**Содержание**

Введение………………………………….……………………………….....3

1. Основная часть....................………………...…………………………...3

1.1. Основная идея преподавания………..…………...……….………..4

1.2. Среднее арифметическое, мода, размах...........................................5

1.3. Медиана.............................................................................................13

1.4. Отклонения........................................................................................20

1.5.Дисперсия...........................................................................................21

1.6. Обозначения и формулы..................................................................27

1.7. Свойства среднего арифметического и дисперсии.......................28

Заключение…………………….…………………………....……………..29

Список литературы.......................................................................................30

**Введение**

Введение элементов статистики и теории вероятностей в содержание математического образования является одним из важнейших аспектов модернизации содержания образования, так как роль этих знаний в современном мире повышает возможности практической ориентации учащихся. Знакомство с данным материалом способствует принятиюнестандартных решений, помогает творчески мыслить, хорошо ориентироваться в обычных житейских ситуациях и производственной деятельности. Необходимость формирования вероятностного мышления обусловлена тем, что учащиеся должны научиться извлекать, анализировать и обрабатывать порой противоречивую информацию и оценивать степень риска.

Изучение данного раздела позволит учащимся продолжить развитие логического мышления, поможет сориентироваться в выборе профессии и при поступлении в ВУЗ.

**1.** **Основная часть**

Изучение элементов теории вероятностей и статистики в школе должно начинаться с изучения статистики. На простом, наглядном, порой иллюстративном, но важном материале вводится одна из главных идей теории вероятности и статистики – идея случайной изменчивости. Для показа и разъяснения случайной изменчивости привлекаются самые различные источники от государственной статистики до примеров из повседневной жизни учащихся, биометрические данные человека, школьные оценки, показатели физического развития и т.п.

Одновременно с идеей случайной изменчивости вводятся простейшие числовые показатели, описывающие в целом эту изменчивость: среднее арифметическое, медиана, отклонения от среднего, дисперсия. При изложении этого материала в седьмом классе следует избегать высокой степени формализма, не использовать переменные с индексами, формальные определения и доказательства. Сведения о формальных обозначениях и простейших свойствах среднего и дисперсии учитель может использовать в работе с мотивированными и хорошо подготовленными учащимися.

В то же время важно показать, как может вести себя среднее арифметическое для различных наборов чисел, пояснить, когда оно дает хорошее представление о массиве наблюдений, а когда нет. Статистические характеристики, вводимые сначала на уровне здравого смысла, как числовые характеристики набора чисел, получают вторую математическую трактовку в дальнейшем, при изучении числовых характеристик случайных величин.

**1.1.Основная идея преподавания**

Познакомить учащихся с тем, как с помощью всего нескольких чисел можно составить представление о больших наборах чисел, описать их в среднем. В этом и заключается одна из главных задач описательной статистики. Дать представление о том, что точных величин в окружающем нас мире мало, что реальность полна изменчивости в самых разных проявлениях. Одновременно закладывается важная мысль, что в случайной изменчивости тоже могут быть свои закономерности. Отдельное внимание уделяется точности измерений (насколько точны должны быть измерения тех или иных изменчивых величин).

**Результаты обучения.** В результате изучения данной темы обучающийся должен:

* знать, что такое среднее значение (среднее арифметическое) и уметь вычислять его;
* знать, что среднее арифметическое − не единственная мера положения набора чисел на числовой прямой, что существуют и другие;
* уметь объяснять, что такое медиана числового набора и уметь вычислять её для несложных наборов;
* понимать, что такое наибольшее и наименьшее значение набора чисел, его размах и уметь их вычислять;
* знать, что такое отклонение от среднего арифметического и дисперсия и уметь вычислять их на коротких наборах;
* понимать, что большинство реальных физических величин подвержено случайной изменчивости;
* уметь приводить примеры таких величин: напряжение в бытовой сети, параметры продукции при массовом производстве, рост человека и т.п.;
* уметь указывать различные факторы, приводящие к изменчивости различных величин и понимать, что этих факторов, как правило, много;
* уметь указывать приблизительно меру точности измерения масс различных предметов и обосновать свою точку зрения.

**1.2. Среднее арифметическое, мода, размах**

Пошив одежды, производство пшеницы в стране, среднемесячные температуры, выдача зарплаты, качество сдачи экзаменов, подсчёт населения городов и многое другое в жизни современного человека характеризуется с помощью описательной статистики.

Ввести первые статистические характеристики можно, используя ряд чисел, составленный из оценок, полученных за триместр. Для школьников очень актуален вопрос о том, какая итоговая оценка выйдет у них. Каждому учащемуся заранее можно выписать все его оценки, полученные за триместр. Учитель выписывает на доске некоторый ряд оценок, и на его примере вводит понятия среднего арифметического и моды ряда чисел. Дети для закрепления этих понятий, находят эти статистические характеристики каждый для своего ряда.

