**ИЗУЧЕНИЕ МОДУЛЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧИСЛА В 6 КЛАССЕ НА УРОВНЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ**

(из опыта работы)

*Автор – Чернышев Эдуард Николаевич,*

 *учитель математики МБОУ СОШ № 3*

*г.Красный Сулин Ростовской области*

 Понятие модуля рационального числа относится к финальным категориям курса математики 5-6 класса, интегрирует в себе большую часть математических закономерностей, известных шестиклассникам и подготовливает их к изучению систематического курса алгебры в 7-11-х классах.

Действующие образовательные программы отводят на изучение модуля числа 1-2 урока (Математика: Программа и поурочное планирование. 5-6 классы/Н.Б.Истомина.-Смоленск:Ассоциация XXI век, 2007. С.27), но требуют от обучающегося «знать понятие … «модуль числа», … уметь читать и записывать… модуль любого рационального числа» (Математика: Программа и поурочное планирование. 5-6 классы/Н.Б.Истомина.-Смоленск:Ассоциация XXI век, 2007. С.31), умения вычислять значения выражений, содержащих модуль и решать простейшие уравнения с модулем, к которым, например, относятся уравнения вида $\left|х\right|=147; \left|-х\right|=12,5; \left|х\right|=0$ и др. (Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 6 кл.:Учебник для общеобразовательных учреждений.-М.:Просвещение:Мнемозина, 2002. С.268).

Однако, такой уровень «овладения» понятием модуля числа не позволит обучающимся в последующем курсе алгебры освоить понятие кусочной функции, уверенно «читать» графики функций, упрощать выражения с модулем, строить графики функций с модулем, решать уравнения и неравенства с модулем... Если не выстроить систему овладения понятием модуля, то выпускники девятого класса не справятся с такими заданиями ГИА-9 :

* Упростить выражение $(х-2)^{2}\sqrt{\frac{1}{4-4х+х^{2}}} при х>2$ (Математика. 9 класс. Тематические тесты для подготовки к ГИА-2012. Алгебра, геометрия, теория вероятностей и статистика: учебно-методическое пособие/ Под ред. Ф.Ф.Лысенко, С.Ю.Кулабухова.-Ростов-на-Дону: Легион-М, 2011. С.101);
* Построить график функции $у=х^{2}-5\left|х\right|+4$ и найти все значения m, при которых этот график имеет с прямой $у=m$ не более двух общих точек;
* Найти все положительные значения $c$, при каждом из которых система $\left\{\begin{array}{c}\left(\left|х\right|-6\right)^{2}+\left(у-4\right)^{2}=9\\\left(х-3\right)^{2}+у^{2}=с^{2}\end{array}\right.$ имеет одно решение (ЕГЭ-2012. Математика: типовые экзаменационные варианты : 30 вариантов /под ред. А.Л.Семенова, И.В.Ященко.-М.:Национальное образование, 2011.-(ЕГЭ-2012. ФИПИ – школе. С.100).

В связи с вышеизложенным мы предприняли попытку совершенствовать изучение модуля в 6 классе, работая по учебнику Истоминой Н.Б. «Математика-6». При этом мы ориентировались на максимально возможный уровень усвоения понятия «модуль числа» для обучающихся в 6 классе. Выбор УМК авт. Истоминой Н.Б. обусловлен наличием в данном комплекте заданий с модулем повышенного уровня сложности. Этот уровень определяется требованиями к классу математических задач, которые обучающиеся должны научиться решать (Таблица № 1). Уровень овладения обучающимися понятием модуля рационального числа определяется компетенциями в области вычисления значений выражений, содержащих модуль и при решении уравнений, содержащих неизвестную величину под знаком модуля.

