

ОТВЕТЫ

Вариант/ задания	В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	С1
1	19	6	1305	6,2	0,8	2,5	3	2
2	11	60	49,5	4	12	3	-1	$\frac{\pi}{6} + \pi k, -\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
3	1348,2	5	1315	9,6	-0,8	14	4	$\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
4	12	1400	2300	4,5	99	1,5	0,25	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
5	64,36	50	66,5	135	3	2,5	-5	$\frac{4\pi}{3} + 4\pi k, \frac{\pi}{2} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$
6	302	7	18000	6	0,8	78	16	$\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
7	28	100	4000	29	91	8	2	$\frac{1}{64}$
8	20	210	66	300	3	450	2	16
9	353	3	49,5	2	25	96	-5	3
10	10	1986	700	5	-0,9	72	-6,5	125

При проверке работы за каждое из заданий **В1-В7** выставляется **1 балл**, если ответ правильный, и **0 баллов**, если ответ неправильный.

За выполнение задания **С1** выставляется **от 0 до 2 баллов** в зависимости от полноты и правильности ответа в соответствии с приведенными ниже критериями.

Максимальное количество баллов: $7 \times 1 + 2 = 9$.

НОРМЫ ВЫСТАВЛЕНИЯ ОЦЕНОК

Баллы	0 - 4	5	6 - 7	8 - 9
Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ С1

Варианты № 2, 3, 4, 5, 6

№ 6 С1. Решите уравнение: $\frac{\cos^4 \frac{3}{2}x - \sin^4 \frac{3}{2}x}{\log_3 \cos 3x} = \frac{\sin 6x}{\log_3 \cos 3x}$

Решение:

$$\frac{\cos^4 \frac{3}{2}x - \sin^4 \frac{3}{2}x}{\log_3 \cos 3x} = \frac{\sin 6x}{\log_3 \cos 3x} \Leftrightarrow \frac{\cos^4 \frac{3}{2}x - \sin^4 \frac{3}{2}x - \sin 6x}{\log_3 \cos 3x} = 0.$$

$$\left(\cos^4 \frac{3}{2}x - \sin^4 \frac{3}{2}x \right) - 2 \sin 3x \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \frac{\cos 3x(1 - 2 \sin 3x)}{\log_3 \cos 3x} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \cos 3x(1 - 2 \sin 3x) = 0 \\ \cos 3x > 0 \\ \cos 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 \sin 3x = 0 \\ \cos 3x > 0 \\ \cos 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Верно решено уравнение и произведен отбор корней в соответствии с областью определения уравнения.
1	Верно решено уравнение, но не произведен отбор корней.
0	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

№ 4 С1. Решите уравнение: $\sqrt{2}(\sin x - 1) + 2\left(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin x}\right)^2 = \sqrt{3} - 2\sin^2 x$.

Решение:

$$\sqrt{2}(\sin x - 1) + 2\left(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin x}\right)^2 = \sqrt{3} - 2\sin^2 x. \text{ Учитывая, что } \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin x \geq 0, \text{ т.е.}$$

$$\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ преобразуем уравнение к виду: } 2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2} + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin x\right) = \sqrt{3},$$

$$2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sin x = \sqrt{3}, 2\sin^2 x + (\sqrt{2} - 2)\sin x - \sqrt{2} = 0.$$

Решим полученное уравнение:

а) $\sin x = 1$, что не удовлетворяет условию $\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

№ 3 C1. Решите уравнение: $\sqrt{2}(\cos x - 1) - 2\cos x \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{2} - \cos x}\right)^2 = \cos x$.

Решение:

$\sqrt{2}(\cos x - 1) - 2\cos x \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{2} - \cos x}\right)^2 = \cos x$. Учитывая, что $\cos x \leq \frac{1}{2}$ преобразуем

уравнение к виду $\sqrt{2}\cos x - \sqrt{2} - 2\cos x \cdot \left(\frac{1}{2} - \cos x\right) = \cos x$,

$2\cos^2 x - 2\cos x + \sqrt{2}\cos x - \sqrt{2} = 0$, $2\cos^2 x + (\sqrt{2} - 2)\cos x - \sqrt{2} = 0$.

Решим полученное уравнение:

а) $\cos x = 1$, что не удовлетворяет условию $\cos x \leq \frac{1}{2}$;

б) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

№ 2 C1. Решите уравнение: $\sin^2 2x + \frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x \cdot 2^{\log_2 \cos 2x} = \frac{\sqrt{3}}{4}(1 + 2\sin 2x)$.

Решение:

$\sin^2 2x + \frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x \cdot 2^{\log_2 \cos 2x} = \frac{\sqrt{3}}{4}(1 + 2\sin 2x)$. Учитывая, что $\cos 2x > 0$, преобразуем

уравнение к виду: $\sin^2 2x + \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x$;

$\sin^2 2x + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$.

Решим полученное уравнение при условии $\cos 2x > 0$:

а) $\begin{cases} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

б) $\begin{cases} \sin 2x = -\frac{1}{2} \\ \cos 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + \pi k, -\frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

№ 5 C1. Решите уравнение: $\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \cdot 5^{\log_5 \sin \frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos \frac{x}{2}$.

