

ОТВЕТЫ

Вариант/ задания	В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	С1
1	390,6	3	10	310	6	0,8	0,25	$\pi - \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$
2	14	27	2,5	3200	104	- 2	0,5	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$
3	14	44	14	2560	3	- 0,4	0,25	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $-\frac{9\pi}{4}; -\frac{11\pi}{4}$.
4	786,8	759	4	7300	29,5	- 0,6	0,2	$\pi - \arccos\left(\frac{2}{5}\right)$
5	6	8	7,5	393	3,5	- 3	0,22	$(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$
6	6	59	8	438	4,5	- 0,6	0,25	$\pi + 2\pi n, \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $-\frac{13\pi}{6}; -\frac{11\pi}{6}$.
7	1983,2	14	4,5	30	0,5	- 0,9	0,17	$\pi + \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)$
8	7	24	-2	59040	1	4	0,2	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$
9	196	757	8,5	5840	5,5	- 0,7	0,375	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $\frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}$.
10	434	8	0,6	309	6	0,7	0,14	$2\pi - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$
11	7	23	13,5	23	1	- 6	0,3	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$
12	290	10	7	3230	2,5	0,8	0,5	$2\pi n, \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}; \frac{13\pi}{4}$
13	97,8	4	5,5	51,3	- 1,25	- 0,5	0,5	$\pi - \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$
14	8	4	2	5960	4,6	- 5	0,14	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
15	215	6	1	308	- 1,5	- 0,3	0,375	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}$.

При проверке работы за каждое из заданий **В1 - В7** выставляется **1 балл**, если ответ правильный, и **0 баллов**, если ответ неправильный.

За выполнение задания **С1** выставляется **от 0 до 2 баллов** в зависимости от полноты и правильности ответа в соответствии с приведенными ниже критериями.

Максимальное количество баллов: $7 \times 1 + 1 \times 2 = 9$.

НОРМЫ ВЫСТАВЛЕНИЯ ОЦЕНОК

Баллы	0 - 4	5	6 - 7	8 - 9
Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»

КРИТЕРИИ И РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ С1**ВАРИАНТЫ № 1, № 4, № 7, № 10, № 13.**

№ 1 С1. Укажите корни уравнения $\frac{3}{2} \cdot \operatorname{tg} x \cdot \sin 2x - 2 \cos^2 x = 8 \sin x - 5$,

принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

Ответ: $\pi - \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$.

Решение:

1) Преобразуем уравнение: $\frac{3}{2} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot 2 \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 8 \sin x - 5$, которое равносильно уравнению $3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 8 \sin x - 5$, $5 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 = 0$ при условии, что $\cos x \neq 0$.

2) Решим полученное квадратное уравнение:

а) $\sin x = 1$, отсюда $\cos x = 0$, что противоречит условию $\cos x \neq 0$.

б) $\sin x = \frac{3}{5}$, отсюда $x = (-1)^n \arcsin\left(\frac{3}{5}\right) + \pi n$, $n \in Z$. Отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ принадлежит корень $\pi - \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$.

Ответ: $\pi - \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$.

Баллы	Содержание критерия
2	Верно решено уравнение и произведен отбор корней.
1	Верно решено уравнение, но не произведен отбор корней из заданного отрезка.
0	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

№ 4 С1. Укажите корни уравнения $2 \cdot \sin 2x \cdot \operatorname{ctg} x - \sin^2 x = 3 \cos x + 1$, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$.

Ответ: $\pi - \arccos\left(\frac{2}{5}\right)$.

Решение:

1) Преобразуем уравнение: $2 \cdot 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - \sin^2 x = 3 \cos x + 1$, которое равносильно уравнению $4 \cos^2 x - \sin^2 x = 3 \cos x + 1$, $5 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$ при условии, что $\sin x \neq 0$.

2) Решим полученное квадратное уравнение:

а) $\cos x = 1$, отсюда $\sin x = 0$, что противоречит условию $\sin x \neq 0$.

б) $\cos x = -\frac{2}{5}$, отсюда $x = \pm \arccos\left(-\frac{2}{5}\right) + 2\pi n$, $n \in Z$. Отрезку $[0; \pi]$ принадлежит корень $\pi - \arccos\left(\frac{2}{5}\right)$.

Ответ: $\pi - \arccos\left(\frac{2}{5}\right)$.

№ 7 С1. Укажите корни уравнения $\frac{3}{2} \cdot \operatorname{tg} x \cdot \sin 2x + 2 \cos^2 x = -5 \sin x - 2 \sin^2 x$, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: $\pi + \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)$.

Решение:

1) Преобразуем уравнение: $\frac{3}{2} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = -5 \sin x - 2 \sin^2 x$, которое равносильно уравнению $3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = -5 \sin x - 2 \sin^2 x$, $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ при условии, что $\cos x \neq 0$.

2) Решим полученное квадратное уравнение:

а) $\sin x = -1$, отсюда $\cos x = 0$, что противоречит условию $\cos x \neq 0$.

