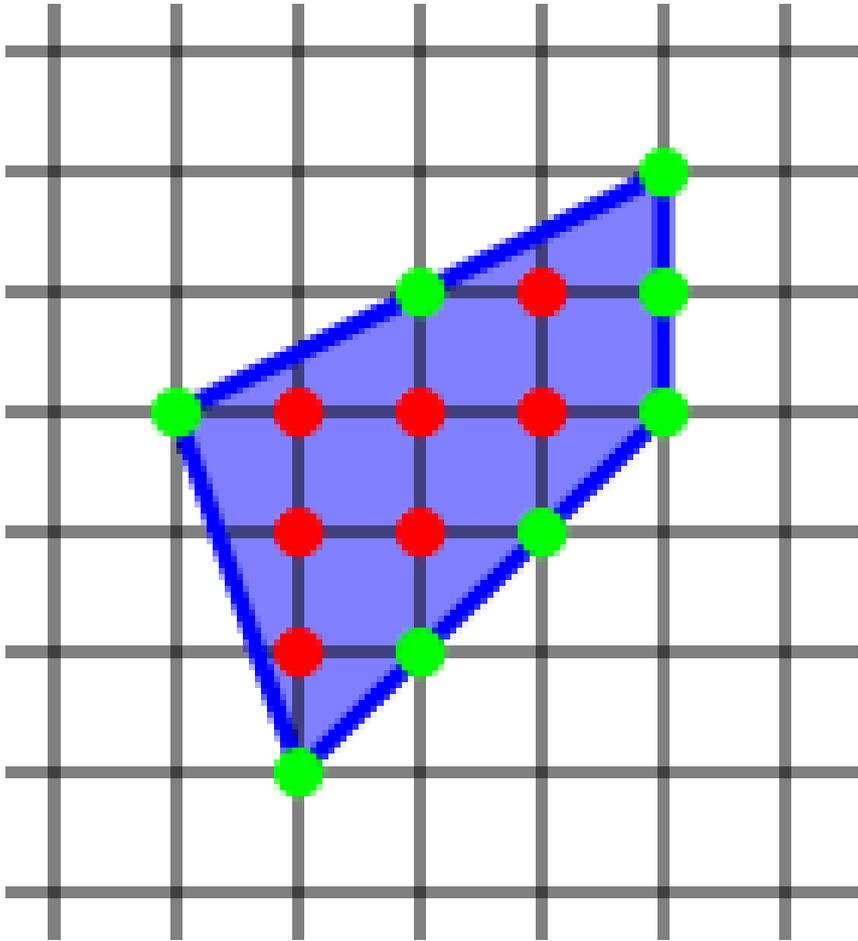
Тогда справедлива *формула Пика*:

$$S = L + B/2 - 1.$$



- **Пример 1.** Для многоугольника на рисунке (**L**-желтые точки), (**B**-синие точки, не забудьте о вершинах!), поэтому

$$S = 23 + 7/2 - 1 = 25,5 \quad \text{кв ед.}$$



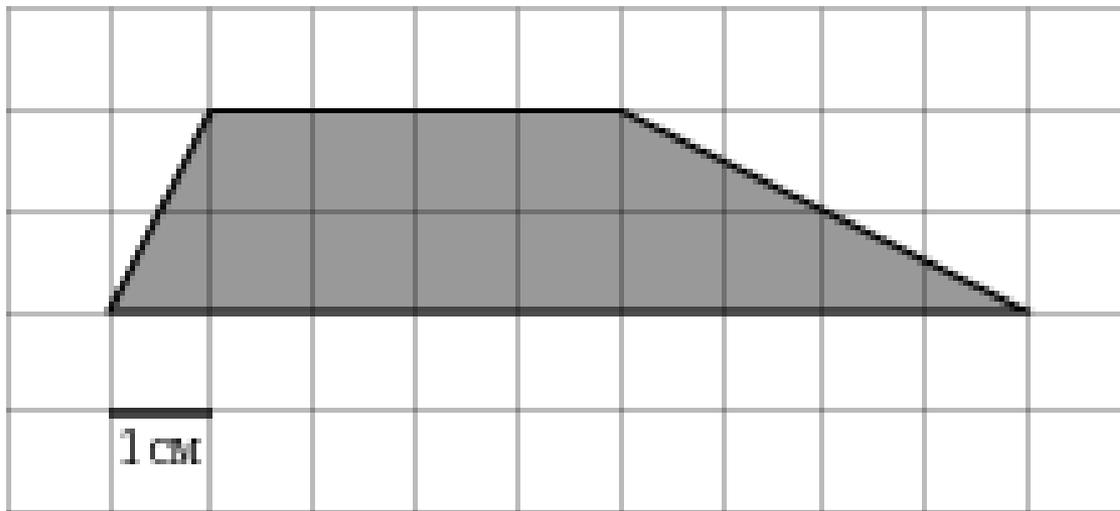
Пример 2.

