

**ОТВЕТЫ**

Вариант/ задания	<b>В1</b>	<b>В2</b>	<b>В3</b>	<b>В4</b>	<b>В5</b>	<b>В6</b>	<b>В7</b>	<b>С1</b>
<b>1</b>	25	8	198	3	10	27	0,25	3
<b>2</b>	24	20	2,5	- 1	80	2	0,32	2,4
<b>3</b>	140	4	1,1	2	100	5	0,32	45
<b>4</b>	8450	1200	10600	6,2	10	- 1	0,5	$\sqrt{1,2}$
<b>5</b>	10,5	5	700	3,4	15	1	0,15	3
<b>6</b>	6	7	49500	3	5	25	0,25	3
<b>7</b>	72	50	1,5	0	74	- 7	0,2	4/13
<b>8</b>	1050	12	26	8,3	108	5	0,2	$0,6\sqrt{41}$
<b>9</b>	10	6	34800	- 1,8	45	1	0,2	12/13
<b>10</b>	15	5	39	3,7	5	1	0,4	2,4

При проверке работы за каждое из заданий **В1 - В7** выставляется **1 балл**, если ответ правильный, и **0 баллов**, если ответ неправильный.

За выполнение задания **С1** выставляется **от 0 до 2 баллов** в зависимости от полноты и правильности ответа в соответствии с приведенными ниже критериями.

Максимальное количество баллов:  $7 \times 1 + 2 = 9$ .

**НОРМЫ ВЫСТАВЛЕНИЯ ОЦЕНОК**

Баллы	0 - 3	4 - 5	6 - 7	8 - 9
Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»

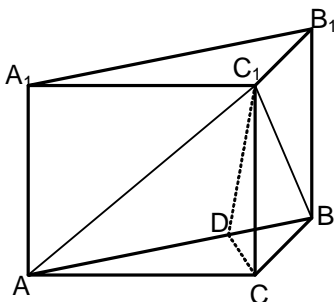
**КРИТЕРИИ И РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ С1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
<b>2</b>	Обоснованно получен правильный ответ.
<b>1</b>	Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ, или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано.
<b>0</b>	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

**№ 10. С1.** В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AC=4$ ,  $BC=3$ . Через гипотенузу  $AB$  основания и вершину  $C_1$  проведена плоскость. Какой должна быть высота призмы, чтобы угол между плоскостью  $AC_1B$  и плоскостью основания равнялся  $45$  градусам?

**Ответ:** 2,4.

**Решение.** Через ребро  $CC_1$  проведем плоскость, перпендикулярную  $AB$ . Она пересекает плоскости  $AC_1B$  и плоскость основания по прямым  $DC$  и  $DC_1$ . Искомый угол между плоскостями –  $CDC_1$ . Катет треугольника  $CDC_1$  найдем как высоту прямоугольного треугольника  $ABC$ :  $CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$ . Из условия задачи ясно, что высота  $CC_1$  должна быть равна этому катету.

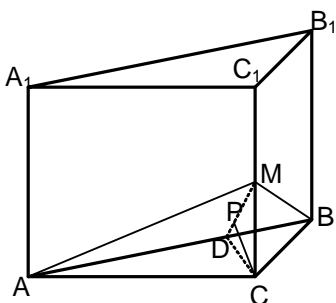


**Ответ:** 2,4.

**№ 9. С1.** В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AC=4$ ,  $BC=3$ . Высота призмы равна 2. Через гипотенузу  $AB$  основания и середину  $M$  ребра  $CC_1$  проведена плоскость. Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $AMB$ .

**Ответ:** 12/13.

**Решение.** Через точку  $M$  проведем плоскость, перпендикулярную  $AB$ . Она пересекает плоскости  $AMB$  по прямой  $DM$ . В плоскости  $DMC$  опустим перпендикуляр  $CP$  на  $DM$ . Очевидно,  $CP \perp AB$  (так как  $AB$  перпендикуляр к плоскости  $DMC$ ). Поэтому  $CP \perp AMB$  и искомое расстояние равно длине  $CP$ . В прямоугольном треугольнике  $DCM$  катет  $CD$  найдем как высоту прямоугольного треугольника  $ABC$ :  $CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$ . Так как  $MC=1$ , то гипотенуза  $DM = \frac{13}{5}$ .



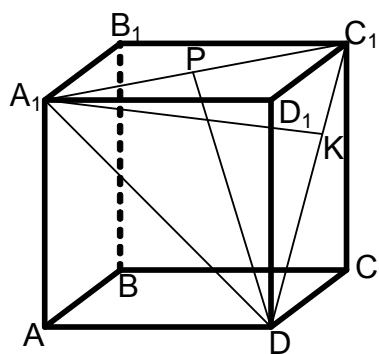
Отрезок  $CP$  найдем как высоту прямоугольного треугольника:  
 $CP = \frac{DC \cdot MC}{DM} = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{12}{13}$ .