**ТРЕБОВАНИЯ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ УМЕНИЯМ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Таблица № 1**

|  |  |
| --- | --- |
| № ПП | Уметь решать задачи следующих видов: |
| 1• | Найти значение числового выражения, содержащего модуль. Найти значение буквенного выражения, содержащего модуль. |
| 2• | Решить уравнение$ \left|0,7х+\frac{3}{7}\right|=0.$ Ответ. $х=-\frac{30}{49}.$ |
| 3• | Решить уравнение $\left|-4х+3\right|=17.$ Ответ. $х\_{1}=-3,5; х\_{2}=5.$ |
| 4• | Решить уравнение $\left|2\frac{1}{3}-5,4х\right|=1\frac{2}{3}$.  |
| 5• | Решить уравнение $\left|-1,14х+2\frac{3}{4}\right|=-0,3$. |
| 6 | Найти значение выражения $-3,9х-2\left|-\frac{1}{3}х+2\right|$ при $х=-0,3.$ |
| 7 | $Решить уравнение-2-\left|3х-5\right|=-3$. |
| 8 | Решить уравнение $\left|х-3\right|∙\left(-3х+7\right)^{2}=0.$ Ответ. $х\_{1}=2\frac{1}{3}; х\_{2}=3.$ |
| 9 | Решить уравнение $\frac{5}{3+\left|х\right|}=\frac{1}{3}.$ Ответ. $х\_{1,2}=\mp 12$. |
| 10 | Упростить выражение $4,3х—\left|-2,1х-6,3\right|+1,9$ при $х<-3$. Ответ. $2,2х-4,4.$ |
| 11 | Решить уравнение $\left|\frac{5}{5-х^{}}\right|=2.$ Ответ. $х\_{1}=2,5; х\_{2}=7,5.$ |
| 12 | Решить уравнение $\left|х+2\right|=\left|22-х\right|$. Ответ. $х=10.$ |
| 13 | Решить уравнение $\left|2-3х\right|=\left|-х\right|$. $Ответ. х\_{1}=0,5; х\_{2}=1; х\_{3}=10.$ |
| 14 | Решить уравнение $\frac{\left|5-0,2х\right|}{3-\left|1\frac{2}{3}+х\right|}=0.$ Ответ. $х=25.$ |
| 15 | Решить неравенства $\left|х\right|<3; \left|х\right|>3; \left|х\right|<0; \left|х\right|\geq 0; \left|х\right|\leq 5; \left|х\right|\geq -5.$  |
| 16 | Решить неравенства $\left|х+1\right|>3; \left|3-х\right|\leq 5.$ |

 В Таблице № 1 требованиям обязательного уровня подготовки (УОП) соответствуют задания №1 - №5, а остальные задания соответствуют требованиям на уровне возможностей.

 Для достижения указанных требований обучающиеся должны знать, понимать (уметь объяснить, прокомментировать, проиллюстрировать, пересказать с изменением формы информации) и уметь применять при решении задач следующие математические закономерности (Таблица № 2) :

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ПОНЯТИЯ МОДУЛЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧИСЛА**

**Таблица № 2**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № ПП | Требования УОП | Требования УВ |
|  | Знать определение модуля рационального числа:«Расстояние от точки, изображающей число на координатной прямой, до начала отсчета называют модулем числа или абсолютной величиной числа» | Знать формулу определения модуля рационального числа:$$\left|a\right|=\left\{\begin{array}{c}a, если a\geq 0,\\-a, если a<0.\end{array}\right.$$ |
|  | Знать обозначение модуля числа : «Модуль числа $a$ обозначают так: $\left|a\right|$». | Знать определение равносильных уравнений : «Если корни первого уравнения являются корнями второго уравнения, а корни второго уравнения являются корнями первого уравнения, то данные уравнения равносильны». |
|  | Знать определение числа, противоположного данному: «Число, которое отличается от данного только знаком, называется противоположным». | Иметь представления о понятии системы и о понятии совокупности уравнений. |
|  | Знать формулы :$$-\left(-а\right)=а; $$$$-\left(+а\right)=-а; $$$$ +\left(-а\right)=-а.$$ | Знать определение равенства нулю произведения: «Произведение двух множителей равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом имеет смысл». |
|  | Знать отличие координатной прямой от числовой прямой : на координатной прямой имеется мерка – единичный отрезок. |
|  | Знать, что модуль нуля равен нулю. | Знать правило решения уравнений вида $\left|t\right|=0$. Данное уравнение равносильно уравнению t=0. |
|  | Знать, что модуль положительного числа равен этому числу. | Знать правило решения уравнений вида $\left|t\right|=a$, где $a<0.$ Ответ. Нет корней. |
|  | Знать, что модуль данного отрицательного числа равен числу, противоположному данному. | Знать правило решения уравнений вида $\left|t\right|=a$, где $a>0.$ Данное уравнение равносильно совокупности уравнений:$$\left[\begin{array}{c}t=-a,\\t=a.\end{array}\right.$$ |
|  | Знать понятие прямой, луча, открытого луча, отрезка | Знать название, изображение на числовой прямой и аналитическую запись числовых промежутков:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Название** | **Аналитическая запись** | **Изображение на координатной прямой** |
| Отрезок | $$a\leq x\leq b$$ |  |
| Луч | $$x\geq a$$ |  |
| $$x\leq a$$ |  |
| Открытый луч | $$x>a$$ |  |
| $$x<a$$ |  |
| Интервал | $$a<x<b$$ |  |
| Полуинтервал | $$a\leq x<b$$ |  |
| $$a<x\leq b$$ |  |
| Прямая | $$x\in Q$$ |  |

