**Алгебра и начала анализа, 11 класс**

**ПРИМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ И ЛОГАРИФМОВ.**

**Цели урока:**

* повышение мотивации учащихся к обучению, расширить представление учащихся о применении свойств показательной функции и логарифмов в различных областях естествознания, определить прочность знаний, умений и навыков при решении показательных и логарифмических уравнений, применении свойств логарифмов.
* развивать логическое мышление, умение анализировать, оперировать полученными знаниями и навыками, выделять главное, обобщать. Развивать интерес к математике.
* воспитание познавательной активности, формирование навыков самостоятельной работы с учебной литературой.

**Тип урока:** интегрированный

**Форма урока:** фронтальная и индивидуальная.

**Оборудование :**  ПК, проектор, экран, таблицы Брадиса.

**Эпиграф урока:**

*«Без знания математики нельзя понять ни основ современной техники, ни того, как*

*ученые изучают природные и социальные явления»*

*Колмогоров. А.Н*

**ХОД УРОКА**

1. *Организационный момент.* (1 мин.)

Учитель: Ребята, мы с вами изучили свойства показательной, понятие логарифма и его свойства, научились решать показательные и логарифмические уравнения. А теперь я предлагаю рассмотреть в каких областях различных наук возможно практическое применение полученных вами знаний.

1. *Историческая справка.* (10 мин.)

Несколько учащихся делают заранее подготовленный доклад из истории возникновения логарифмов.

* Потребность в сложных расчётах в XVI веке быстро росла, и значительная часть трудностей была связана с умножением и делением многозначных чисел. В конце века нескольким математикам, почти одновременно, пришла в голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной. Тогда и деление автоматически заменяется на более простое и надёжное вычитание, а извлечение корня степени n сводится к делению логарифма подкоренного выражения на n. Первым эту идею опубликовал в своей книге «Arithmetica integra» Михаэль Штифель, который, впрочем, не приложил серьёзных усилий для реализации своей идеи.
* В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов». В нём было краткое описание логарифмов и их свойств, а также 8-значные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов, с шагом 1'. Термин логарифм, предложенный Непером, утвердился в науке. Логарифмом числа x называют показатель степени y, в которую надо возвести некоторое фиксированное число *a*, чтобы получить исходное число *x*: *ay=x*. Записывают: *y = loga x*.
* Уже спустя 5 лет, в 1619 г., лондонский учитель математики Джон Спайделл переиздал таблицы Непера, преобразованные так, что они фактически стали таблицами натуральных логарифмов (хотя масштабирование до целых чисел Спайделл сохранил). Термин «натуральный логарифм» предложил итальянский математик Пьетро Менголи в середине XVI века.
* И только в ХХ веке Владимир Модестович Брадис придумал способ, позволяющий до минимума сократить утомительные расчеты. Выбрать наиболее необходимые для инженерных расчетов функции, один раз посчитать их значения с приемлемой точностью в широком интервале аргументов. А результаты расчетов представить в виде таблиц. Кропотливых расчетов В.М. Брадису предстояло проделать много. Но они экономили массу времени всем последующим пользователям его таблиц.

Эти таблицы стали советским бестселлером. С 1930 года их издавали едва ли не ежегодно в течение тридцати лет.

1. *Решение задач.* (27 мин.)

Учитель: В наше время нельзя представить экономику банковского дела без расчетов с логарифмами, примером этому следуют представленные задачи:

*Задача 1*

Пусть вкладчик положил в банк 10 000 руб. под ставку 12% годовых. Через сколько лет его вклад удвоится?

Решение

Сначала давайте поймем, как будут накапливаться деньги. Через год на счету вкладчика будет сумма:

10 000 + 10 000· (руб.), т.е. исходная сумма плюс проценты. Еще через год эта сумма составит  (руб.), т.е. сумма денег после первого года и проценты от денег первого года.

Попробуем найти закон образования суммы вклада после каждого года.

После первого года:.

После второго года:

После третьего года:

Внимательно присмотревшись к правым частям получившихся равенств, можно заметить закономерность построения этих денежных сумм и увидеть, что через n лет хранение денег их количество составит  рублей.