**Ответ:** 12/13.

**№ 8. С1.** В основании параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 3, высота параллелепипеда равна 4. Найдите расстояние от вершины  $A_1$  до диагонали боковой грани  $DC_1$ .

**Ответ:**  $0,6\sqrt{41}$ .

**Решение.** Искомое расстояние равно высоте  $A_1K$  треугольника  $A_1C_1D$ , опущенной на сторону  $DC_1$ . Этот треугольник является равнобедренным,

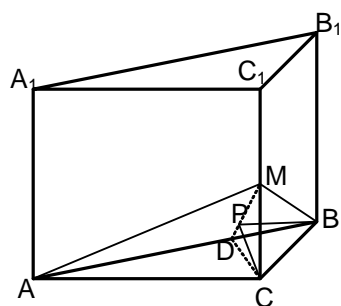


причем  $A_1C_1 = 3\sqrt{2}$ ,  $A_1D = C_1D = 5$ . Высота  $PD$ , очевидно, равна  $\frac{\sqrt{41}}{\sqrt{2}}$ . Тогда  $A_1K = \frac{A_1C_1 \cdot PD}{DC_1} = 0,6\sqrt{41}$ .

**Ответ:**  $0,6\sqrt{41}$ .

**№ 7 C1.** В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AC=4$ ,  $BC=3$ . Высота призмы равна 2. Через гипотенузу  $AB$  основания и середину  $M$  ребра  $CC_1$  проведена плоскость. Найдите синус угла между ребром  $BC$  и плоскостью  $AMB$ .

**Ответ:**  $4/13$ .



**Решение.** Через точку  $M$  проведем плоскость, перпендикулярную  $AB$ . Она пересекает плоскости  $AMB$  по прямой  $DM$ . В плоскости  $DMC$  опустим перпендикуляр  $CP$  на  $DM$ . Очевидно,  $CP \perp AB$  (так как  $AB$  перпендикуляр к плоскости  $DMC$ ). Поэтому  $CP \perp AMB$  и  $BP$  является проекцией ребра  $BC$  на плоскость  $AMB$ , т.е. угол  $CBP$  - искомый.

В прямоугольном треугольнике  $DCM$  катет  $CD$  найдем как высоту прямоугольного треугольника  $ABC$ :

$CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$ . Так как  $MC=1$ , то гипотенуза  $DM = \frac{13}{5}$ . Отрезок  $CP$  найдем как

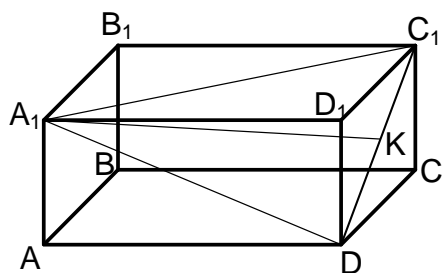
высоту прямоугольного треугольника:  $CP = \frac{DC \cdot MC}{DM} = \frac{12}{5} \cdot \frac{13}{5} = \frac{12}{13}$ . Значит,

$$\sin \angle CBP = \frac{CP}{BC} = \frac{4}{13}.$$

**Ответ:**  $4/13$ .

**№ 6. C1.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребра  $AB = AA_1 = 2$ ,  $AD = \sqrt{7}$ . Найдите расстояние от вершины  $A_1$  до диагонали  $C_1 D$  боковой грани.

**Ответ:** 3.



**Решение.** Рассмотрим треугольник  $A_1C_1D$ . Он равнобедренный, так как  $A_1C_1$  и  $A_1D$  – диагонали равных прямоугольников.

Соединив вершину  $A_1$  с серединой диагонали  $C_1D$ , получим высоту треугольника  $C_1A_1D$ . Так как

$$DK = \frac{1}{2}DC_1 = \frac{1}{2}CD\sqrt{2} = \sqrt{2},$$

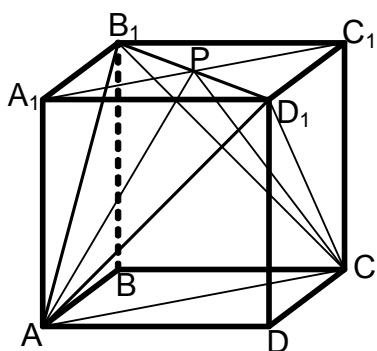
$$A_1D = A_1C_1 = \sqrt{AA_1^2 + AD^2} = \sqrt{11}, \text{ то } A_1K = \sqrt{A_1D^2 - KD^2} = 3.$$

**Ответ:** 3.

**№ 5. С1.** В основании параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$  площади 18. Через  $B_1 D_1$  проведены две плоскости, одна из которых проходит через вершину  $A$ , а другая через вершину  $C$ . При какой высоте параллелепипеда эти плоскости будут взаимно перпендикулярны?

