

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Вариант № 1

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

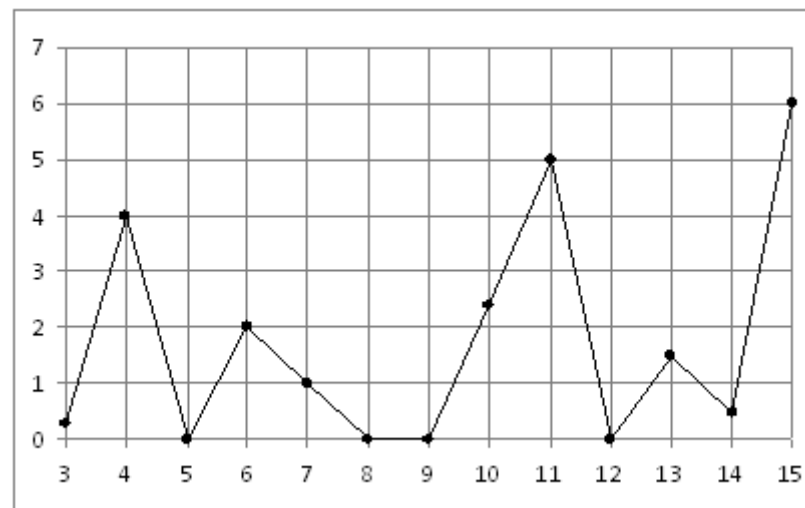
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

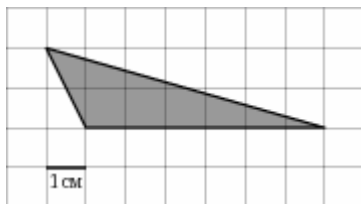
Часть 1

Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

- В1** На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?
- В2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.



B3 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



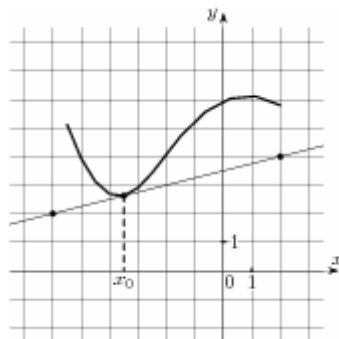
B4 Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 660 рублей. Автомобиль расходует 8 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19,5 рубля за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

B5 Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$.

B6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите $\cos A$.

B7 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$.

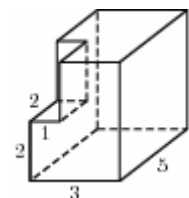
B8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



B9 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке M . Площадь треугольника равна 3, объем пирамиды равен 1. Найдите длину отрезка MS .

B10 В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

B11 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



B12 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

B13 Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

B14 Найдите точку минимума функции $y = (x + 16)e^{x-16}$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 Дано уравнение $\frac{\sin x}{\cos^2 x} + 1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{4} + 3 \cdot (1 - \sin^2 x) + \frac{\sin x}{2} \right)$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни на промежутке $\left[2\pi; \frac{13\pi}{3} \right]$.

С2 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны, точка K – середина B_1C_1 . Найдите угол между плоскостью ABC и плоскостью B_1KP , где точка P – середина AA_1 .

С3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4(x^2 + x) \leq 3|2x + 1| - 3, \\ \left(\sqrt{25 - x} + 2 + \sin 2x \right) \left(25^x - 5^{x + \log_5 2} \right) \leq 0. \end{cases}$$

С4 Дан прямоугольный треугольник ABC , с катетами AB и BC ($AB=5$, $BC=12$). Пусть точка I – центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Прямая, проходящая через точку I , параллельна одной из сторон треугольника ABC и пересекает две другие стороны в точках K и P . Найдите длину отрезка KP .

С5 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$|x - a^2| - \sqrt{x - \frac{1}{2}} \geq 0$$

выполняется при любом допустимом значении x .

С6 Даны натуральные числа a , b и c такие, что $a > b > c$. Среднее арифметическое этих чисел делится на 13.

а) Найдите наименьшую сумму $a + b + c$ такую, что она является квадратом натурального числа.

б) Найдите наибольшее значение числа c , если $a = 32$, и сумма $a + b + c$ имеет наименьшее значение.

в) Найдите наименьшее число b , если известно, что числа c, b и a в указанном порядке составляют арифметическую прогрессию с разностью n .

г) Если известно, что числа c, b и a в указанном порядке составляют возрастающую арифметическую прогрессию с разностью n , найдите наименьшее n , при котором число c будет наименьшим, и все члены данной арифметической прогрессии будут являться квадратами натурального числа.