**Алгебра 9 класс. Разложение квадратного трехчлена на множители**

*Красненкова Любовь Александровна,*

*учитель математики и информатики, МБОУ СОШ п. г. т. Ерофей Павлович.*

**Цель урока:**

* способствовать развитию навыков нахождения корней квадратного трехчлена;
* организовать деятельность учащихся по восприятию, осмысливанию и первичному запоминанию новых знаний;
* разобрать и доказать теорему о разложении на множители квадратного трехчлена, имеющего корни, при решении проблемной ситуации: можно ли разложить квадратный трехчлен на множители;
* рассмотреть использование теоремы о разложении на множители квадратного трехчлена, имеющего корни, для сокращения дробей;
* содействовать развитию логического мышления, внимания, речи и умения работать самостоятельно.

**Тип урока:** урок ознакомления с новым материалом.

**Оборудование:** мультимедиа проектор, презентация к уроку.

*«Задача, которую вы решаете, может быть очень скромной, но если она бросает вызов вашей любознательности, и если вы решаете ее собственными силами, то вы сможете испытать ведущее к открытию напряжение ума и насладиться радостью победы».*

*Двердь Пойа.*

**Ход урока**

**I. Организационный момент**

Сегодня на уроке в совместной деятельности мы подтвердим слова  *Пойа* (Слайд 1).

Сообщение о Пойа (Слайд 2)

**II. Актуализация опорных знаний**

а) Сначала проверим домашнее задание № 60 и № 75.

На доске решают 2 ученика:

1. № 60(а). Найти корни квадратного трехчлена: 10х2 + 5х – 5. (Ответ: х1 = -1; х2 =0,5). Дополнительный вопрос: сколько корней может иметь квадратный трехчлен?
2. № 75. Разложите на множители многочлен: а) ab + 3b – 5a – 15; б) 2xy – y + 8x – 4. Ответ: а) (а + 3)(b – 5); б) (2х – 1)(у + 4). Дополнительный вопрос: какие способы разложения на множители использовали?

**Практическое задание за компьютером:**

Предложить двум учащимся-экспериментаторам построить график функции
$y= \frac{x^{2 }-5x+6}{2-x}$**.** С помощью электронных таблиц OpenOffice.org Calc и программы графопостроитель.

б) Для остальных учащихся фронтальный опрос. (Слайд 3 и 4). По щелчку мыши появляются ответы).

Проверь свои знания:

Дайте определение квадратного трехчлена. *Многочлен вида ах2 + bх + c, где х – переменная, а, b, с – некоторые числа, причем а* ≠ 0.

Как найти корни квадратного трехчлена? *Приравнять к нулю и решить квадратное уравнение.*

Сформулируйте теорему Виета для полного квадратного уравнения.

*Если х1 и х2 – корни квадратного уравнения ах2 + bх + c = 0, х1 + х2 =* $-\frac{b}{а}$*, х1 х2 =*$ \frac{с}{а}$*.*

Что называют разложением многочлена на множители? *Представление многочлена в виде произведения многочленов.*

Какие способы разложения многочлена на множители вам известны?

1. *Вынесение множителя за скобку;*
2. *Способ группировки;*
3. *Использование формул сокращенного умножения.*

в) Проверим работу у доски. Ваши вопросы и выводы. (Оценить ответы).

 **III. Этап «закрытого» решения проблемы – использование известных способов решения**

(Слайд 5) Решите уравнение х3 – 6х2  – 4х + 24 = 0. (ГИА 2012).

Но мы не умеем решать уравнения 3 степени. Как поступить? (*Разложить на множители левую часть, а затем каждый множитель приравнять к нулю*).

Каким способом будем разлагать на множители? (*Способом группировки*).

Все решают в тетради, один ученик решает у доски. Ответ: -2; 2; 6. Проверяем на слайде.

**IV. Этап «открытого» решения проблемы** – **возникновение проблемной ситуации, расширение области поиска новых решений**

Рассмотрим задание № 11 из ГИА (2013 г.). Постройте график функции $y= \frac{x^{2 }-5x+6}{2-x}$.

 Давайте посмотрим, что получили наши экспериментаторы. (Слайды 6 и 7). Не кажется ли вам странным, что у них получилась прямая линия. Отчего же это?

(Слайд 8). Возникает проблема: Мы понимаем, что было бы удобно разложить на множители числитель х2  – 5х + 6 и попробовать сократить дробь. Для этого надо разложить квадратный трехчлен на множители.

**Но как?** Можно ли сгруппировать или вынести общий множитель за скобку в нашем случае? (Нет).

Так как же разложить на множители квадратный трехчлен **х2  – 5х + 6**? Возможно ли это?

Какие будут предложения? ( А что, если сгруппировать?)

**Но с чем?** Должно быть, хотя бы 4 слагаемых.

А давайте трехчлен преобразуем в четырехчлен.

Пробуем: х2 – х – 4х + 6 = 0. А разве можно здесь сгруппировать и разложить на множители?

Еще попытки: х2 – 2х – 3х + 6 = (х2 – 2х) – (3х – 6) =х (х – 2) – 3(х – 2) = (х – 2)(х – 3).

Ура! Получилось!

Ребята, теперь можно сократить дробь. $y= \frac{x^{2 }-5x+6}{2-x}$**=**$\frac{\left(х-2\right)(х-3)}{-(х-2)}=3-х.$

Получили у = 3 – х , где х ≠ 2. Какая линия будет графиком? (*Прямая, с выколотой точкой*). Постройте график. (Слайд 9).

Вернемся к трехчлену х2  – 5х + 6 = (х – 2)(х – 3). При каких значениях х он обращается в нуль? А что называют корнем трехчлена? (*Значение переменной, при котором трехчлен обращается в нуль*).