$$L=7, B=8$$

$$S=7+8/2-1=10$$

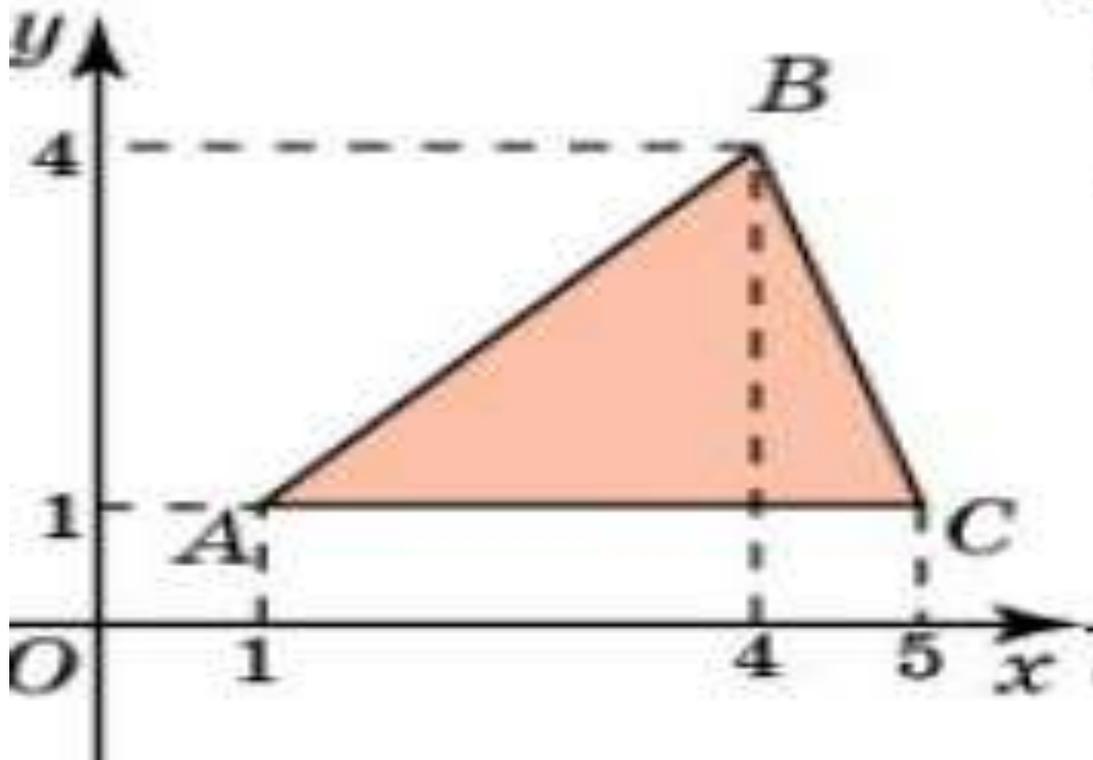
Ответ: 10 кв.см.