***Средним арифметическим***нескольких чисел называется число, равное отношению суммы этих чисел к их количеству.

=

Другими словами, среднее арифметическое − это дробь, в числителе которой стоит сумма чисел, а в знаменателе − их количество.

Среднее арифметическое числового набора характеризует в целом положение этого набора на числовой прямой.

***Модой*** ряда чисел называется число, которое встречается в данном ряду чаще других.

Ряд чисел может иметь более одной моды, а может не иметь моды совсем. Например, в ряду чисел

47, 46, 50, 47, 52, 49, 45, 43, 53, 53, 47, 52

Две моды − это числа 47 и 52, так как каждое из них встречается в ряду по три раза, а остальные числа – менее трёх раз.

В ряду чисел 69, 68, 66, 70, 67, 62, 71, 74, 63, 73, 72 моды нет.

Моду ряду данных обычно находят, когда хотят выявить некоторый типичный показатель. Например, если изучаются данные о размерах мужских сорочек, проданных в определённый день в универмаге, то удобно воспользоваться таким показателем, как мода, который характеризует размер, пользующихся наибольшим спросом. Среднее арифметическое в этом случае не даёт полезной информацией.

Также нужно обратить внимание, что моду может иметь не только числовой ряд. Приведем пример: допустим, в вашем классе провели опрос – каждому учащемуся задали вопрос: «какой ваш любимый предмет?» или «кто ваш любимый учитель?». Полученные ответы будут составлять ряд, модой которого будет наиболее часто встречающийся ответ на данный вопрос. Мода – это показатель, который широко используется в статистике. Одним из наиболее частых использований моды является изучение спроса. Например, при решении вопроса, в пачки какого веса фасовать масло, какие открывать новые автобусные маршруты и т.п. предварительно изучается спрос и выявляется мода – наиболее часто встречающийся заказ.

Однако нахождение среднего арифметического или моды ряда далеко не всегда позволяет делать надежные выводы на основе статистических данных.

Например, на планете Меркурий средняя температура +15˚. Исходя из этого статистического показателя, можно подумать, что на Меркурии умеренный климат, удобный для жизни людей. Однако на самом деле это не так. Температура на Меркурии колеблется от -150˚ до +350˚.

Значит, если у нас есть ряд данных, то для обоснованных выводов и надежных прогнозов на их основе помимо средних значений надо еще указать, насколько используемые данные различаются между собой. Одним из статистических показателей различия или разброса данных является размах.

***Размах*** – это разность наибольшего и наименьшего значений ряда данных. Для температуры на Меркурии, например, размах равен 350˚- (-150˚)= 500˚. Конечно, такого перепада температур человек выдержать не может.

**Размах показывает, насколько велико рассеивание значений в числовом наборе.**

Помимо размаха, во многих случаях важны сами наибольшие или наименьшие значения данных. Например, если посылается спутник для исследования того же Меркурия, необходимо, чтобы приборы работали и при максимальных, и при минимальных возможных там температурах.

Сначала нужно рассмотреть задачи, где дан конкретный ряд данных и нужно определить его среднее арифметическое, моду и размах. А затем перейти к задачам, где необходимо понимать смысл этих характеристик.

**Примеры решения задач.**

Рассмотрим задачи, которые позволяет увидеть практическую значимость данных статистических характеристик.

*1. Некий городской житель решил переехать в деревню. Сведения об урожайности картофеля (ц/га) в двух селах за последние годы таковы:*

*Село А: 180,50,60,100, 170,60, 150, 90, 120,70, 60,160, 90, 170,90,180, 160.*

*Село Б: 100, 110, 120, 100, 100, 110, 100, 120, 130, 130, 100, 130, 110.*

*Какому из этих мест он отдаст предпочтение?*

Что же может послужить критерием принятия решения. Если посчитать среднее значение. То получим, что в селе *А* средняя урожайность немного выше, чем в селе *Б*. Но здесь нужно обратить внимание и на другой статистический показатель – размах ряда, т.к. мы можем заметить, что в селе *А* урожайность, по сравнению со средним значением, колеблется. В селе *А* разброс значений урожайности больше чем в селе *Б*. В селе А размах равен 130, а в селе Б размах равен 30. Исходя из полученных данных, можно сделать вывод, что, видимо, лучше выбрать несколько меньшее значение средней урожайности, но при большей ее стабильности. Устойчивость урожая особенно важна для человека, еще не имеющего опыта приусадебного хозяйства.

*2. В отделе мужской обуви универмага в течение дня производился учет размеров купленной обуви. Были получены следующие результаты: 44, 40, 43, 39, 42, 42, 45, 41, 43, 43, 41, 42, 46, 40, 41, 42, 39, 42, 45, 42, 43, 44, 44, 41, 42. Представьте эти результаты в виде таблицы:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Размер* | *Количество купленной обуви* | *Итого* |
| *39* |  |  |
| *40* |  |  |
| *41* |  |  |
| *…* |  |  |

*Какой размер обуви наиболее распространен?*

Исходя из вопроса, делаем вывод, что в данной задаче нам требуется найти моду ряда размеров, то есть узнать, какой размер пользуется большим спросом. Таблица позволяет быстро это сделать.