б) $\sin x = -\frac{2}{3}$, отсюда $x = (-1)^{n+1} \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) + \pi n$, $n \in Z$. Отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ принадлежит корень $\pi + \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)$.

Ответ: $\pi + \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)$.

№ 10 C1. Укажите корни уравнения $\frac{3}{2} \cdot \operatorname{ctg} x \cdot \sin 2x - 2 \sin^2 x = 8 \cos x - 5$, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$.

Ответ: $2\pi - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$.

Решение:

1) Преобразуем уравнение: $\frac{3}{2} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \cdot 2 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin^2 x = 8 \cos x - 5$, которое равносильно уравнению $3 \cos^2 x - 2 \sin^2 x = 8 \cos x - 5$, $5 \cos^2 x - 8 \cos x + 3 = 0$ при условии, что $\sin x \neq 0$.

2) Решим полученное квадратное уравнение:

а) $\cos x = 1$, откуда $\sin x = 0$, что противоречит условию $\sin x \neq 0$.

б) $\cos x = \frac{3}{5}$, откуда $x = \pm \arccos\left(\frac{3}{5}\right) + 2\pi n$, $n \in Z$. Отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ принадлежит корень $2\pi - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$

Ответ: $2\pi - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)$.

№ 13 C1. Укажите корни уравнения $\sin 2x \cdot \operatorname{tg} x - 2 \cos^2 x = 5 \sin x - 3$, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

Ответ: $\pi - \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$

Решение:

1) Преобразуем уравнение: $2 \sin x \cdot \cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} - 2 \cos^2 x = 5 \sin x - 3$, которое равносильно уравнению $2 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 5 \sin x - 3$, $4 \sin^2 x - 5 \sin x + 1 = 0$ при условии, что $\cos x \neq 0$.

2) Решим полученное квадратное уравнение:

а) $\sin x = 1$, откуда $\cos x = 0$, что противоречит условию $\cos x \neq 0$.

б) $\sin x = \frac{1}{4}$, откуда $x = (-1)^n \arcsin\left(\frac{1}{4}\right) + \pi n$, $n \in Z$. отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ принадлежит корень $\pi - \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$

Ответ: $\pi - \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$.

ВАРИАНТЫ № 2, № 5, № 8, № 11, № 14.

№ 2 C1. Решите уравнение $\cos x \cdot \left(\sqrt{\cos x - \frac{1}{2}}\right)^2 + \frac{3}{2} \cos x = \cos \frac{\pi}{6} (\cos x + 1)$.

Ответ: $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in Z$

Решение:

1) Учитывая, что $\cos x \geq \frac{1}{2}$ преобразуем уравнение к виду

$$\cos x \cdot \left(\cos x - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} (\cos x + 1),$$

$$\cos^2 x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{3}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,$$

$$\cos^2 x + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.$$

2) Решим полученное уравнение:

а) $\cos x = -1$, что не удовлетворяет условию $\cos x \geq \frac{1}{2}$;

б) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in Z$

Ответ: $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in Z$

Баллы	Содержание критерия
2	Верно решено уравнение.
1	Верно решено уравнение, но не произведен отбор корней с учетом области допустимых значений.
0	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

№ 5 C1. Решите уравнение $2\sin x \cdot \left(\sqrt{\sin x + \sin \frac{\pi}{6}}\right)^2 - \cos^2 x = \sin^2 x$.

Ответ: $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Решение:

1) Учитывая, что $\sin x \geq -\sin \frac{\pi}{6}$, т.е. $\sin x \geq -\frac{1}{2}$ преобразуем уравнение к виду:

$$2\sin x \cdot \left(\sin x + \frac{1}{2}\right) - \cos^2 x - \sin^2 x = 0, \quad 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$$

2) Решим полученное уравнение:

а) $\sin x = -1$, что не удовлетворяет условию $\sin x \geq -\frac{1}{2}$;

б) $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Ответ: $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

№ 8 C1. Решите уравнение $2\cos x(\cos x + 1) - \sqrt{2}\left(\sqrt{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}}\right)^2 = \sqrt{2} - 1$.

Ответ: $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

Решение:

1) Учитывая, что $\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ преобразуем уравнение к виду

$$2\cos^2 x + 2\cos x - \sqrt{2}\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} - 1, \quad 2\cos^2 x + 2\cos x - \sqrt{2}\cos x - 1 = \sqrt{2} - 1,$$

$$2\cos^2 x + (2 - \sqrt{2})\cos x - \sqrt{2} = 0.$$

2) Решим полученное уравнение:

а) $\cos x = -1$, что не удовлетворяет условию $\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

№ 11 C1. Решите уравнение $\sqrt{3}(\sin x - 1) - 2\sin x \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{2} - \sin x}\right)^2 = \sin x$.

Ответ: $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$.