5 способ. Формула Пика

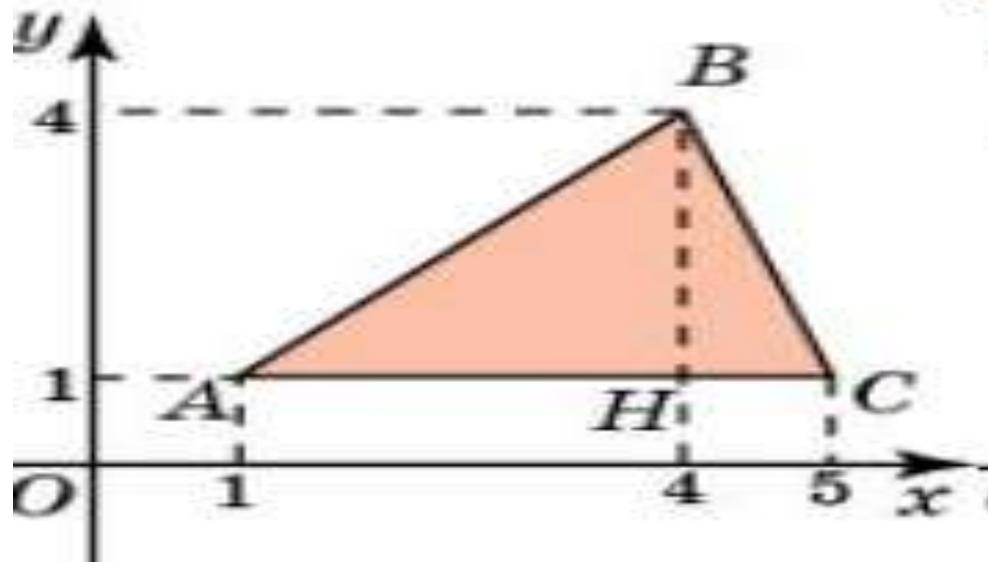


$$S = 6 + 16/2 - 1 = 13 \text{ кв.см}$$

№1 Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1, 1)$, $(4, 4)$, $(5, 1)$.