*3. Бензоколонка работает круглосуточно без выходных. За январь выручка составила 71 796 000 р. Какова была в январе средняя выручка за сутки?*

В данной задаче необходимо понимать, что требуется найти. Раз требуется найти среднюю выручку, то делаем вывод, что необходимо найти среднее арифметическое. Но до этого учащиеся имели дело непосредственно с рядом данных. В данной ситуации мы имеем, что сумма выручки за 31 день составила 71 796 000 рублей. Тогда мы можем посчитать среднее арифметическое (71 796 000 : 31) = 2 316 000, это и будет средняя выручка за сутки.

*4. Среднее арифметическое ряда, состоящего из десяти чисел, равно 15. К этому ряду приписали число 37. Чему равно среднее арифметическое нового ряда чисел?*

Так как среднее арифметическое ряда чисел равно 15, а число его членов равно 10, то сумма членов равна 15∙10, т.е. 150. После приписывания числа 37 сумма стала ровно 150+37, т.е. 187, а число членов ряда оказалось равным 11. значит, среднее арифметическое нового ряда равно 187 : 11, т.е. равно 17.

Учащиеся должны уметь вычислять статистические характеристики по данным, представленным в таблице.

*5. При изучении качества продукции выпущенной цехом, определяли число бракованных деталей в каждом из 50 произвольным образом выбранных ящиков с одинаковым числом деталей. Результаты проверки записали в виде таблицы:*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Число бракованных деталей* | *0* | *1* | *2* | *3* | *4* |
| *Число ящиков* | *8* | *22* | *13* | *5* | *2* |

*Найдите среднее арифметическое, размах и моду ряда данных.*

Сначала выпишем упорядоченный ряд данных о количестве бракованных деталей в ящиках. Из таблицы мы вычисляем, что наш ряд содержит 8 нулей, 22 единицы и т.д.

0 … 0 1… 1 2…2 3 … 3 4 4.

8 22 13 5

Таким образом, чтобы вычислить среднее арифметическое, необходимо, вычислить сумму всех его членов, а количество всех членов ряда известно из условия задачи (50 ящиков). Сумма всех членов будет равна 0·8+1·22+2·13+3·5+4·2=71, а количество всех членов будет 50, тогда среднее арифметическое будет 71:50 = 1,42, т.е. чаще встречаются ящики, в которых может быть одна бракованная деталь. Об этом же говорит нам и мода, которая равна 1.

Чтобы вычислить размах, необходимо знать наибольшее и наименьшее значение, т.е. какое наибольшее и наименьшее число бракованных деталей может попасться в ящике, из таблицы мы видим, что это 0 и 4. тогда размах равен 4.

Мода тоже очень легко вычисляется по таблице, так как сразу видно, что наибольшее число ящиков с одной бракованной деталью.

Не менее важным является и умение вычислять статистические характеристики по данным представленными в диаграмме.

*6. На диаграмме представлены данные о числе болельщиков, посетивших футбольные матчи на стадионе «Динамо» за последний месяц. Найдите размах посещаемости и среднюю посещаемость матча, округлив ее до сотен.*



По диаграмме мы можем сразу вычислить наибольшее и наименьшее значения и найти размах. Средняя посещаемость для данного случая это среднее арифметическое ряда этих данных.

Особенность стохастических умозаключений проявляются, прежде всего, в ходе интерпретаций результатов решения математической задачи, возникшей на базе статистической информации. По этой причине во многих случаях одну и ту же статистическую информацию разные люди могут трактовать по-разному. Примером может служить следующая ситуация:

Владелец одного частного предприятия уволил большую часть рабочих, а оставшимся снизил зарплату на 20% .После этого он заявил, что средний заработок рабочих на его предприятии повысился. Так ли это?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Заработок до увольнения | | Заработок после увольнения | |
| 1000 р. | 400 р. | 800 р. | 320 р. |
| Число рабочих | 200 | 800 | 200 | 120 |

Если вычислить средние характеристики: моду, медиану и среднее арифметическое, то получим, что их значения после увольнения части рабочих будут больше, чем до увольнения. Но в данном случае, если внимательно посмотреть на таблицу, то можно заметить, что жизнь рабочих не улучшилась, а только ухудшилась, не говоря уже о тех, кто вообще потерял работу. Видимость повышения зарплаты создается из-за увольнения значительной части низкооплачиваемых рабочих. Здесь итоги решения математической задачи противоречат здравому смыслу. Математическая модель, как видно из данного примера, не всегда адекватна практической ситуации.

Выступая в качестве дирижера и помощника учащихся, учитель призван прививать им критическое отношение к статистическим выводам и обобщениям, умение правильно истолковать статистическую информацию, самостоятельно разоблачать различного рода фальсификации, кажущиеся на первый взгляд «правдоподобной» информацией.