На самом деле мы сейчас вывели формулу, которая в экономике называется формулой сложных процентов:, где A-начальная сумма вклада, P-процентная ставка (годовая), n-срок хранения вклада (в годах), а S-накопительная (итоговая) сумма вклада.

Итак, в данном случае деньги на вкладе накапливаются по формуле .

Необходимо найти n, при котором , т.е. решить уравнение .

Мы можем решить это уравнение по определению логарифма числа и получить, что n=log1,122. Вычислим этот логарифм, предварительно перейдя к основанию 10:

.

Ответ: удвоение вклада произойдет через 6 лет (с небольшим).

*Задача №2*

Пусть в начальный момент времени имелось *q* единиц некоторого компонента, в некоторый другой момент времени *t* имеющийся компонент изменился в *p* раз. Установите, через какой промежуток времени (начиная с начального момента) этот компонент достигнет заданного количества *B* единиц.

Для того чтобы это сделать, сначала напомним, что процессы, у которых происходит быстрый рост или быстрое затухание, описываются показательной функцией вида .

Решение

В нашем случае будем считать, что начальный момент времени соответствует нулю, тогда , и значит, *c*0 *=q*, т.е. функция, описывающая этот процесс, имеет вид . В следующий момент времени t у нас произошли изменения, описываемые уравнением , т.е. *p*=*at,* откуда lg *p*=lg *at,* lg *p*=tlg*a,*



Таким образом, по данным условия мы получаем функцию y= q$(10^{\frac{lgp}{t}})^{x}$. И теперь ясно, что мы ищем x, при котором y=B, т.е. надо решить уравнение B= q$(10^{\frac{lgp}{t}})^{x}$.

Выполняя логарифмирование уравнения B=q$(10^{\frac{lgp}{t}})^{x}$ по основанию 10, получим



**1) Логарифмы в биологии**

Учитель: В нашу современную жизнь вторгается математика с ее особым стилем мышления, становящимся сейчас обязательным и для инженера, и для биолога.

*Задача №3*

В начальный момент времени было 8 бактерий, через 2 ч после помещения бактерий в питательную среду их число возросло до 100. Через сколько времени с момента помещения в питательную среду следует ожидать колонию в 500 бактерий?

Решение.

q=8, t=2, p=100/8, B=500.

Значит, требуемое время соответствует значению выражения



Ответ: примерно через 3 ч. 15 мин

*Задача №4*

Примером быстрого размножения бактерий является процесс изготовления дрожжей, при котором по мере их роста производится соответствующая добавка перерабатываемой сахаристой массы. Увеличение массы дрожжей выражается показательной функцией *m*= *m0*$ ^{1,2t}$, где *m0* – масса дрожжей в процессе дрожжевания. Вычислим m, если *m0*=10 кг, и t=9 ч.

Решение.

Вычислим массу дрожжей в процессе дрожжевания:

m = $10^{1,2\*9}$ = 51.6 кг

Ответ: 51.6 кг

**2) Логарифмы в химии и биофизике**

Учитель: для чего же нужны логарифмы в химии и как они применяются?

 Думаю, все из нас неоднократно встречались с пометкой *pH* на моющих средствах.

В химии эту пометку принято называть *водородным показателем*.

За что же он отвечает?

*Водородным показателем pH* называется отрицательный десятичный логарифм концентрации ионов водорода. Иначе говоря, с помощью водородного показателя определяется уровень кислотности среды (на экране таблица соотношения водородного показателя и среды раствора).

С помощью логарифмов ученые научились определять точный возраст ископаемых пород и животных. Наиболее распространен радиоуглеродный анализ.

Попытаемся понять суть этого метода на примере следующей задачи.

*Задача №5*

Известно, что соотношение между углеродом C12 и его радиоактивным изотопом C14 во всех живых организмах постоянно. Период полураспада углерода C14 составляет 5760 лет. Определите возраст останков мамонта, найденных в вечной мерзлоте на Таймыре, если относительное содержание изотопа C14 в них составляет 26% от его количества в живом организме.

Решение.

Пусть изначально изотопа C14 было m, получим q = m, t = 5760, p = 1/2, B = 0,26m, и значит,



Ответ: Возраст останков мамонта составляет примерно 11200 лет.