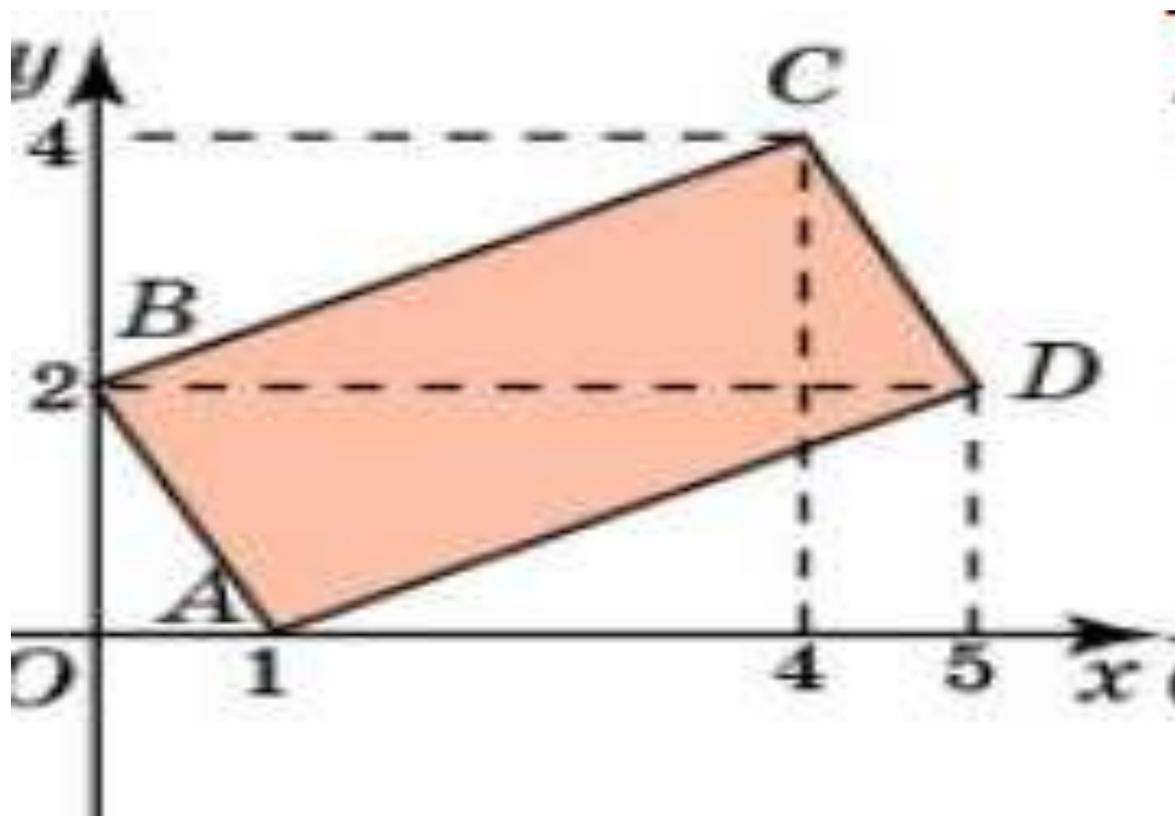
Решение



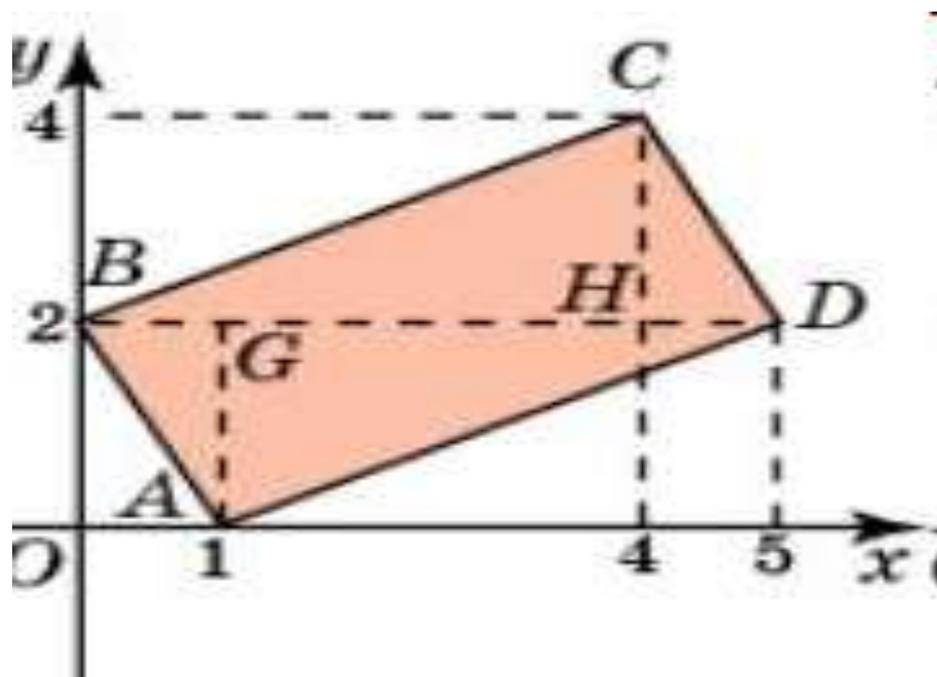
Из вершины B треугольника ABC опустим высоту BH . Она равна 3 . Сторона AC равна 4 . Следовательно, площадь треугольника равна 6 .

Ответ. 6 .

№2 Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(1, 0)$, $(0, 2)$, $(4, 4)$, $(5, 2)$