Учитель должен глубоко понимать причины появления опасности принятия неправильных решений в ходе анализа явлений, происходящих под воздействием случая. Обманчивое впечатление, например, может возникать из-за неполноты статистической информации. Например, рассматривая сведения о числе женщин, занятых в промышленности и в системе образования, можно прийти к выводу, что женский труд преобладает в промышленности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Где работают | В промышленности | В образовании |
| Число женщин | 129 483 | 41 769 |

Однако мнение меняется, после того, как дополнительно становится известным, что в образовании работает 57 218 человек, а в промышленности – 264 251 человек. В результате получается, что число женщин составляет примерно 73% от всех работников образования, и только примерно 49% от всех работников занятых в промышленности.

К неправильным или противоречивым выводам может привести также неадекватный выбор критериев, по которым интерпретируются статистические данные. Здесь примером может служить следующая ситуация: каждая из двух фирм по изготовлению обуви послала в некоторую африканскую страну своего агента для выяснения возможности продажи своей продукции. Агент первой фирмы телеграфировал: «прекрасный рынок для обуви – здесь 90% жителей не носят ботинок». Агент второй фирмы сообщил: «Для обуви здесь нет рынка – 90% жителей не носят ботинок».

Рассмотрим таблицу, в которой содержатся оценки, полученные за последнюю контрольную работу учащимися 7 класса.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Фамилия | Оценка |  | № | Фамилия | оценка |
| 1 | Алексеев | 4 |  | 8 | Коковин | 2 |
| 2 | Антонова | 5 |  | 9 | Леонтьев | 3 |
| 3 | Борисов | 3 |  | 10 | Петрова | 3 |
| 4 | Владимиров | 4 |  | 11 | Николаев | 3 |
| 5 | Григорьева | 2 |  | 12 | Сергеев | 5 |
| 6 | Иванова | 4 |  | 13 | Тарасова | 4 |
| 7 | Ильин | 4 |  | 14 | Яковлев | 5 |

Данная таблица позволяет нам найти некоторые статистические характеристики, но для их нахождения есть более удобный способ – составление таблицы частот.

То есть нужно подсчитать, сколько раз встречается каждая оценка в нашей таблице.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Оценка | Частота |  | Оценка | Частота |
| «2» | 2 |  | «4» | 5 |
| «3» | 4 |  | «5» | 3 |

Таким образом, теперь будет легче вычислить статистические характеристики. Например, для того чтобы вычислить среднее арифметическое не нужно складывать все числа из столбца «оценка», а по полученной таблице частот нужно каждую оценку умножить на ее частоту и сложить все получившиеся произведения. Также сразу видно, что модой будет оценка «4», так как она встречается чаще остальных.

**1.3. Медиана**

Введем понятие медианы на примере: в таблице показан расход электроэнергии в январе жильцами девяти квартир.

.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер квартиры | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Расход электроэнергии в кВт/ч. | 85 | 64 | 78 | 93 | 72 | 91 | 72 | 75 | 82 |

Составим из полученных данных упорядоченный ряд:

64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 91, 93.

В нем девять чисел. В середине ряда расположено число 78: слева от него записаны четыре числа и справа тоже четыре. Говорят, что число 78 является *медианой*.

***Медиана*** − это число, которое разделяет набор чисел на две части, одинаковые по численности.

Пусть к данным о расходе электроэнергии добавились данные для десятой квартиры: 10 квартира – 83 кВт/ч.

Получим новый упорядоченный ряд данных:

64, 72, 75, 78, 82, 83, 85, 91, 93. Этот ряд состоит из четного числа цифр и имеет два числа расположенных в середине – 78 и 82, тогда медианой этого ряда будет среднее арифметическое этих двух чисел – (78+82):2 = 80

Итак, чтобы найти медиану набора, числа следует записать по возрастанию. Затем нужно выбрать одно число посередине, если в полученном наборе чётное количество чисел, то медиана равна полусумме двух чисел, расположенных посередине этого набора на числовой оси.

**Примеры решения задач.**

*1. В таблице приведены расходы студента за 4 дня:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *День* | *Понедельник* | *Вторник* | *Среда* | *Четверг* |
| *Расходы* | *18* | *25* | *24* | *25* |

*Определить какая статистическая характеристика находится в каждом задании:*

а) 18+25+24+25=92;

92:4=23;

\_\_\_=23 р.

б) 18, 24, 25, 25;

(24+25):2 = 24,5;

\_\_\_=24,50.

в) 18, 25, 24, 25;

\_\_\_=25 р.

г) 25-18=7;

\_\_\_=7 р.

Рассматриваем задачи, в которых требуется найти различные статистические данные (мода, размах, среднее арифметическое). В том числе и с использованием диаграмм.

*2. Социологическое исследование*

*по теме «Читательский интерес современного подростка»*

Было проведено анкетирование среди учащихся 5-11 класса. Учащиеся выбирали те библиотеки, которые они посещают.

