

Замеченные опечатки.

Для задания 7 варианта 2

Решите уравнение $3x^2+15x=0$

правильным ответом считается

-5;0 или 0;-5

Для задания 7 варианта 2

Решите уравнение $9x^2-1=0$

правильным ответом считается

$-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}$ или $\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}$

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $x^3 = 4x^2 + 5x$.

Решение.

Перенесем все члены уравнения в левую часть и вынесем x за скобки:

$$x(x^2 - 4x - 5) = 0.$$

$$x = 0 \text{ или } x^2 - 4x - 5 = 0.$$

Решая квадратное уравнение, находим: $x = -1$ или $x = 5$.

Ответ: -1 ; 0 ; 5 .

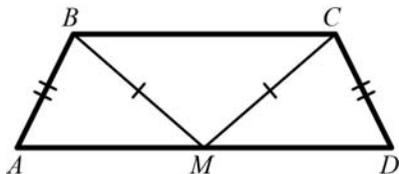
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Уравнение решено верно, получен верный ответ	2
Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. Точка M лежит на основании AD и равноудалена от концов другого основания. Докажите, что M – середина основания AD .

Треугольник BMC равнобедренный. Поэтому $\angle CBM = \angle BCM$.

В равнобедренной трапеции $\angle ABC = \angle DCB$.

Отсюда следует, что $\angle ABM = \angle DCM$. Значит, треугольники BMA и CMD равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $AM = MD$.



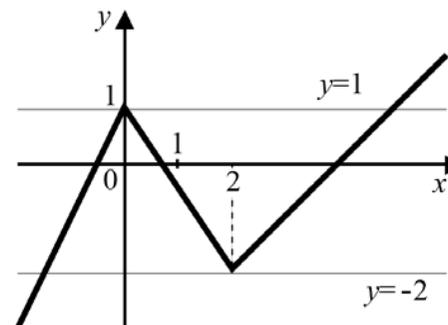
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < 0, \\ -1, 5x + 1, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ x - 4, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

График функции состоит из двух лучей и отрезка.



На рисунке видно, что график имеет ровно две общие точки с горизонтальными прямыми $y = -2$ и $y = 1$.

Ответ: 1 ; -2 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y=c$ имеет с графиком ровно две общие точки	3
График построен правильно, указаны не все верные значения c	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

22 Пристани A и B расположены на реке, скорость течения которой на этом участке равна 3 км/ч. Лодка проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 8 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Пусть x км/ч – собственная скорость лодки. Тогда скорость движения по течению равна $x + 3$ км/ч, а скорость движения против течения равна $x - 3$ км/ч. Обозначим S расстояние между пристанями.

Время, затраченное на весь путь, равно

$$\frac{S}{x+3} + \frac{S}{x-3}$$

По условию средняя скорость равна 8 км/ч, а весь путь равен $2S$. Следовательно,

$$\left(\frac{S}{x+3} + \frac{S}{x-3}\right) \cdot 8 = 2S.$$

Решим это уравнение:

$$\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{4}; \quad \frac{2x}{x^2-9} = \frac{1}{4}; \quad \begin{cases} x^2 - 8x - 9 = 0, \\ x^2 - 9 \neq 0. \end{cases}$$

Получаем: $x = 9$ или $x = -1$. Корень -1 не является решением задачи. Значит, скорость лодки равна 9 км/ч.

Ответ: 9 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	4
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

23 Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 8 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 16 : 9$.

Пусть $BC = y$ см, $AM = 16x$ см и $MB = 9x$ см. Поэтому гипотенуза $AB = 25x$ см. По теореме Пифагора:

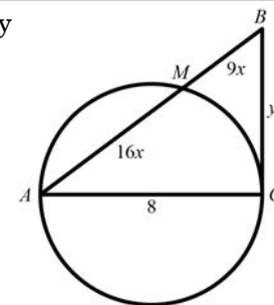
$$y^2 = 625x^2 - 64.$$

По теореме о секущей и касательной

$$y^2 = 25x \cdot 9x = 225x^2.$$

Следовательно, $225x^2 = 625x^2 - 64$, откуда $x^2 = \frac{4}{25}$.

Тогда $y^2 = 225 \cdot \frac{4}{25}$; $y = \frac{15 \cdot 2}{5} = 6$.



Следовательно, площадь треугольника равна

$$\frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ см}^2.$$

Ответ: 24 см².

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно; или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $x^3 = 6x^2 + 7x$.

Решение.

Перенесем все члены уравнения в левую часть и вынесем x за скобки:

$$x(x^2 - 6x - 7) = 0.$$

$$x = 0 \text{ или } x^2 - 6x - 7 = 0.$$

Решая квадратное уравнение, находим: $x = -1$ или $x = 7$.