Решение:

$\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \cdot 5^{\log_5 \sin \frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos \frac{x}{2}$. Учитывая, что $\sin \frac{x}{2} > 0$, преобразуем

уравнение к виду: $\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos \frac{x}{2}$;

$\cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1 - \sqrt{2}}{2}\cos \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$.

Решим полученное уравнение при условии $\sin \frac{x}{2} > 0$:

а) $\begin{cases} \cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2} \\ \sin \frac{x}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

б) $\begin{cases} \cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \frac{x}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $\frac{4\pi}{3} + 4\pi k, \frac{\pi}{2} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Варианты № 1, 7, 8, 9, 10

№ 1 C1. Решите уравнение $\log_2^2 x + 6 - x = 2^{\log_2(4-x)} + 3\log_2 x$.

Решение:

1) Перейдем от данного уравнения к равносильной системе

$\begin{cases} 4 - x > 0, \\ \log_2^2 x - 3\log_2 x + 6 - x = 4 - x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4, \\ \log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0; \end{cases}$

2) Решим полученную систему.

Решим второе уравнение системы $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$, пусть $y = \log_2 x$,

$y^2 - 3y + 2 = 0$, $y = 1$ или $y = 2$.

а) $\log_2 x = 1$, $x = 2$ – удовлетворяет условию $x < 4$;

б) $\log_2 x = 2$, $x = 4$ – не удовлетворяет условию $x < 4$.

Ответ: 2.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Приведена верная последовательность шагов решения: 1) преобразование уравнения в систему, равносильную уравнению; 2) решение системы. Все тождественные преобразования и вычисления выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. При решении системы допущена одна описка или негрубая <u>вычислительная</u> ошибка, не влияющая на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

№ 9 С1. Решите уравнение $x + \log_3^2 x - 4 = 3^{\log_3(x-2)} - \log_3 x$.

Решение:

1) Перейдем от данного уравнения к равносильной системе

$$\begin{cases} x-2 > 0, \\ \log_3^2 x + \log_3 x + x - 4 = x - 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2, \\ \log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0; \end{cases}$$

2) Решим полученную систему.

Решим второе уравнение системы $\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$, пусть $y = \log_3 x$

$$y^2 + y - 2 = 0, \quad y = 1 \text{ или } y = -2.$$

а) $\log_3 x = 1, \quad x = 3$ – удовлетворяет условию $x > 2$;

б) $\log_3 x = -2, \quad x = \frac{1}{9}$ – не удовлетворяет условию $x > 2$.

Ответ: 3.

№ 8 С1. Решите уравнение $\log_4^2 x - 7 + x = 4^{\log_4(x-5)} + \log_4 x$.

Решение:

3) Перейдем от данного уравнения к равносильной системе

$$\begin{cases} x-5 > 0, \\ \log_4^2 x - \log_4 x - 7 + x = x - 5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5, \\ \log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0; \end{cases}$$

4) Решим полученную систему.

Решим второе уравнение системы $\log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$, пусть $y = \log_4 x$,

$$y^2 - y - 2 = 0, \quad y = -1 \text{ или } y = 2.$$

а) $\log_4 x = 2, \quad x = 16$ – удовлетворяет условию $x > 5$;

б) $\log_4 x = -1, \quad x = \frac{1}{4}$ – не удовлетворяет условию $x > 5$.

Ответ: 16.

№ 10 С1. Решите уравнение $\log_5^2 x - 43 + x = 5^{\log_5(x-37)} + \log_5 x$.

Решение:

5) Перейдем от данного уравнения к равносильной системе

$$\begin{cases} x-37 > 0, \\ \log_5^2 x - \log_5 x - 43 + x = x - 37; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 37, \\ \log_5^2 x - \log_5 x - 6 = 0; \end{cases}$$

6) Решим полученную систему.

Решим второе уравнение системы $\log_5^2 x - \log_5 x - 6 = 0$, пусть $y = \log_5 x$,

$$y^2 - y - 6 = 0, \quad y = -2 \text{ или } y = 3.$$

а) $\log_5 x = 3, \quad x = 125$ – удовлетворяет условию $x > 37$;

б) $\log_5 x = -2, \quad x = \frac{1}{25}$ – не удовлетворяет условию $x > 37$.

Ответ: 125.

№ 7 С1. Решите уравнение $\log_4^2 x - x = 4^{\log_4(3-x)} - 2 \log_4 x$.

Решение:

1) Перейдем от данного уравнения к равносильной системе

$$\begin{cases} 3-x > 0, \\ \log_4^2 x + 2 \log_4 x - x = 3 - x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3, \\ \log_4^2 x + 2 \log_4 x - 3 = 0; \end{cases}$$

2) Решим полученную систему.

Решим второе уравнение системы $\log_4^2 x + 2 \log_4 x - 3 = 0$, пусть $y = \log_4 x$,

$$y^2 + 2y - 3 = 0, \quad y = 1 \text{ или } y = -3.$$

а) $\log_4 x = -3, \quad x = \frac{1}{64}$ – удовлетворяет условию $x < 3$;

б) $\log_4 x = 1, \quad x = 4$ – не удовлетворяет условию $x < 3$.

Ответ: $\frac{1}{64}$.