1. Нужны ли современным подросткам библиотеки?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Школьная библиотека | 35% | Среднее арифметическое: (35+29+25+11):4= 25(%)  Моды нет  Размах: 35-11=24(%)  Медиана 27% |
| Общественная библиотека | 29% |
| Интернет-библиотека | 25% |
| Домашняя библиотека | 11% |

Выводы:

Медиана совсем немного отличается от среднего арифметического. Так бывает часто, но не всегда. Если числа резко различаются, то медиана и среднее арифметическое могут отличаться значительно. Например, для набора чисел 1, 2, 102 медиана равна 2, а среднее арифметическое равно 35. Если в наборе чисел есть резко выделяющиеся значения, то медиана лучше, чем среднее арифметическое, показывает, как этот набор расположен на числовой прямой.

*3. В России в 2002г. Было 13 городов с числом жителей более 1 млн. человек. Данные о население этих городов в тысячах человек за разные годы приведены в таблице.*

Найдём среднее значение численности жителей этих городов в 2002г. Для этого нужно сложить числа последнего столбца и сумму разделить на 13.

(1013 +1293+1105+10358+1311+1426+1134+1000+1070+1158+

+ 4669+1042+1078): 13=2127,5(тыс. чел.)

Таблица. Города России с числом жителей более 1 млн. человек.

Город Население, тыс. человек

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1979 | 1989 | 2002 |
| Волгоград | 926 | 999 | 1013 |
| Екатеринбург | 1210 | 1296 | 1293 |
| Казань | 989 | 1085 | 1105 |
| Москва | 8057 | 8878 | 10358 |
| Нижний Новгород | 1342 | 1400 | 1311 |
| Новосибирск | 1309 | 1420 | 1426 |
| Омск | 1016 | 1149 | 1134 |
| Пермь | 989 | 1041 | 1000 |
| Ростов-на-Дону | 925 | 1008 | 1070 |
| Самара | 1192 | 1222 | 1158 |
| Санкт - Петербург | 4569 | 4989 | 4669 |
| Уфа | 977 | 1080 | 1042 |
| Челябинск | 1030 | 1107 | 1078 |

Обратите внимание: в таблице нет города, население которого было бы близко к этой величине. Почти во всех городах население немного превышало 1 млн. человек. Исключение составляют Москва и Санкт - Петербург. Из-за этих двух городов среднее арифметическое не даёт преставления о населении «среднего», «типичного» крупного города. Лучшее представление о населении «среднего», «типичного» города-миллионера даёт медиана. Упорядочим числа за 2002 год и найдём медиану:

1000; 1013; 1042; 1070; 1078; 1105; 1134; 1158; 1293; 1311; 1426; 4669; 10358.

Медиана равна 1134 тыс. человек. Это население г. Омска. В шести городах из тринадцати число жителей превышает население Омска, а в остальных шести городах оно меньше.

Мы познакомились ещё с одним показателем, позволяющим судить о том, где располагается набор чисел, - с медианой набора. Иногда медиана точнее характеризует набор в целом, чем среднее арифметическое.

*По таблице можно ответить и на другие вопросы:*

а) Пользуясь таблицей, укажите:

* самый большой город России по числу жителей в 2002г.;
* второй по населению город в России 2002г.;
* третий и четвёртый по числу жителей города в России в 2002г.

б) Пользуясь таблицей, ответьте на вопросы:

* Насколько изменилось среднее число жителей крупнейших городов России в 2002г. по сравнению с 1989г.? Можно ли считать, что их население среднем возросло за этот период?
* Насколько изменилось среднее число жителей крупнейших городов России в 2002г. по сравнению с 1979г.? Можно ли считать, что их население в среднем возросло за этот период?
* Найдите медиану числа жителей городов в 1989г. Сравните её с медианой, вычисленной для 2002г.(1134 тыс. человек).

*4. Столбчатая диаграмма №1, показывает число книг, прочитанных каждым из ребят за летние каникулы. Ответьте на вопросы:*

*а) Кто из ребят прочел больше всех книг?*

*б) найдите размах этих данных.*

*в) Кто за летние каникулы не прочел ни одной книги?*

*г) Найдите среднее арифметическое этого ряда данных.*

*д) Найдите медиану этого ряда данных.*



*5. Заполните таблицу*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
|  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 1.Отношение суммы нескольких чисел к их количеству называется …  2.Число, которое разделяет упорядоченный числовой набор на две одинаковые по численности части, называется …  3.Число, которое в числовом наборе встречается чаще других, называется …  4.Разность между наибольшим и наименьшим числом набора чисел называется … | А. Мода  Б. Среднее арифметическое  В. Размах  Г. Медиана |

*6. В школе открыты классы по некоторым образовательным направлениям.   
 Составьте упорядоченный набор чисел, вычислите среднее арифметическое, медиану, размах и моду.*

*7. Составьте упорядоченный набор чисел, вычислите среднее арифметическое, медиану,* ***наибольшее и наименьшее*** *значения,* ***размах*** *и моду, если учащиеся считают, что в учебе предпрофильная подготовка*:

***31%***

* Помогает значительно−31%

***60%***

* Помогла, но не значительно−60%

***9%***

* Практически не помогла−9%

**Выводы:** Данные для нахождения статистических характеристик могут быть оформлены в виде диаграмм, а могут - в виде таблиц.