**Ответ:** 3.

**Решение.** Рассмотрим секущую плоскость  $AA_1 C_1 C$ , которая пересекает

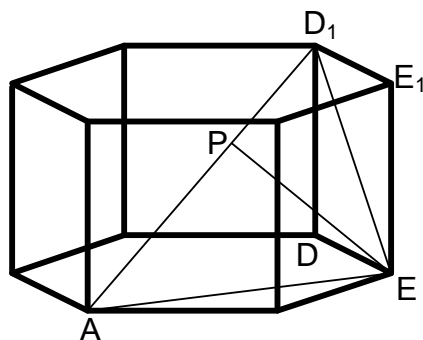


две данные плоскости по прямым  $AP$  и  $PC$ . Очевидно, угол  $APC$  будет линейным углом двугранного угла. Треугольник  $APC$  будет прямоугольным, если его высота (равная ребру куба) будет равна половине диагонали  $AC$ . Так как  $AC = \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} = 6$ , то высота равна 3.

**Ответ:** 3.

**№ 4. С1.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 \dots F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от вершины  $E$  до диагонали  $AD_1$ .

**Ответ:**  $\sqrt{1,2}$ .



**Решение.** Так как  $AE$  перпендикулярно  $DE$ , то  $AE$  перпендикуляр к плоскости  $DD_1 E_1 E$ , т.е. треугольник  $AED_1$  прямоугольный, причем

$$AE = \sqrt{3}, ED_1 = \sqrt{2}, AD_1 = \sqrt{5}. \text{ Значит, высота } FP \text{ равна } \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6}{5}} = \sqrt{1,2}.$$

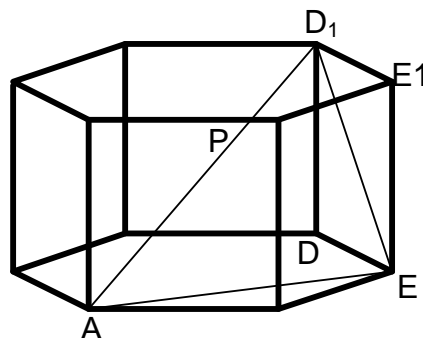
**Ответ:**  $\sqrt{1,2}$ .

**№ 3. С1.** В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 \dots F_1$ , все ребра которой равны 1, через вершины  $A$ ,  $E$  и  $D_1$  проведена плоскость. Найдите двугранный угол между этой плоскостью и плоскостью основания призмы.

**Ответ:** 45.

**Решение.** Так как  $AE$  перпендикулярно  $DE$ , то  $AE$  перпендикуляр к плоскости  $DD_1 E_1 E$ . Так как  $AE$  является линией пересечения данных плоскостей, то угол  $DED_1$  будет линейным углом двугранного угла. Поскольку  $DD_1 E_1 E$  является квадратом, то двугранный угол равен 45 градусам.

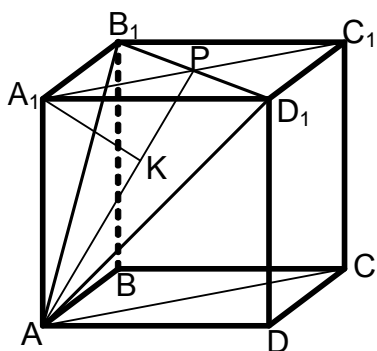
**Ответ:** 45.



**№ 2. С1.** В основании параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$  площади 18. Найдите расстояние от вершины  $A_1$  до плоскости  $AB_1 D_1$ , если объем параллелепипеда равен 72.

**Ответ:** 2,4.

**Решение.** Рассмотрим секущую плоскость  $AA_1 C_1 C$ , которая пересекает плоскость  $AB_1 D_1$  по прямой  $AP$ . Высота  $A_1 K$  прямоугольного треугольника  $AA_1 P$  будет искомым расстоянием. Так как  $A_1 P = 3\sqrt{2}$  и  $AA_1 = 4$ , то  $AP = 5$  и



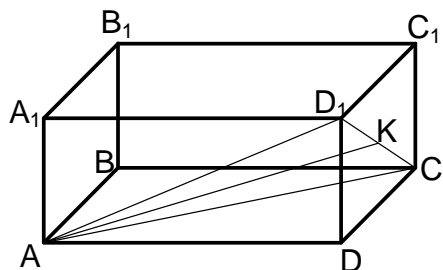
$$A_1 K = \frac{AA_1 \cdot A_1 P}{AP} = 2,4.$$

**Ответ:** 2,4.

**№1 С1.** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребра  $AB = AA_1 = \sqrt{8}$ ,  $AD = \sqrt{5}$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до диагонали  $CD_1$  боковой грани.

**Ответ:** 3.

**Решение.** Рассмотрим треугольник  $ACD_1$ . Он равнобедренный, так как  $AC$  и  $AD_1$  – диагонали равных прямоугольников. Соединив вершину  $A$  с серединой диагонали  $CD_1$ , получим высоту треугольника  $CAD_1$ . Так как



$$D_1 K = \frac{1}{2} D_1 C = \frac{1}{2} CD \sqrt{2} = 2,$$

$$AD_1 = AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{13}, \text{ то}$$

$$AK = \sqrt{AC^2 - KC^2} = 3.$$

**Ответ:** 3.