 |
|  | Знать математические обозначения:$$\in -знак принадлежности;$$Q – обозначение множества рациональных чисел; | Знать, что слагаемые можно переносить из одной части уравнения в другую, меняя их знак на противоположный. |
|  | Владеть понятиями отрицательног числа, положительного числа, неотрицательного числа, неположительного числа; не более…, не менее… . | Знать, что обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число. Знать, что обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный. |

В нашем опыте сложилась следующая схема изучения понятия модуля рационального числа в курсе математики 6 класса (Таблица № 3) :

**СХЕМА ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ МОДУЛЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧИСЛА**

**Таблица № 3**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № урока | Тема урока | Форма контроля |
| 1 | Понятие модуля рационального числа. | Математический диктант |
| 2 | Нахождение значений числовых выражений, содержащих модуль. | Тестовые задания |
| 3 | Нахождение значений буквенных выражений, содержащих модуль. | Самостоятельная работа. |
| 4 | Решение простейших уравнений, содержащих неизвестную величину под знаком модуля. Понятие равносильных уравнений. | Тестовые задания. |
| 5 | Числовые промежутки. | Самостоятельная работа. |
| 6 | Решение простейших неравенств, содержащих неизвестную величину под знаком модуля. | Тестовые задания |
| 7 | Равенство нулю произведения и частного. Решение уравнений, содержащих неизвестную величину под знаком модуля. | Тестовые задания |
| 8 | Решение уравнений, содержащих неизвестную величину под знаком модуля. | Самопроверка |
| 9 | Решение уравнений, содержащих неизвестную величину под знаком модуля. | Самостоятельная работа |
| 10 | Решение неравенств, содержащих неизвестную величину под знаком модуля. | Взаимопроверка по образцу |
| 11 | Решение неравенств, содержащих неизвестную величину под знаком модуля. | Самостоятельная работа |
| 12 | Дифференцированный зачет по теме. | Письменный зачет по теме (примерный вариант теста на уровне УОП см. в Приложении № 5). |

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

**Таблица № 4**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **на «5»** | **на «4»** | **на «3»** | **на «2»** |
| Знает и воспроизводит самостоятельно весь теоретический материал (УОП и УВ) в качестве связного текста.Выполняет 90-100% заданий УОП и не менее 50% заданий УВ.  | Знает и воспроизводит (возможны наводящие вопросы)весь теоретический материал на уровне УОП и часть теоретического материала на уровне УВ.Выполняет не менее ¾ заданий УОП и, по крайней мере, одно задание из УВ. | Знает (помнит и воспроизводит) ¾ теоретического материала (при незначительных внешних подсказках и ориентировках) на уровне УОП.Верно выполняет не менее 50% заданий УОП. | Другие случаи. |