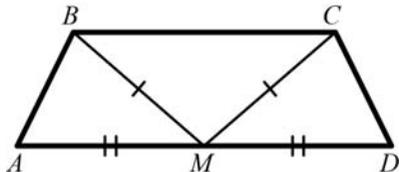
Ответ: -1 ; 0 ; 7 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Уравнение решено верно, получен верный ответ	2
Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 Середина M основания AD трапеции $ABCD$ равноудалена от концов другого основания. Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.

Треугольник BMC равнобедренный. Поэтому $\angle CBM = \angle BCM$. По свойству параллельных прямых $\angle CBM = \angle BMA$ и $\angle BCM = \angle CMD$. Следовательно, $\angle BMA = \angle CMD$.

Значит, треугольники BMA и CMD равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $AB = CD$.



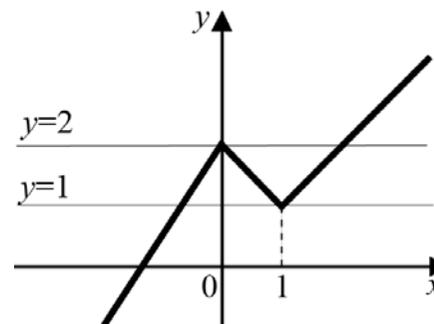
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 1, 5x + 2, & \text{если } x < 0, \\ 2 - x, & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

График функции состоит из двух лучей и отрезка.



На рисунке видно, что график имеет ровно две общие точки с горизонтальными прямыми $y = 2$ и $y = 1$.

Ответ: 2 ; 1 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y=c$ имеет с графиком ровно две общие точки	3
График построен правильно, указаны не все верные значения c	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

22 Пристани A и B расположены на реке, скорость течения которой на этом участке равна 4 км/ч. Лодка проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 6 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

Пусть x км/ч – собственная скорость лодки. Тогда скорость движения по течению равна $x + 4$ км/ч, а скорость движения против течения равна $x - 4$ км/ч. Обозначим S расстояние между пристанями.

Время, затраченное на весь путь, равно $\frac{S}{x+4} + \frac{S}{x-4}$.

По условию средняя скорость равна 6 км/ч, а весь путь равен $2S$. Следовательно,

$$\left(\frac{S}{x+4} + \frac{S}{x-4}\right) \cdot 6 = 2S.$$

Решим это уравнение:

$$\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4} = \frac{1}{3}; \quad \frac{2x}{x^2-16} = \frac{1}{3}; \quad \begin{cases} x^2 - 6x - 16 = 0, \\ x^2 - 16 \neq 0. \end{cases}$$

Получаем: $x = 8$ или $x = -2$. Корень -2 не является решением задачи. Значит, скорость лодки равна 8 км/ч.

Ответ: 8 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	4
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

23 Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 3 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 9 : 16$.

Пусть $BC = y$ см, $AM = 9x$ см и $MB = 16x$ см.

Поэтому гипотенуза $AB = 25x$ см. По теореме Пифагора:

$$y^2 = 625x^2 - 9.$$

По теореме о секущей и касательной

$$y^2 = 25x \cdot 16x = 400x^2.$$

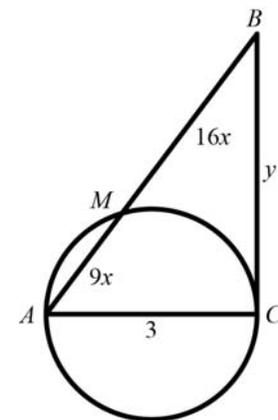
Следовательно, $400x^2 = 625x^2 - 9$, откуда $x^2 = \frac{1}{25}$.

Тогда $y^2 = 400 \cdot \frac{1}{25}$; $y = \frac{20}{5} = 4$.

Следовательно, площадь треугольника равна

$$\frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6 см^2 .



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно; или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	2413
2.	30
3.	741
4	2
5.	2
6	2
7	-2;2
8	35
9	2

№ задания	Ответ
10	4
11	1
12	2341
13	9;10
14	245
15	(5;2)
16	$ab - c^2$
17	2,25
18	$x > \frac{1}{6}$

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1.	3214
2.	6
3.	840
4.	3
5.	1
6.	0,6
7.	0;-5
8.	135
9.	-1

№ задания	Ответ
10	4
11.	0,4
12	2314
13	9
14.	2
15	(1;4)
16	$a^2 - bc$
17	$l = \frac{T^2}{4}$
18	$x \geq 3$