**Текстовая задача В13 — легко!**

Алгоритм решения и успех на ЕГЭ

Почему текстовые задачи В13 относятся к простым?  
Во-первых, все задачи В13 из банка заданий ФИПИ решаются *по единому алгоритму, о котором я вам расскажу. Во-вторых,* все В13 однотипны — это задачи на движение или на работу.

Главное — знать к ним подход.

**Внимание! Чтобы научиться решать текстовые задачи, вам понадобится всего три-четыре часа самостоятельной работы, то есть два-три занятия.**Всё, что нужно, — это здравый смысл плюс умение решать квадратное уравнение. А если даже вы забыли формулу для дискриминанта — не беда, напомним.

Но прежде чем перейти к самим задачам — проверьте себя.

***Запишите в виде математического выражения:***

1. x на 5 больше y
2. x в пять раз больше y
3. z на 8 меньше, чем x
4. z меньше x в 3,5 раза
5. t1 на 1 меньше, чем t2
6. частное от деления a на b в полтора раза больше b
7. квадрат суммы x и y равен 7
8. x составляет 60 процентов от y
9. m больше n на 15 процентов

Казалось бы, на первые три вопроса ответит и второклассник. Но почему-то у половины выпускников они вызывают затруднения, не говоря уже о вопросах 7 и 8. Из года в год я наблюдаю парадоксальную картину: ученики одиннадцатого класса долго думают, как записать, что «x на 5 больше y».

***Итак, правильные ответы:***

1. х = у+5   
   х больше, чем у. Разница между ними равна пяти. Значит, чтобы получить бóльшую величину, надо к меньшей прибавить разницу.
2. х = 5у  
   х больше, чем у, в пять раз. Значит, если у умножить на 5, получим х.
3. z = х-5  
   z меньше, чем х. Разница между ними равна 8. Чтобы получить меньшую величину, надо из большей вычесть разницу.
4. z = х:3,5
5. t1 = t2 - 1  
   t1 меньше, чем t2. Значит, если из большей величины вычтем разницу, получим меньшую.
6. а:b = 1,5b
7. (х+у)^2 = 7  
   На всякий случай повторим терминологию:  
   Сумма — результат сложения двух или нескольких слагаемых.  
   Разность — результат вычитания.  
   Произведение — результат умножения двух или нескольких множителей.  
   Частное — результат деления чисел.
8. х = 0,6у  
   Мы помним, что 60%у = (60/100) * y = 0,6у.
9. m = 1,15n  
   Если n принять за 100%, то m на 15 процентов больше, то есть m = 115%n = 1,15n.

***Теперь — сами задания В13.***

Начнем с задач на движение.

Они часто встречаются в вариантах ЕГЭ. Здесь всего два правила:

1. Все эти задачи решаются по одной-единственной формуле: S = v*t, то есть расстояние = скорость * время. Из этой формулы можно выразить скорость v = S/t или время t = S/V.
2. В качестве переменной х удобнее всего выбирать скорость. Тогда задача точно решится!

Для начала очень внимательно читаем условие. В нем все уже есть. Помним, что текстовые задачи на самом деле очень просты.

*12. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.*

Что здесь лучше всего обозначить за x? Скорость велосипедиста. Тем более, что ее и надо найти в этой задаче. Автомобилист проезжает на 40 километров больше, значит, его скорость равна x+40.

Нарисуем таблицу. В нее сразу можно внести расстояние — и велосипедист, и автомобилист проехали по 50 км. Можно внести скорость — она равна x и x+40 для велосипедиста и автомобилиста соответственно. Осталось заполнить графу «время».

Его мы найдем по формуле: t = S/V. Для велосипедиста получим t1 = 50/x, для автомобилиста t2 = (50/x)+40.   
Эти данные тоже запишем в таблицу.  
Вот что получится:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| велосипедист | x | t1 = 50/x | 50 |
| автомобилист | x+40 | t2 = (50/x)+40 | 50 |

Остается записать, что велосипедист прибыл в конечный пункт на 4 часа позже автомобилиста. Позже — значит, времени он затратил больше. Это значит, что t1 на четыре больше, чем t2, то есть

t2 + 4 = t1

(50/(x+40)) + 4 = 50/x

Решаем уравнение.

(50/x) - (50/(x+40)) = 4

Приведем дроби в левой части к одному знаменателю.

Первую дробь домножим на x+4, вторую — на x.

Получим:

(50(х+40) - 50х) / x(x+40) = 4

(50х + 2000 - 50х) / x(x+40) = 4

2000 / x(x+40) = 4

Разделим обе части нашего уравнения на 4. В результате уравнение станет проще. Но почему-то многие учащиеся забывают это делать, и в результате получают сложные уравнения и шестизначные числа в качестве дискриминанта.

500 / x(x+40) = 1

Умножим обе части уравнения на х(х+40). Получим:

х(х+40) = 500

Раскроем скобки и перенесем всё в левую часть уравнения:

х^2 + 40х = 500

х^2 + 40х - 500 = 0

Мы получили квадратное уравнение. Напомним, что квадратным называется уравнение вида ax^2 + bx + c = 0. Решается оно стандартно — сначала находим дискриминант по формуле D = b2 - 4ac, затем корни по формуле х1,2 = (-b +- корень из D)/2a.