**ТЕСТ ПО ТЕМЕ «МОДУЛЬ ЧИСЛА.ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ ЧИСЛА»**

**Таблица № 5**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **ВОПРОС, ЗАДАНИЕ** | **А** | **В** | **С** | **ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ** |
| 1 | Числа, отличающиеся только знаками, называются… | взаимно обратными | противоположными | взаимно простыми | В |
| 2 | Найти число, противоположное наименьшему двузначному натуральному числу | $$-10$$ | $$-1$$ | $$10$$ | А |
| 3 | Два различных числа, расположенных на одинаковом расстоянии от начала отсчета на координатной прямой, являются…  | взаимно простыми  | взаимно обратными | противоположными | С |
| 4 | Запиши все целые неотрицательные числа из промежутка $-4,5<х<3$ | $$0;1;2;3$$ | $$-4; -3; -2;0;1;2$$ | $$1, 2$$ | С |
| 5 | Модули противоположных чисел… | равны | являются противоположными числами | являются целыми числами | А |
| 6 | Найди модуль наибольшего целого отрицательного числа | $$-1$$ | $$1$$ | $$0$$ | В |
| 7 | Числа $-7,8 и 7,8$ | взаимно обратные | противоположные | взаимно простые | В |
| 8 | В каком из ответов записано неверное равенство ? | $$\left|0\right|=0$$ | $$\left|2\frac{1}{3}\right|=2\frac{1}{3}$$ | $$\left|-6,7\right|=-6,7$$ | С |
| 9 | Числа $5 и 0,2$ являются  | взаимно обратными | противоположными | взаимно простыми | А |
| 10 | Выбери верное утверждение: | Число 0 на координатной прямой всегда ближе к положительному числу из пары двух противоположных чисел | Число 0 на координатной прямой равноудалено от каждой пары противоположных чисел | Число 0 на координатной прямой всегда ближе к отрицательному числу из пары двух противоположных чисел | В |
| 11 | Если числа $х и у$ являются противоположными, то … | $$\left|х\right|<\left|у\right|$$ | $$\left|х\right|>\left|у\right|$$ | $$\left|х\right|=\left|у\right|$$ | С |
| 12 | Решить уравнение $–\left(-\left(-3\right)\right)=-х$ | $$х=-3$$ | $$х=3$$ | $$х\_{1,2}=\mp 3$$ | В |
| 13 | Найти число, противоположное числу $+12$ | $$+12$$ | $$0$$ | $$-12$$ | С |
| 14 | Дана точка $А\left(-3\right).$ Найдите координату точки, расположенной правее точки А на 2,5 ед. отрезка. | $$-5\frac{1}{2}$$ | $$-\frac{1}{2}$$ | $$\frac{1}{2}$$ | В |
| 15 | Найди число, противоположное числу $-12$ | $$+12$$ | $$0$$ | $$-12$$ | А |
| 16 | Решить уравнение $\left|-\left(-3\right)\right|$=х | $$х\_{1,2}=\mp 3$$ | $$х=-3$$ | $$х=3$$ | С |
| 17 | Запиши без скобок число $–(-\left(2,5\right))$ | $$-2,5$$ | $$2,5$$ | 0 | В |
| 18 | Найти значение выражения $\left|-\frac{1}{2}\right|+0,5$ | 1 | 0 | $$1\frac{1}{2}$$ | А |
| 19 | Запиши без скобок число $–(-\left(-2,5\right))$ | $$-2,5$$ | $$2,5$$ | 0 | А |
| 20 | Найти значение выражения $–\left(-2,4\right):\left|-0,6\right|$ | $$40$$ | $$0,4$$ | $$4$$ | С |
| 21 | Запиши без скобок число $-(+\left(-2,5\right))$ | $$-2,5$$ | $$2,5$$ | 0 | В |
| 22 | Найти число, противоположное наименьшему натуральному числу. | $$-1$$ | $$0$$ | $$1$$ | А |
| 23 | Реши уравнение $х-\left(-9\right)=14$ | $$23$$ | $$-5$$ | $$5$$ | С |
| 24 | Найти модуль числа, противоположного наименьшему натуральному числу. | $$-1$$ | $$0$$ | $$1$$ | С |
| 25 | Решить уравнение $х-\left(+9\right)=14$ | $$23$$ | $$-5$$ | $$5$$ | А |
| 26 | В каком ответе записано верное утверждение | Модули противоположных чисел равны | Противоположные числа равны | Сумма модулей противоположных чисел равна нулю | А |