**1.4. Отклонения**

Попробуем узнать, как числа некоторого набора расположены по отношению к своему среднему арифметическому. Зная только размах, разность между наибольшим и наименьшим значением, мы не можем судить о том, как расположены числа в имеющемся наборе. Для примера возьмём набор 1, 6, 7, 9, 12. Вычислим среднее арифметическое: (1+6+7+9+12):5=7. Найдём отклонение каждого числа от среднего:

1− 7= −6,

6 − 7= − 1,

7 – 7 = 0,

9 – 7 = 2,

12 – 7 = 5.

Получился новый набор, который состоит из отклонений. Если число меньше среднего, то его отклонение отрицательного, если число больше среднего, то его отклонение положительно.

В одном случае – для числа 7, которое совпало со средним арифметическим, - отклонение равно нулю. По набору отклонений можно судить о том, насколько разнообразны числа в наборе.

Если отклонения малы, то числа в наборе расположены близко к среднему арифметическому. А если среди отклонений есть большие по модулю, то числа в наборе сильно разбросаны.

Для любого набора, если только не все числа в нём равны, часть отклонений будет положительно, а часть – отрицательна. При этом сумма всех отклонений равна 0. Убедимся в этом на нашем примере:

-6–1+0 +2+5=0

В этом состоит основное свойство отклонений: **сумма отклонений чисел от среднего арифметического этих чисел равна нулю**

**1.5. Дисперсия.**

Наиболее полной характеристикой разброса набора чисел является набор их отклонений от среднего арифметического. Но когда набор чисел велик, рассматривать набор отклонений практически неудобно. Нужно описать разнообразие чисел в наборе одной характеристикой, одним числом.

**Размах** - слишком грубая мера разброса чисел в наборе, поскольку учитывает только два из них – наибольшее и наименьшее. Можно попробовать взять «среднее отклонение». Но сумма отклонений всегда равна нулю, поэтому среднее арифметическое отклонений тоже равно нулю и его нельзя использовать как меру разброса.

Чтобы судить о разбросе, принято складывать не сами отклонения, а их квадраты. Квадраты отклонений неотрицательны, поэтому сумма квадратов отклонений зависит только от абсолютных величин отклонений, а не от их знаков.

Чем больше отклонения чисел от среднего арифметического, тем больше будет сумма квадратов отклонений. Для того чтобы мера разброса чисел не зависела от их количества в наборе, в качестве такой меры берут среднее арифметическое квадратов отклонений. Эту величину называют ***дисперсией.***

***Определение.* Среднее арифметическое квадратов отклонений от среднего значения называется в статистике *дисперсией* набора чисел.**

**Примеры решения задач.**

1. Покажем на простом примере, как дисперсия характеризует разброс наблюдений. Возьмём два набора чисел 1, 2, 3 и 0, 2, 4. Среднее арифметическое значение обоих наборов равно 2. Для обоих наборов вычислим отклонения и квадраты отклонений, и все данные занесём в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1-й набор | Отклонение от среднего | Квадрат отклонения | 2-й набор | Отклонение от среднего | Квадрат отклонения |
| 1 | -1 | 1 | 0 | -2 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 4 | 2 | 4 |

Дисперсия первого набора: (1+0+1)=

Дисперсия второго набора: (4+0+4)=

Числа в первом наборе расположены более кучно – ближе друг к другу и к своему среднему, чем числа во втором наборе. Поэтому дисперсия первого набора получилась меньше, чем второго.

*2. Даны два набора чисел. Отметьте их на числовой прямой. Вычислите дисперсию каждого из наборов. Дисперсия, какого набора больше?*

*а) 2, 3, 7 и 1, 2, 3; б)2, 3, 4, 7 и 1, 5, 6, 8.*

*3. Даны два набора чисел. Отметьте их на числовой прямой. Вычислите дисперсию каждого из этих наборов. Сравните дисперсии:*

*а) 2, 3, 4 и 6, 7, 8; б) 3, 5, 7, 9 и 12, 14, 16, 18*.