В нашем уравнении a=1,   b=40,   c=-500.

Найдем дискриминант D = 1600 + 2000 = 3600 и корни:

x1 = 10, x2 = -50.

Ясно, что x2 не подходит по смыслу задачи — скорость велосипедиста не должна быть отрицательной.

Ответ: 10.

***Следующая задача — тоже про велосипедиста.***

*13. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.*

Пусть скорость велосипедиста на пути из А в В равна x. Тогда его скорость на обратном пути равна x+3. Расстояние в обеих строчках таблицы пишем одинаковое — 70 километров. Осталось записать время. Поскольку t = S/V, на путь из А в В велосипедист затратит время t1 = 70/x, а на обратный путь время t2 = 70/(x+3).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| туда | х | t1 = 70/x | 70 |
| обратно | х+3 | t2 = 70/(x+3) | 70 |

На обратном пути велосипедист сделал остановку на 3 часа и в результате затратил столько же времени, сколько на пути из А в В. Это значит, что на обратном пути он крутил педали на 3 часа меньше.

Значит, t2 на три меньше, чем t1. Получается уравнение:

(70/(x+3)) + 3 = 70/x

Оно очень похоже на предыдущее. Сгруппируем слагаемые:

70/x - (70/(x+3)) = 3

Точно так же приводим дроби к одному знаменателю:

(70(x+3) - 70x)/x(x+3) = 3

(70*3)/(x(x+3)) = 3

Разделим обе части уравнения на 3.

70/(x(x+3)) = 1

Умножим обе части уравнения на x(x+3), раскроем скобки и соберем все в левой части.

x^2 + 3x - 70 = 0

Находим дискриминант. Он равен 9+4*70 = 289.

Найдем корни уравнения:

x1 = 7. Это вполне правдоподобная скорость велосипедиста. А ответ x2 = -10 не подходит, так как скорость велосипедиста должна быть положительна.

Ответ: 7.

***Следующий тип задач — когда что-нибудь плавает по речке, в которой есть течение.***

Например, теплоход, катер или моторная лодка. Обычно в условии говорится о собственной скорости плавучей посудины и скорости течения. Собственной скоростью называется скорость в неподвижной воде.

При движении по течению эти скорости складываются. Течение помогает, по течению плыть — быстрее.

Скорость при движении по течению равна сумме собственной скорости судна и скорости течения.

А если двигаться против течения? Течение будет мешать, относить назад. Теперь скорость течения будет вычитаться из собственной скорости судна.

*14. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.*

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x.

Тогда скорость движения моторки по течению равна x+1, а скорость, с которой она движется против течения x-1.

Расстояние и в ту, и в другую сторону одинаково и равно 255 км.

Занесем скорость и расстояние в таблицу.

Заполняем графу «время». Мы уже знаем, как это делать. При движении по течению t1 = 255/(x+1), при движении против течения t2 = 255/(x-1), причем t2 на два часа больше, чем t1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| по течению | x+1 | t1 = 255/(x+1) | 255 |
| против течения | x-1 | t2 = 255/(x-1) | 255 |

Условие «t2 на два часа меньше, чем t1» можно записать в виде

t2+2 = t1

Составляем уравнение:

255/(x-1) + 2 = 255/(x+1)

и решаем его.

255/(x+1) - 255/(x-1) = 2

Приводим дроби в левой части к одному знаменателю

( ( 255(х+1) - 255(х-1) ) / (x-1)(x+1) ) = 2

Раскрываем скобки

510/(x^2-1) = 2

Делим обе части на 2, чтобы упростить уравнение

255/(x^2-1) = 1

Умножаем обе части уравнения на x^2-1

x^2-1 = 255

x^2 = 256.

Вообще-то это уравнение имеет два корня: x1=16   и   x2=-16   (оба этих числа при возведении в квадрат дают 256). Но конечно же, отрицательный ответ не подходит — скорость лодки должна быть положительной.

Ответ: 16.

*15. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.*

Снова обозначим за x скорость течения. Тогда скорость движения теплохода по течению равна 15+x, скорость его движения против течения равна 15-x. Расстояния — и туда, и обратно — равны 200 км.

Теперь графа «время».

Поскольку t = S/V, время t1 движения теплохода по течению равно 200/(15+х), а время t2, которое теплоход затратил на движение против течения, равно 200/(15-х).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| по течению | x+15 | 200/(15+х) | 200 |
| против течения | 15-x | 200/(15-х) | 200 |

В пункт отправления теплоход вернулся через 40 часов после отплытия из него. Стоянка длилась 10 часов, следовательно, 30 часов теплоход плыл — сначала по течению, затем против.

Значит, t1+t2 = 30

200/(15+х) + 200/(15-х) = 30

Прежде всего разделим обе части уравнения на 10. Оно станет проще!

20/(15+х) + 20/(15-х) = 3

Всё уже понятно — приводим дроби в левой части к одному знаменателю, умножаем обе части уравнения на 225-x^2, получаем квадратное уравнение x^2=25. Поскольку скорость течения положительна, получаем: x=5.

