Модуль числа

Цель:

* изучение понятия модуля,
* применение определения модуля при выполнении задач.

Задачи:

* развивать умение применять теоретический материал при решении практических задач;
* развивать интерес к математике через поиск примеров по данной теме;
* расширить математический кругозор;
* приобрести навыки исследовательской работы.

Считаю, что выбранная тема является актуальной:

* Задачи, связанные с абсолютной величиной, часто встречаются на математических олимпиадах и вступительных экзаменах.
* Понятие модуля широко применяется в различных разделах школьного курса математики.
* Это понятие является одним из основных понятий элементарной математики. Осмысленное владение модулем позволяет воспринимать алгебру и геометрию, как единое целое. “Расстояние между точками” позволяет оценивать правильность найденных решений ряда уравнений, содержащих модуль, строить графики функций.

В ходе работы я использовала следующие методы:

* Исследование литературы по теме.
* Проведение поиска задач по теме.

Основная часть

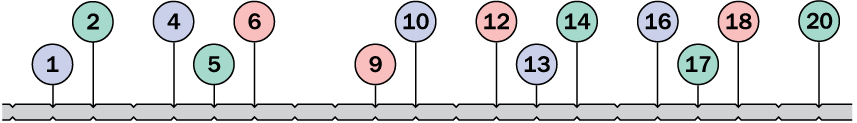
Существенной характеристикой числа является понятие его абсолютной величины (модуля).

Модулем числа называют расстояние от точки, изображающей число на координатной прямой до начала отсчета.

В различных учебниках первоначальное понятие модуля вводится по-разному: как расстояние от точки, изображающей число, до начала отсчёта (Математика. Н.Я. Виленкин), как длина вектора (Математика. П.М. Эрдниев), как число “без знака” (Математика. Г.В. Дорофеев) и др.

В архитектуре – это исходная единица измерения, устанавливаемая для данного архитектурного сооружения и служащая для выражения кратных соотношений его составных элементов.

В технике – это термин, применяемый в различных областях техники, не имеющий универсального значения и служащий для обозначения различных коэффициентов и величин, например, модуль зацепления, модуль упругости и т.п.



Понятие модуля

Модуль (*modulus)* в переводе с латинского языка означает “мера, размер”.

Модуль числа а обозначают | а |. Этот термин “модуль” ввёл в 1806 г. французский математик Жорж Аргон.



Геометрический смысл модуля

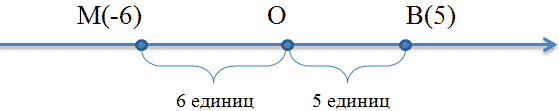
Модулем числа ***а*** называют расстояние (в единичных отрезках) от начала координат до точки ***А*(*а*)**.

C:\Users\user\Pictures\modul_chisla.png

Модуль числа 5 равен 5, так как точка В(5) удалена от начала отсчета на 5 единичных отрезков. Пишут: |5| = 5.

Расстояние точки М(-6) от начала отсчета О равно 6 единичным отрезкам. Число 6 называют модулем числа -6.

Пишут: |-6| = 6.



Модуль числа не может быть отрицательным. Для положительного числа и нуля он равен самому числу, а для отрицательного – противоположному числу. Противоположные числа имеют равные модули.

**|-*а*| = |*а*|**

Модуль числа 0 равен 0, так как точка с координатой 0 совпадает с началом отсчета *О*, т.е. удалена от нее на 0 единичных отрезков.

**|0| = 0**

Так как модуль числа – это расстояние, он никогда не будет отрицательным.