*4.* *Исследование по теме «Техника чтения школьников»*

*Анализ техники чтения учащихся нашей школы за последние пять лет*

В исследование проводилось в одних и тех же классах в течение пяти лет. Техника чтения учащихся проверялась дважды в каждом учебном году. Важным критерием при проверке техники чтения является беглость, так как ученику, имеющему хороший навык беглого чтения, легче осваивать учебные дисциплины и добывать знания по предметам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Класс | Учебный год | Кол-во учеников | Норма | Выше нормы | Ниже нормы | Стали лучше читать | Стали хуже читать | Читают  без ошибок | Понимают  прочитанное |
| 5 | 2005/2006 | 52 | 69% | 22% | 9% | 35% | 7% | 79% | 95% |
| 6 | 2006/2007 | 50 | 68% | 17% | 15% | 32% | 9% | 72% | 94% |
| 7 | 2007/2008 | 48 | 65% | 16% | 19% | 31% | 11% | 69% | 89% |
| 8 | 2008/2009 | 50 | 66% | 18% | 16% | 34% | 4% | 72% | 95% |
| 9 | 2009/2010 | 51 | 64% | 23% | 13% | 39% | 7% | 75% | 92% |

*Задание №1: Составьте упорядоченные ряды. Найдите медиану, моду.*

*Задание №2: Вычислите наибольшее и наименьшее значения, отклонения. Вычислите дисперсию.*

Результаты исследования:

Можно отметить, что большинство учащихся обладают сформированным навыком осознанного чтения вслух в определенном темпе; умеют читать выразительно, без ошибок; пересказывать текст и отвечать на вопросы по прочитанному.

Норму вычитывают около 62% процентов учащихся, выше нормы 16%, ниже нормы 21%. При скоростном чтении допускают ошибки примерно 37% учащихся. Можно заметить, что техника чтения в 6 и в 7 классах резко падает и ниже нормы соответственно на 24% и 40%, увеличивается процент читающих хуже до 31% в 7 классах.

*5.. Исследовательский социологический мониторинг*

Проведены в последние годы два массовых исследования старшеклассников: международное исследование PISA (Program for International Student Assessment, 2003) и анализ результатов ЕГЭ, 2002-2004гг. Оба исследования позволяют выделить сформированность основных навыков грамотного чтения и грамотного читателя у старших школьников.

Выделим некоторые из них (в скобках указан процент школьников, имеющих соответствующий навык по PISA), далее в нашей школе:

- умение выделить главную мысль текста (71%),

(69 - 71%);

- умение находить заданную информацию в тексте (77 %),

(73 - 78%);

- понимание связности и последовательности событий (63%),

(81-90%).

*Составьте два набора чисел. Вычислите отклонения от среднего и их квадраты.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Исследования PISA 2003** | **Школьные исследования** |
| * Умение выделить главную мысль теста   ***71%***   * Умение находить заданную информацию в тесте   ***77%***   * Понимание связности и последовательности событий   ***63%*** | нет снижения  ***72%***  на том же уровне    ***80%***  выше  ***81%*** |

*6. Расчет средней заработной платы*

Говоря о средней зарплате, среднем доходе и других средних для конкретных экономических данных, подразумевают под "средним" среднее арифметическое. Такая традиция может приводить к ошибочным выводам.

Покажем это на примере расчета средней заработной платы (среднего дохода) работников условного предприятия.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Категория работников | Число работников | Заработная плата | Суммарные доходы |
| 1 | Низкоквалифицированные рабочие | 40 | 100 | 4000 |
| 2 | Высококвалифицированные рабочие | 30 | 200 | 6000 |
| 3 | Инженеры и служащие | 25 | 300 | 7500 |
| 4 | Менеджеры | 4 | 1000 | 4000 |
| 5 | Генеральный директор  (Владелец) | 1 | 18500 | 18500 |
| 6 | Всего | 100 |  | 40000 |

Первые три строки в таблице вряд ли требуют пояснений. Менеджеры - это директора по направлениям, а именно, по производству (главный инженер), по финансам, по маркетингу и сбыту, по персоналу (по кадрам). Владелец сам руководит предприятием в качестве генерального директора. В столбце "заработная плата" указаны доходы одного работника соответствующей категории, а в столбце "суммарные доходы" - доходы всех работников соответствующей категории.

Фонд оплаты труда составляет 40000 единиц, работников всего 100, следовательно, средняя заработная плата составляет 40000/100 = 400 единиц. ***Однако эта средняя арифметическая величина явно не соответствует интуитивному представлению о "средней зарплате"*.** Из 100 работников лишь 5 имеют заработную плату, ее превышающую, а зарплата остальных 95 существенно меньше средней арифметической. Причина очевидна - заработная плата одного человека - генерального директора - превышает заработную плату 95 работников - низкоквалифицированных и высококвалифицированных рабочих, инженеров и служащих.

Ситуация напоминает описанную в известном рассказе о больнице, в которой 10 больных, из них у 9 температура 40 °С, а один уже отмучился, лежи в морге с температурой 0 °С. Между тем средняя температура по больнице равна 36 °С - лучше не бывает!

Сказанное показывает, что среднее арифметическое можно использовать лишь для достаточно однородных совокупностей (без больших выбросов в ту или иную сторону).

А какие средние использовать для описания заработной платы? Вполне естественно использовать медиану. Для данных таблицы **медиана** - среднее арифметическое 50-го и 51-го работника, если их заработные платы расположены в порядке неубывания.