Ответ: 5.

Наверное, вы уже заметили, насколько похожи все эти задачи. Текстовые задачи хороши еще и тем, что ответ легко проверить с точки зрения здравого смысла. Ясно, что если вы получили скорость течения, равную 300 километров в час — задача решена неверно.

*16. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.*

Пусть скорость течения равна x. Тогда по течению баржа плывет со скоростью 7+x, а против течения со скоростью 7-x.

Сколько времени баржа плыла? Ясно, что надо из 16 вычесть 10, а затем вычесть время стоянки. Обратите внимание, что 1 час 20 минут придется перевести в часы: 1 час 20 минут = 11/3 часа. Получаем, что суммарное время движения баржи (по течению и против) равно 42/3 часа.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| по течению | x+7 | t1 | 15 |
| против течения | 7-x | t2 | 15 |

t1+t2 = 42/3

Возникает вопрос — какой из пунктов, А или В, расположен выше по течению? А этого мы никогда не узнаем! :-) Да и какая разница — ведь в уравнение входит сумма t1+t2, равная 15/(7+х) + 15/(7-х).

Итак,  
15/(7+х) + 15/(7-х) = 4 2/3

Решим это уравнение. Число 42/3 в правой части представим в виде неправильной дроби: 42/3 = 14/3.

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю, раскроем скобки и упростим уравнение. Получим:

30*7 = 14/3 * (49-х^2)

Работать с дробными коэффициентами неудобно! Если мы разделим обе части уравнения на 14 и умножим на 3, оно станет значительно проще:

45 = 49 - x^2

x^2 = 4

Поскольку скорость течения положительна, x= 2.

Ответ: 2.

***Еще один тип задач В13, встречающийся в вариантах ЕГЭ по математике — это задачи на работу.***

Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной формулы: A = p * t. Здесь A — работа, t — время, а величина p, которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надувает воздушные шарики. Количество шариков, которые он надует за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу очень просты.

1. A = p * t, то есть работа = производительность * время. Из этой формулы легко найти t или p.
2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.
3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются. Очень логичное правило.
4. В качестве переменной x удобно взять именно производительность.

Покажем, как все это применяется на практике.

*17. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?*

Так же, как и в задачах на движение, заполним таблицу.

В колонке «работа» и для первого, и для второго рабочего запишем: 110. В задаче спрашивается, сколько деталей в час делает второй рабочий, то есть какова его производительность. Примем ее за x. Тогда производительность первого рабочего равна x+1(он делает на одну деталь в час больше). Поскольку t=А/v, время работы первого рабочего равно t1=110/(x+1), время работы второго равно t2=110/x.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | p | t | A |
| первый рабочий | x+1 | t1=110/(x+1) | 110 |
| второй рабочий | x | t2=110/x | 110 |

Первый рабочий выполнил заказ на час быстрее. Следовательно, t1 на 1 меньше, чем t2, то есть

t1 = t2 - 1

110/(x+1) = 110/(x-1).

Мы уже решали такие уравнения. Оно легко сводится к квадратному:

x^2 + x - 110 = 0

Дискриминант равен 441. Корни уравнения: x1 = 10,   x2 = -11. Очевидно, производительность рабочего не может быть отрицательной — ведь он производит детали, а не уничтожает их :-) Значит, отрицательный корень не подходит.

Ответ: 10.

*18. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?*

В этой задаче (в отличие от предыдущей) ничего не сказано о том, какая это работа, чему равен ее объем. Значит, работу можем принять за единицу.

А что же обозначить за переменные? Мы уже говорили, что за переменную x удобно обозначить производительность. Пусть x — производительность первого рабочего. Но тогда производительность второго нам тоже понадобится, и ее мы обозначим за y.

По условию, первый рабочий за два дня делает такую же часть работы, какую второй — за три дня. Значит, 2x = 3y. Отсюда у = 2/3 * х.

Работая вместе, эти двое сделали всю работу за 12 дней. При совместной работе производительности складываются, значит,

(x+y) * 12 = 1,

(х + 2/3 * х) * 12 = 1,

5/3 х * 12 = 1,

20x = 1,

x = 1/20.

Итак, первый рабочий за день выполняет 1/20 всей работы. Значит, на всю работу ему понадобится 20 дней.

Ответ: 20.

*18. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?*

Всевозможные задачи про две трубы, которые наполняют какой-либо резервуар для воды — это тоже задачи на работу. В них также фигурируют известные вам величины — производительность, время и работа.

Примем производительность первой трубы за x. Именно эту величину и требуется найти в задаче. Тогда производительность второй трубы равна x+1, поскольку она пропускает на один литр в минуту больше, чем первая. Заполним таблицу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | p | t | A |
| первая труба | x | t1=110/x | 110 |
| вторая труба | x+1 | t2=99/(x+1) | 99 |

Первая труба заполняет резервуар на две минуты дольше, чем вторая. Значит, t1 - t2 = 2. Составим уравнение:

110/x - 99/(x+1) = 2

и решим его.

Ответ: 10.

**А теперь смело пробуйте решать любую задачу типа В13!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!**