## Сведение логарифмического неравенства к системе рациональных неравенств

Рассмотрим логарифмическое неравенство вида , где ОДЗ неравенства задается системой 

Известен стандартный метод решения такого неравенства, который предполагает разбор двух случаев на области допустимых значений неравенства.

В первом случае, когда основания логарифмов удовлетворяют условию, знак неравенства изменяется: .

Во втором случае, когда основание удовлетворяет условию , знак неравенства сохраняется: .

При решении мы рассматриваем два случая и потом объединяем ответы. Но при рассмотрении второго случая приходится повторять выкладки из первого случая….

Вот уже многие годы при подготовке к ЕГЭ (да и на самом ЕГЭ) моих учеников выручает следующая теорема.

**Теорема.** *Логарифмическое неравенство*

 *равносильно следующей системе неравенств*:



**Доказательство**: первые четыре неравенства системы задают множество допустимых значений исходного логарифмического неравенства. Обратим теперь внимание на пятое неравенство. Если , то первый множитель этого неравенства будет отрицателен. При сокращении на него придется изменить знак неравенства на противоположный, тогда получится неравенство . Если же , то первый множитель пятого неравенства положителен, сокращаем его без изменения знака неравенства, получаем неравенство . Таким образом, пятое неравенство системы включает в себя оба случая предыдущего метода. Терема доказана.

Рассмотрим пример.

*Решить неравенство .*

*Первый способ.*

*Стандартный метод решения*, который предполагает разбор двух случаев на области допустимых значений неравенства.

или

Решаем первую систему:, откуда получаем 2

Решаем вторую систему: , откуда получаем

Объединяя полученные ответы, имеем окончательное решение данного неравенства.

Ответ: 2

*Второй способ.*

*Применение теоремы.*

Решив которую, получим 2

Ответ: 2