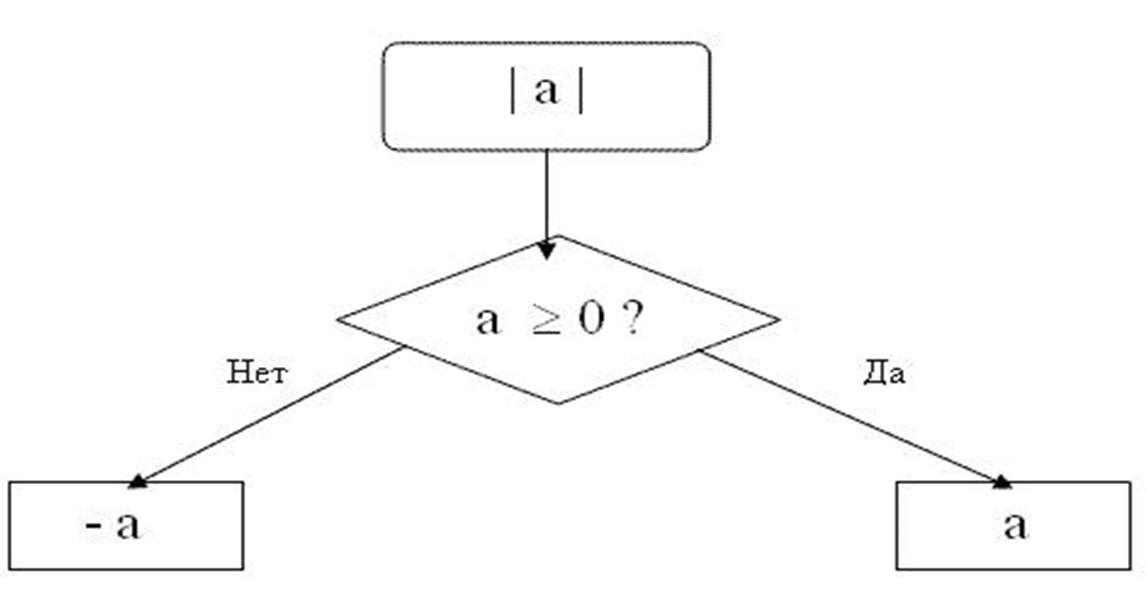
Изучая понятие модуля, я рассмотрела доказательство следующей теоремы:

**Абсолютная величина действительного числа *a* ≠ 0 равна большему из двух чисел *a* или -*a*.**

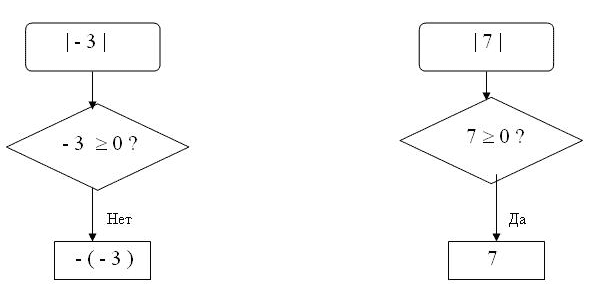
Доказательство:

* Если число *a* положительно, то -*a* отрицательно, т.е. –*a* < 0 < *a*. Отсюда следует, что –*a* < *a*.
* Например, число 5 положительно, тогда -5 – отрицательно и -5 < 0 < 5, отсюда -5 < 5.
* В этом случае |*a*| = *a*, т.е. |*a*| совпадает с большим из двух чисел *a* и -*a*.
* Если *a* отрицательно, тогда -*a* положительно и *a* < - *a*, т.е. большим числом является -*a*. По определению, в этом случае, |*a*| = -*a* - равно большему из двух чисел -*a* и *a.*

Для нахождения модуля числа можно использовать следующую блок-схему.



Отработка алгоритма. Допустим, необходимо найти модуль чисел -3 и 7.



В учебниках приводятся различные упражнения с использованием модуля числа. Вот некоторые из них:

1. Запишите число, противоположное данному: 4; -4; +3; -3; -6,3; 6,3.

2. Найдите модуль каждого из чисел: |- 6 |, | 9 |, | - 5 |, | 0 |, |0,8 |.

3. Найти расстояние от *М*(-7) и *N*(6) до начала отчета на координатной прямой.

При решении задач, содержащих модуль числа, основным приемом является раскрытие знака модуля в соответствии с его свойствами.

C:\Users\user\Pictures\98271ae341.jpg

В некоторых случаях модуль раскрывается однозначно.

Например: **|***x*2 + *y*2**| =** *x*2 + *y*2, так как выражение под знаком модуля неотрицательно при любых *х* и *у*. Или **|–***z*2 – 1**| =** *z*2 + 1, так как выражение под модулем отрицательно при любых *z*.

