

## Множество значений функции, применение при решении нестандартных заданий.

( Открытый урок 21.03.2012г., 11б класс)

Учитель математики Н.В.Сергеева.

Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть – и впоследствии подтвердить это, - что, следуя этому методу, мы достигнем цели.

*Лейбниц*

### Цели урока:

- обучающая: повторить свойство ограниченности функций, познакомить учащихся с приемом решения нестандартных заданий путем оценки левой и правой частей уравнения, неравенства.
- развивающая: развитие умений и навыков анализировать и делать выводы.
- воспитательная: воспитывать познавательный интерес, аккуратность при выполнении заданий.

**Тип урока:** обобщение и систематизация полученных знаний, применение их в новой ситуации.

**Оборудование:** интерактивная доска, оценочный лист.

### Ход урока:

1. **Организационный момент.** Приветствие учащихся. Объявление темы и целей урока.
2. **Актуализация, постановка рабочей цели.**

*Учитель.* При виде некоторых заданий учащиеся испытывают затруднения и даже панику. Например: решить уравнение

$$\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$$

Не надо бояться таких заданий, для их решения достаточно знаний полученных на уроках математики. Сегодня вы познакомитесь со способом их решения.

Для успешного решения надо хорошо знать свойства основных элементарных функций, область их определения, область значений, характер монотонности.

Несложные задачи на нахождение множества значений функции в большинстве своем ориентированы:

- 1) на использование простейших оценок и ограничений ( $x^2 \geq 0$ ,  $2^x > 0$ ,  $-1 \leq \sin x \leq 1$ ,  $0 \leq \cos^2 x \leq 1$  и т.д.);
- 2) на выделение полного квадрата  
( $x^2 + 6x + 7 = (x + 3)^2 - 2$ );
- 3) на преобразование тригонометрических выражений  
( $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ );
- 4) использование свойств монотонности функции ( $\sqrt[3]{x} + \log_2 x$  возрастает на множестве положительных чисел).

У вас на столах оценочные листы, на которых вы будете ставить себе баллы за каждый этап урока.

### 3. Разминка.

Задания проецируются на экран, за каждое верно выполненное – 1 балл.

№1. Выбрать ограниченные функции.

1)  $y = x^3 + 4$     2)  $y = 2x - x^2$     3)  $y = 3 - \sin \frac{x}{2}$     4)  $y = 5^{3x-1}$

№2. Множество значений функции  $y = \cos^2 x + 2$

1)  $[0; 1]$     2)  $[1; 2]$     3)  $[1; 3]$     4)  $[2; 3]$

№3. Множество значений функции  $y = 3^{\sqrt{x}} + 2$

1)  $(2; +\infty)$     2)  $[1; +\infty)$     3)  $[0; +\infty)$     4)  $[3; +\infty)$

№4. Укажите множество значений функции  $y = \frac{\cos 3x}{2}$ .

№5. Укажите множество значений функции  $y = x^2 - 4x + 5$

№6. Укажите множество значений функции  $y = 3 - |2x + 3|$

№7. Укажите множество значений функции  $y = 2^{|\sin x|}$

Проверка устно, правильные ответы проецируются на экран. Учитель просит объяснить ответы.

### 4. Нахождение множества значений сложной функции.

На доске написаны задания, за каждое можно получить по 2 балла. Приглашаются желающие, остальные слушают, записывают, задают вопросы.

№1.  $y = 3^{x^2-4x+5}$

№2.  $y = 25 \cdot 2^{\cos 4x \cdot \cos 3x + \sin 4x \cdot \sin 3x - 2}$

№3.  $y = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2 + 1}$

№4.  $y = \log_{0,5}(2 - x^2)$

№5.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|-1}$

**5. Использование ограниченности функций при решении уравнений и неравенств.**

Решить уравнение – это значит... ? Приведите пример уравнения, не имеющего корней. На экране – уравнения и неравенство.

1).  $2^{x^2+2} = 4 - \sin^2 x$  ( 3 балла)

2).  $\sqrt{x^2 - 2x + 2} + \log_3 \sqrt{x^2 - 2x + 10} = 2$  ( 5 баллов)

3).  $2^{x^2-4x+5} \leq 4x - 2 - x^2$  ( 8 баллов)

4).  $2 + \log_5^6(x^2 - x + 1) = 2|\cos((x - 1)\cos 3x)|$  (10 баллов)

Более подготовленным учащимся предлагается попробовать решить эти задания, всем остальным - задание (на карточках) выяснить имеет ли корни уравнение. Предварительно пояснить на доске выполнение аналогичного задания. За все правильно выполненное задание 10 баллов, за 1 ошибку отнимать 0,4 балла.

Проверка заданий с карточек устно. Задания 1), 2), 3) выполнить на доске.

Дано уравнение  $f(x)=a$ .

Какие уравнения не имеют корней? Уравнение имеет корни –ставить знак « + » , уравнение не имеет корней –ставить знак «-«.

|                                     | $a = \ln e$ | $a = e$ | $a = \sqrt{2}$ | $a = \pi$ | $a = \log_2 0,3$ |
|-------------------------------------|-------------|---------|----------------|-----------|------------------|
| $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ |             |         |                |           |                  |
| $f(x) = \sin x$                     |             |         |                |           |                  |
| $f(x) = \ln x$                      |             |         |                |           |                  |
| $f(x) = \arcsin x$                  |             |         |                |           |                  |
| $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$             |             |         |                |           |                  |

**6. Итог урока.**

Подсчитываются баллы, выставляются оценки.

«5» - 20 баллов, «4» - 16 - 19 баллов,

«3» - 15 - 17 баллов.

Оценки в журнал выставляются по желанию.

**7. Домашнее задание.**

Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) под редакцией А.Г.Мордковича №27.26, №27.54, №27.55, №27.56(а).

**Ответы.****1. Разминка**

|       |       |   |   |  |               |                 |                               |
|-------|-------|---|---|--|---------------|-----------------|-------------------------------|
| №     | 1     | 2 | 3 | 4  | 5             | 6               | 7                             |
| ответ | 2 3 4 | 4 | 4 | $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ | $[1; \infty[$ | $] -\infty; 3]$ | $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ |

**3. Уравнения.**

|                                     |             |         |                |           |                  |
|-------------------------------------|-------------|---------|----------------|-----------|------------------|
|                                     | $a = \ln e$ | $a = e$ | $a = \sqrt{2}$ | $a = \pi$ | $a = \log_2 0,3$ |
| $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ | +           | +       | +              | +         | -                |
| $f(x) = \sin x$                     | +           | -       | -              | -         | -                |
| $f(x) = \ln x$                      | +           | +       | +              | +         | +                |
| $f(x) = \arcsin x$                  | +           | -       | +              | -         | -                |
| $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$             | +           | +       | +              | +         | -                |

**Оценочный лист**

|              |            |                   |             |       |
|--------------|------------|-------------------|-------------|-------|
| Фамилия, имя |            |                   |             |       |
| Этап урока   | 1.Разминка | 2.Сложная функция | 3.Уравнения | Всего |
| Баллы        |            |                   |             |       |
| Оценка       |            |                   |             |       |
| Комментарий  |            |                   |             |       |