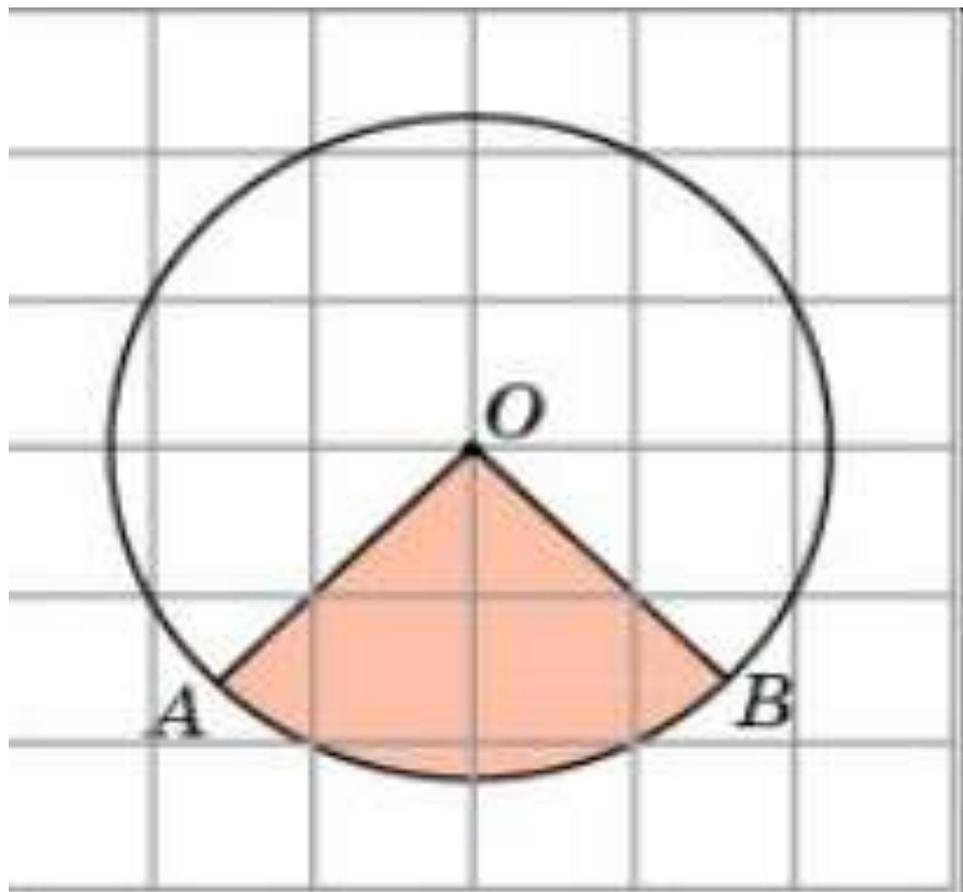
Решение



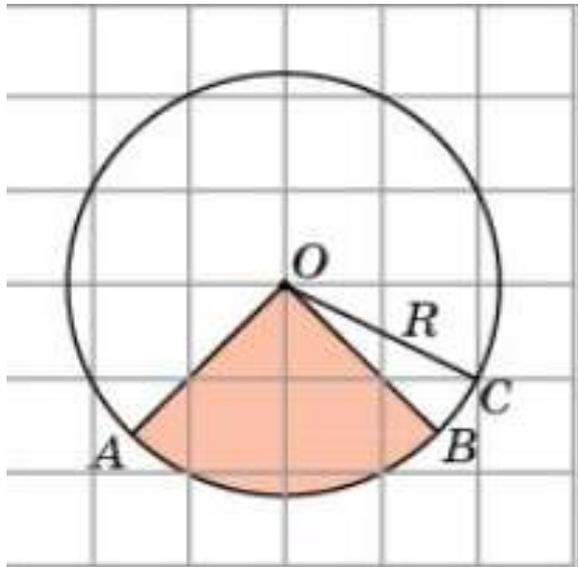
Разобьем четырехугольник ABCD на два треугольника ABD и BCD. Высоты AG и CH этих треугольников, опущенные на сторону BD, равны 2, сторона BD равна 5. Следовательно, площади этих треугольников равны 5 и, значит, площадь четырехугольника ABCD равна 10.

Ответ. 10.

№1 Найдите площадь S сектора, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите s/π .



Решение



Первое решение. Напомним, что площадь S кругового сектора вычисляется по формуле $S = \frac{\pi R^2 \varphi}{360}$, где R – радиус круга, φ – градусная величина угла сектора. В нашем случае $\varphi = 90$ Радиус R равен $\sqrt{5}$.