Уравнения, содержащие знак модуля, решаются следующими способами:

* алгебраический,
* графический,
* последовательное раскрытие модулей,
* метод интервалов.

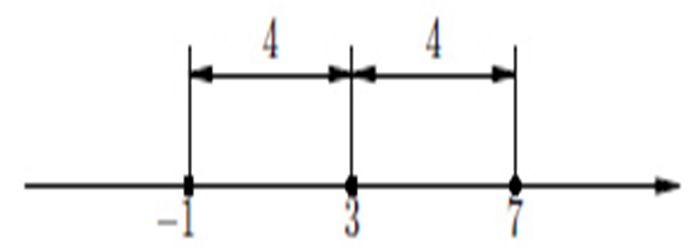
Рассмотрим некоторые примеры решения уравнений и неравенств, содержащих знак модуля.

* Решить уравнение: **|*x*| = 3**. Мы видим, что на числовой прямой есть две точки, расстояние от которых до нуля равно трём. Это точки 3 и -3. Значит, у уравнения |*x*| = 3 есть два решения:

*x* = 3 и *x* = -3.

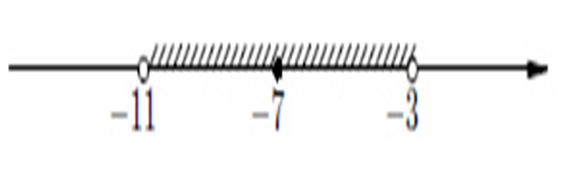
* Решить уравнение: **|*x* — 3| = 4**.

Это уравнение можно прочитать так: расстояние от точки до точки равно 4. С помощью графического метода можно определить, что уравнение имеет два решения: - 1 и 7.



* Решить неравенство: **|*x* + 7| < 4**.

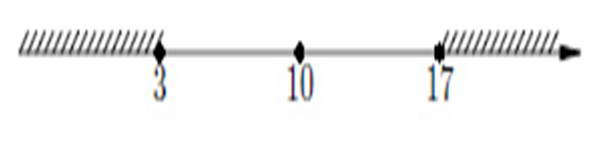
Можно прочитать как: расстояние от точки до точки меньше четырёх. Ответ: (-11; -3).



* Решить неравенство: **|10 — *x*| ≥ 7.**

Расстояние от точки 10 до точки *х* больше или равно семи.

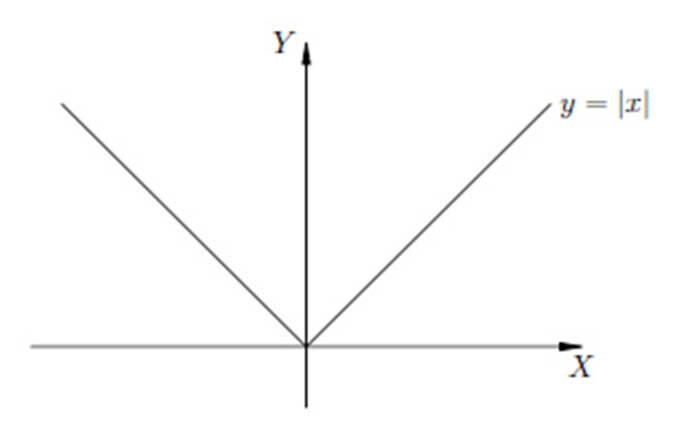
Ответ: (-∞; 3]U [17, +∞)

******

Рассматривая модуль числа, я познакомилась с функцией *y* = |*x*|, графиком которой является ломаная линия, состоящая из двух лучей, являющихся биссектрисами I и II координатных четвертей.

Действительно,

* Для *x* ≥ 0 имеем *y* = *x*.
* Для x < 0 имеем *y* = -*x*.

******

***ЗАКЛЮЧЕНИЕ***

В результате работы я:

* повторила школьный материал по данной теме,
* изучила решение уравнений и неравенств, содержащих знак модуля,
* научилась строить график функции вида *y* = |*x*|,

Так как изучение модуля числа продолжается в старших классах, где рассматриваются свойства модуля, а также задачи различного уровня сложности, исследование данной темы будет продолжено. В следующем году я проведу исследование задач различного уровня сложности, а также олимпиадные и экзаменационные задачи.