Решение:

1) Учитывая, что $\frac{1}{2} - \sin x \geq 0$, т.е. $\sin x \leq \frac{1}{2}$ преобразуем уравнение к виду:

$$\sqrt{3}\sin x - \sqrt{3} - 2\sin x \cdot \left(\frac{1}{2} - \sin x\right) = \sin x, \quad \sqrt{3}\sin x - \sqrt{3} - \sin x + 2\sin^2 x = \sin x,$$

$$2\sin^2 x + (\sqrt{3} - 2)\sin x - \sqrt{3} = 0.$$

2) Решим полученное уравнение:

а) $\sin x = 1$, что не удовлетворяет условию $\sin x \leq \frac{1}{2}$;

б) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

Ответ: $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

№ 14 C1. Решите уравнение $\cos 2x + \left(\sqrt{\cos x + \cos \frac{\pi}{6}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Решение:

1) Учитывая, что $\cos x \geq -\cos \frac{\pi}{6}$, т.е. $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ преобразуем уравнение к виду

$$2\cos^2 x - 1 + \left(\cos x + \cos \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0.$$

2) Решим полученное уравнение:

а) $\cos x = -1$, что не удовлетворяет условию $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\cos x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

ВАРИАНТЫ № 3, № 6, № 9, № 12, № 15.

№ 3 C1. Решите уравнение $2\cos^2 x + (2 - \sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} - 2 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $-\frac{9\pi}{4}; -\frac{11\pi}{4}$.

Решение: $2(1 - \sin^2 x) + (2 - \sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} - 2 = 0$; $2\sin^2 x - (2 - \sqrt{2})\sin x - \sqrt{2} = 0$,

отсюда:

1) $\sin x = 1$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, отрезку $[-3\pi; -2\pi]$ ни один корень не принадлежит;

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ отрезку $[-3\pi; -2\pi]$ принадлежат корни $-\frac{9\pi}{4}$; $-\frac{11\pi}{4}$.

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $-\frac{9\pi}{4}$; $-\frac{11\pi}{4}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Верно решено уравнение и произведен отбор корней.
1	Верно решено уравнение, но не произведен отбор корней, или верно найдены только корни из заданного отрезка.
0	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

№ 6 C1. Решите уравнение $2\sin^2 x - (2 - \sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} - 2 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}]$.

Ответ: $\pi + 2\pi n$, $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $-\frac{15\pi}{6}$; $-\frac{11\pi}{6}$.

Решение: $2(1 - \cos^2 x) - (2 - \sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} - 2 = 0$;

$2\cos^2 x + (2 - \sqrt{3})\cos x - \sqrt{3} = 0$, отсюда:

1. $\cos x = -1$, $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}]$ ни один корень не принадлежит;

2. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}]$ принадлежат корни $-\frac{15\pi}{6}$; $-\frac{11\pi}{6}$.

Ответ: $\pi + 2\pi n$, $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $-\frac{15\pi}{6}$; $-\frac{11\pi}{6}$.

№ 9 C1. Решите уравнение $2\cos^2 x + (\sqrt{3} - 2)\sin x - 2 + \sqrt{3} = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[2\pi; 3\pi]$.

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $\frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$.

Решение: $2(1 - \sin^2 x) + (\sqrt{3} - 2)\sin x - 2 + \sqrt{3} = 0$;

$2\sin^2 x + (2 - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{3} = 0$, отсюда:

1) $\sin x = -1$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, отрезку $[2\pi; 3\pi]$ ни один корень не принадлежит;

2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ отрезку $[2\pi; 3\pi]$ принадлежат корни $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$.

Ответ: $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $\frac{7\pi}{3}$; $\frac{8\pi}{3}$.

№ 12 C1. Решите уравнение $2\sin^2 x + (2 - \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} - 2 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$.

Ответ: $2\pi n$, $\pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}$; $\frac{13\pi}{4}$.

Решение: $2(1 - \cos^2 x) + (2 - \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} - 2 = 0$;

$2\cos^2 x + (\sqrt{2} - 2)\cos x - \sqrt{2} = 0$, отсюда:

1. $\cos x = 1$, $x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, отрезку $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$ ни один корень не принадлежит;

2. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ отрезку $[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$ принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}$; $\frac{13\pi}{4}$.

Ответ: $2\pi n$, $\pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $\frac{11\pi}{4}$; $\frac{13\pi}{4}$.

№ 15 C1. Решите уравнение $4\cos^2 x + 2(1 - \sqrt{3})\sin x - 4 + \sqrt{3} = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{4\pi}{3}$.

Решение: $4(1 - \sin^2 x) + 2(\sqrt{3} - 1)\sin x - 4 + \sqrt{3} = 0$;

$4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - 1)\sin x - \sqrt{3} = 0$, отсюда:

1) $\sin x = \frac{1}{2}$, $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$, отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ принадлежит корень $\frac{5\pi}{6}$;

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in Z$ отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ принадлежит корень $\frac{4\pi}{3}$.

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in Z$. Отрезку принадлежат корни $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{4\pi}{3}$.