Подставляя данные значения R и в формулу площади сектора, получим $S = \frac{5\pi^2}{4}$

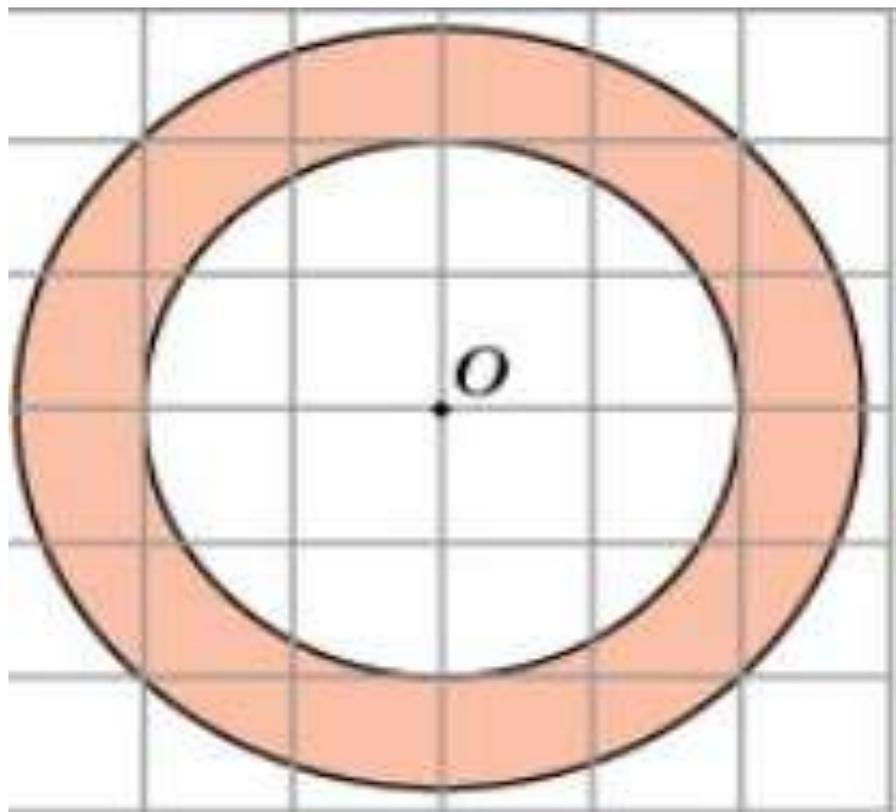
Откуда $\frac{S}{\pi} = 1,25$

Второе решение. Заметим, что данный сектор является одной четвертой частью круга и, следовательно, его площадь равна одной четвертой площади круга. Площадь круга равна πR^2 , где R – радиус круга.

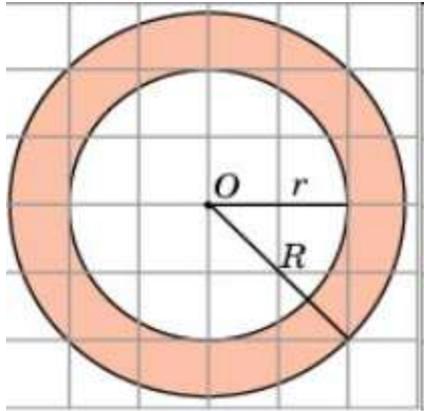
В нашем случае $R = \sqrt{5}$ и, следовательно, площадь S сектора равна $\frac{5\pi^2}{4}$.

Откуда $\frac{S}{\pi} = 1,25$

№2 Найдите площадь S кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите s/π



Решение



Площадь кольца равна разности площадей внешнего и внутреннего кругов. Радиус R внешнего круга равен $2\sqrt{2}$, радиус r внутреннего круга равен 2. Следовательно, площадь кольца равна 4.

ИСТОЧНИКИ

http://en.wikipedia.org/wiki/Pick's_theorem

http://e-maxx.ru/algo/pick_grid_theorem

<http://mathege.ru:8080/or/ege/Main>