**Вывод: значит 2 и 3 корни этого трехчлена** (***х1* = *2 и х2 = 3***).

Посмотрите внимательно, что представляют из себя, множители? (*Первый из них представляет разность между переменной х и первым корнем трехчлена, а второй – разность между переменной х и вторым корнем).*

Назовите старший коэффициент трехчлена? (а = 1). Давайте допишем множитель, равный а, т. е. 1, получаем х2  – 5х + 6 = 1(х – 2)(х – 3).

Рассмотрим еще один пример с учебника (стр. 24).

(Слайд 10). Разложить на множители 3х2 – 21х + 30 = 3(х2 – 7х + 10) = 3(х2 – 2х – 5х + 10) = = 3((х2 – 2х) – (5х – 10)) = 3(х(х – 2) – 5(х – 2)) = 3(х – 2)(х – 5).

**V. Этап реализации найденного принципа** – **выдвижение гипотезы**

Как вы думаете, можно ли разложить трехчлен ах2 + bx + c на множители? Что для этого надо сделать?

*Найти корни квадратного трехчлена,* ***если они есть****,*

*и составить произведение*  **а(х – х1)(х – х2)**.

Получим **ах2 + bx + c = а(х – х1)(х – х2)**. Это и есть наша **гипотеза**. Необходимо ее проверить. Для этого рассмотрим теорему о разложении квадратного трехчлена, имеющего корни, на множители.

**VI. Этап проверки правильности полученного решения – доказательство гипотезы**

**Теорема**

Если *х1*и *х2* - корни квадратного трехчлена *ах2 + bx + c*, то ***ах2 + bx + c = а(х – х1)(х – х2)****.*

**Доказательство** (ученики делают самостоятельно под руководством учителя) (Слад 11).

*ах2 + bx + c =* $a\left(x^{2 }+ \frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right).$ Так как корни квадратного трехчлена ах2 + bx + c являются корнями квадратного уравнения ах2 + bx + c = 0, то по теореме Виета

$x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a}, x\_{1}∙x\_{2}=\frac{c}{a}$ .

Отсюда

$$\frac{b}{a}=-\left(x\_{1}+x\_{2}\right), \frac{c}{a}=x\_{1}∙x\_{2}.$$

Поэтому

*ах2 + bx + c =*$ a\left(x^{2 }+ \frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$*=a(x2 – (x1+ x2 )x +x1 x2 ) = a(x2 – x1 x – x2 x + x1 x2 ) =*

*=a(x(x – x1 ) – x2 (x – x1 )) = a((x – x1 ) (x – x2 ),* ч.т.д.

**VII. Возникновение новой проблемной ситуации**

А как поступить, если квадратный трехчлен не имеет корней? Можно ли его разложить на множители? Ваше мнение?

Попробуем в этом разобраться.

А что если пойти от противного? То есть предположить, что квадратный трехчлен можно представить в виде произведения многочленов первой степени:

*ах2 + bx + c = (kx + m)(px + q), где k, m, p, q – некоторые числа, причем k* $\ne $*0 и p* $\ne $ *0.*

Найдите, при каких *х* произведение  *(kx + m)(px + q)= 0?*

*При* $x= -\frac{m}{k}$и$x=-\frac{q}{p}.$

Следовательно, при этих значениях *х* обращается в нуль и трехчлен *ах2 + bx + c,* то есть числа $-\frac{m}{k} $и $-\frac{q}{p}$ являются его корнями.

Мы пришли к противоречию, так как по условию этот трехчлен корней не имеет.

Вывод: *если квадратный трехчлен не имеет корней, то его нельзя разложить на множители*.

**VIII.** **Усвоение и применение изученного**

Выполнить задания № 76(а), 84(б), № 86 по учебнику.

№ 76(а). Разложите на множители квадратный трехчлен: 3х2 – 24х + 21.

84(а). Сократите дробь: $\frac{2y ^{2 }+9y-5}{4y^{2 }-1}$.

№ 86. Чем различаются графики функций y = x – 4 и Чем различаются графики функций y = x – 4 и $y=\frac{x^{2 }-6x+8}{x-2}$??

**IX. Домашнее задание:**

Пункт 4 (прочитать примеры 1, 2, 3). Решить № 77(а, б) и № 84 (а).

**X. Итог:**

Итак, что дает нам теорема о разложении на множители квадратного трехчлена, имеющего корни?

Она дает возможность, найдя корни трехчлена, разложить этот трехчлен на множители, и это используется при сокращении дробей.

Вернуться по ссылке на слайд 1.

Удалось ли вам убедиться в справедливости слов Пойа? Как вы их поняли для себя? (Высказывания учеников:

«Это действительно так, иногда задача бывает такой трудной, что я начинаю злиться, что мне не хватает способностей ее решить, но потом я нахожу решение, и радость победы над собой ни с чем несравнима».

«Только самостоятельное решение помогает что-то понять и сделать открытие»,

«Без самостоятельного решения и размышления ум не развивается, потому что это будет шаблонное мышление, которое никому неинтересно»).

**Литература:**

1. **Алгебра**. 9 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю. А. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова] ; под редакцией С. А. Теляковского. – 16 изд. – М.: Просвещение, 2009.
2. **ГИА**-2012. Математика : типовые экзаменационные варианты :30 вариантов / под редакцией И. В. Ященко. – М. : Национальное образование, 2001.
3. Биографический словарь деятелей в области математики. А. И. Бородин, А. С. Бугай. Пер. с укр. – К.: Радянська школа.
4. Демо версия ГИА математика. 2013 г.