**3) Логарифмы в географии**

Учитель: Для планирования развития городов, других населенных пунктов, строительства жилья, дорог, других объектов мест проживания людей, необходимы расчеты – прогнозы на 5, 10, 20 лет вперед. Покажем, как в таких расчетах применяются логарифмы.

*Задача №6*

По данным газеты «Зори» от 12 апреля 2011 года из доклада П. Е. Шишкина население в городе Старый Оскол за один год увеличилось с 256100 человек до 257135 человек. Через сколько лет население этого города увеличится в 1,5 раза?

Решение.

 Для решения этой задачи применим формулу сложных процентов: *A=a(1+p/100)x*. Примем население города, которое было, за а=256100*,* тогда *А=257135*-это население, которое стало, *х -*неизвестно.

р = $\frac{257135-256100}{257135}\*$100≈0,4%

Сделав подстановку в формулу*,* получим:

256100∙1,5=256100(1+0,4/100) *x*

Чтобы решить это показательное уравнение прологарифмируем его:

*xlg 1,004=lg1,5*, откуда *x =lg 1,5 /lg1,004*

Найдя по таблице *lg1,5* и *lg1,004* , получим:

*x=0,18/0,002≈90.*

Ответ : примерно через 90 лет

Учитель: Используются логарифмы и в расчётах, связанных с изменением атмосферного давления при изменении высоты над уровнем моря.

*Задача №7*

Высота над уровнем моря вычисляется по формуле *h=(8000/0,4343)lg(p0 /p)*, где *p0* =760 мм рт.ст., *р* - давление на высоте *h* м.

*Давление в Москве на 15 апреля 2011 года равно 742 мм рт. ст. Вычислить, на какой высоте находится наш город.*

Решение.

*h*=(8000/0,4343)lg(760/742) ≈191 м

Ответ: 235м.

**4)** **Логарифмы в физике.**

Разделы физики, в которых выявлено применение логарифмов:

* + Макроскопическая физика
	+ Механика
	+ Термодинамика
	+ Оптика
	+ Акустика
	+ Электродинамика
	+ Микроскопическая физика
	+ Статистическая физика
	+ Физика конденсированных сред
		- Физика твёрдого тела
		- Физика атомов и молекул
		- Физика наноструктур
	+ Квантовая физика
	+ Ядерная физика
	+ Физика высоких энергий
	+ Физика элементарных частиц

**Логарифмическая шкала**

Примеры применения:

* + Шкала Рихтера интенсивности землетрясений
	+ Шкала экспозиций в фотографии
	+ Звездные величины — шкала яркости звезд
	+ Шкала рН
	+ Шкала интенсивности звука — децибелы
* Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.
* История — логарифмическая шкала времени

Логарифмы применяются для измерения энергетических (мощность, энергия) или силовых (напряжение, сила тока) величин. Эти величины встречаются практически во всех разделах физики.

1. *Подведение итогов.* (2 мин)

Учитель: Мы не исчерпали всех примеров применения логарифмов, поскольку это сделать просто невозможно. Логарифмы находят самое широкое применение и при обработке результатов тестирований в психологии и социологии, в составлении прогнозов погоды, в экономике, музыке и т.п.

Рассмотренные нами примеры убедительно показывают, что знание математики (в таком объёме) нужно не только человеку, непосредственно связанного с математикой, но и людям многих других специальностей.

Сообщить отметки, отметить наиболее активных учащихся.

1. *Домашнее задание*. (2 мин)

Задача: Какова была численность населения города 10 лет тому назад, если в настоящее время в городе проживает 300 тыс. человек, а ежегодный прирост населения составляет 3,5%?

Литература:

1. Самсонов П.И. Математика: Полный курс логарифмов. Естественно – научный профиль.-М.: Школьная Пресса, 2005.-208 с. («Математика в школе». Вып. 32.)
2. Азевич А.И. Двадцать уроков гармонии: Гуманитарно-математический курс. -М. :Школа-Пресс,1998.-160 с.: ил. ( «Математика в школе». Вып. 7.)
3. Интернет - энциклопедия Википедия.