| 27 | Решить уравнение $-х=9$ | $$х=9$$ | $$х=14$$ | $$х=-9$$ | С |
| 28 | Если $х>0$, то … | $$-х=0$$ | $$-х<0$$ | $$-х>0$$ | В |
| 29 | Решить уравнение $\left|х\right|=9$ | $$х=-9$$ | $$х\_{1}=-9; х\_{2}=9$$ | $$х=9$$ | В |
| 30 | Если число у отрицательное, то | $$у<0$$ | $$у=0$$ | $$у>0$$ | А |
| 31 | Корнем какого уравнения являются числа $-10 и 10 ?$ | $$х=\left|10\right|$$ | $$-х=10$$ | $$\left|х\right|=10$$ | С |
| 32 | Выбери верное утверждение  | Если $х=-у,$ то $\left|х\right|\ne \left|у\right|$ | Если $х=-у,$ то $\left|х\right|=-\left|у\right|$ | Если $х=-у,$ то $\left|х\right|=\left|у\right|$ | С |
| 33 | Найти сумму корней уравнения $\left|х\right|=24$ | $$0$$ | $$48$$ | $$24$$ | А |
| 34 | Найти числа, модуль которых равен $-\left(-7\right)$ | Таких чисел нет | $$-7 и 7$$ | 7 | В |
| 35 | Решить уравнение $\left|-х\right|=5$ | $$х=-5$$ | $$х\_{1}=-5; х\_{2}=5$$ | $$х=5$$ | В |
| 36 | Если $х<0$, то х – это… | Отрицательное число | Неотрицательное число | Целое отрицательное число | А |
| 37 | Выбери число, при котором выполняется неравенство $\left|х\right|<5$ | $$-6$$ | $$-5$$ | $$-4$$ | C |
| 38 | Решить уравнение $–\left(-\left(-5\right)\right)=х$ | $$х=5$$ | $$х\_{1}=-5; х\_{2}=5$$ | $$х=-5$$ | С |
| 39 | Выбери число, при котором выполняется неравенство $\left|х\right|>5$ | $$4$$ | $$-6$$ | $$-3$$ | В |
| 40 | Если $\left|х\right|$=$\left|у\right|, то $ | $$х=-у$$ | $$х=у$$ | $$х=у$$ | А |
| 41 | Найди все целые числа, при которых верно неравенство $\left|х\right|>5$ | -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 | -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5 | Это сделать невозможно | С |
| 42 | Если $х=-у$, то числа х и у являются … | равными | противоположными | Взаимно простыми | В |
| 43 | В каком из ответов неравенство $\left|х\right|<5$ записано в виде двойного неравенства? | $$5<х<-5$$ | $$-5<5<х$$ | $$-5<х<5$$ | С |
| 44 | Если $х˃0$, то х – это… | Отрицательное число | Неотрицательное число | Положительное число | С |
| 45 | Если $х<0$, то х – это… | Неотрицательное число | Неположительное число | Отрицательное число | С |
| 46 | Решить уравнение $\left|х\right|:2+3=\left|-10\right|$ | $$х\_{1}=-14;$$$$ х\_{2}=14$$ | $$х\_{1}=-10;$$$$ х\_{2}=10$$ | $$х\_{1}=-26;$$$$ х\_{2}=26$$ | А |
| 47 | В каком из ответов неравенство $-9<х<9$ записано с помощью модуля? | $$\left|х\right|>9$$ | $$\left|х\right|<9$$ | $$\left|х\right|=9$$ | В |
| 48 | Найти все целые числа, при которых верно неравенство $\left|х\right|<2$ | $$-1;1$$ | $$-2; -1;0;1 ;2$$ | $$-1;0;1$$ | С |
| 49 | Найди наибольшее целое число, при котором верно неравенство $\left|х\right|<4,1$ | $$-4$$ | $$4$$ | $$5$$ | В |
| 50 | Найти все числа, при которых являются верными неравенства $\left|х\right|<3$ и $-7,9<х<-0,8$ | $$-2; -1$$ | $$-7;-6;-5$$ | $$1;2$$ | А |

Время на выполнение теста : 45 мин.

Критерии оценивания :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Отлично | Хорошо | Удовлетворительно | Плохо  | Очень плохо |
| 45-50 верных ответов | 35-44 верных ответа | 25-34 верных ответа | 13-24 верных ответа | 0-12 верных ответа |

**ИНФОРМАЦИЯ ОБ УСПЕШНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 6 КЛАССА**

**2011-2012 УЧ.ГОД**

**ПО ТЕМЕ «МОДУЛЬ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧИСЛА»**

**Диаграмма № 1**