Сначала идут зарплаты 40 низкоквалифицированных рабочих, а затем - с 41-го до 70-го работника - заработные платы высококвалифицированных рабочих. Следовательно, **медиана** попадает именно на них и равна 200. У 50-ти работников заработная плата не превосходит 200, и у 50-ти - не менее 200, поэтому **медиана** показывает "центр", около которого группируется основная масса исследуемых величин.

Еще одна средняя величина - **мода**, наиболее часто встречающееся значение. В рассматриваемом случае это заработная плата низкоквалифицируемых рабочих, т.е. 100. Таким образом, для описания зарплаты имеем три средние величины - моду (100 единиц),

медиану (200 единиц)

и среднее арифметическое (400 единиц).

Для наблюдающихся в реальной жизни распределений доходов и заработной платы справедлива та же закономерность: **мода** меньше **медианы**, а **медиана** меньше **среднего арифметического.**

**1.6. Обозначения и формулы**

Числа в наборах часто приходиться обозначать буквами, подобно тому, как это делается при решении задач на движение. Но поскольку чисел может быть много, использовать для каждого числа отдельную букву неудобно. Поэтому поступают иначе: используют одну и ту же букву с номером. Таким образом, можно рассматривать набор ***х1, х2, х3, х4, х5*** или ***у1, у2, у3, у4, у5, у6*** и т.п. Номера чисел называются индексами.

Среднее арифметическое чисел принято обозначать через

= .

Отклонения от среднего значения теперь запишутся так: − *x1*, − *x2,...*

Дисперсия

### 1.7. Свойства среднего арифметического и дисперсии

Буквенные обозначения чисел в наборе и введенные обозначения для среднего арифметического и для дисперсии набора чисел позволяют легко записать некоторые их свойства. Для простоты записи сформулируем их для набора из пяти чисел. Эти правила верны для любого количества чисел в наборе.

Рассмотрим набор чисел ***х1, х2, х3, х4, х5***. Пусть - его

среднее арифметическое, а S2 - дисперсия.

Прибавим к каждому числу этого набора постоянное число а. Получим набор

***х1+а, х2+а, х3+а, х4+а, х5+а.***

***1.Среднее арифметическое набора***

***х1+а, х2+а, х3+а, х4+а, х5+а равно*** + ***а***

Если каждое число набора чисел уменьшить (увеличить) на одно и то же число, то среднее арифметическое уменьшится (увеличится) на это же число;

2. ***Среднее арифметическое набора******ах1, ах2, ах3, ах4, ах5 равно а***

Если каждое число набора чисел увеличить (уменьшить) в несколько раз, то среднее арифметическое увеличится (уменьшится) в такое же число раз;

***3. Дисперсия набора***

***х1+а, х2+а, х3+а, х4+а, х5+а равна S2***

Если каждое число набора чисел уменьшить (увеличить) на одно и то же число, то дисперсия набора не изменится.

***4. Дисперсия набора ах1, ах2, ах3, ах4, ах5 равна а2 S2***

Если каждое число набора чисел увеличить (уменьшить) в ***а*** раз, то дисперсия набора увеличится (уменьшится) в ***такое же число*** в ***а2*** раз;

**Заключение**

В результате изучение описательной статистики, кроме основных понятий, таких как среднее арифметическое, размах, мода, медиана, отклонения от среднего, дисперсия, необходимо научить школьников решать и создавать статистические задачи, проводить простейшие социологические исследования, познакомились с технологией исследования в математике, оформлять выводы и результаты.

Изучение статистики необходимо, это поможет при выборе профессии, пригодиться при обучении в вузе.

**Список литературы**

1. Тюрин Ю.П., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика.- М.: МЦНМО: АО «Московские учебники», 2008. – 256 с.
2. Тюрин Ю.П., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика/Методическое пособие для учителя - М.: МЦНМО: МИОО, 2005. – 48 с.
3. Бунимович Е.А., Булычёв В.А. Основы статистики и вероятность.5−9 кл.: Пособие для общеобразовательных учреждений. - М.: Дрофа, 2004.- 288с.
4. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г.. Алгебра: Элементы статистики и теории вероятностей: учебное пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений / Под редакцией

С. А. Теляковского. −6-е изд.− М.: Просвещение, 2008. −78 с.

1. Мордкович А.Г, Семенов П.В. События. Вероятности. Статистическая обработка данных: Дополнительные параграфы к курсу алгебры 7-9кл. общеобразоват. учреждений. −2-е изд.− М.: Мнемозина, 2004.− 112с.
2. Ткачева М.В. Анализ данных в учебнике Н.Я. Виленкина и других. // Математика в школе. – 2003. - №5
3. Когаловский С.Р.Роль комбинаторных задач в обучении математики. // Математика в школе. – 2004. - №4.
4. Википедия – свободная энциклопедия [Электронный ресурс] Среднее значение http://ru.wikipedia.org/wiki/