**Тема: «НЕСТАНДАРТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ»**

**22.12.2011 год. 11 класс.**

*Есть некий час – как сброшенная клажа:*

*Когда в себе гордыню укротим.*

*Час ученичества, он в жизни каждой*

*Торжественно-неотвратим.*

***М. Цветаева***

**Цель:**

* научиться видеть проблему, которая возникает при решении уравнений;
* научиться задавать вопросы для разрешения этой проблемы;
* применять теоретические знания для разрешения этих вопросов.
* Формирование знаний и умений решения нестандартных уравнений функциональными методами

**Задачи**

**Образовательная:**

**Создать условия для:**

• развития навыков самостоятельной работы;

• формирования умений решать нестандартные уравнения функциональными

методами на основе свойств ограниченности функции и ее монотонности;

• ознакомления учащихся с отдельными уравнениями группы С из материалов ЕГЭ;

**Развивающая:**

**Способствовать**

\*Развитию наглядно-образному мышлению, математического языка, коммуникативных умений учащихся

\*формированию коммуникативных навыков в учебном диалоге

развитию логического мышления учащихся

\* Развитию у учащихся интерес к математике, логической культуры, расширять их кругозор посредством раскрытия красоты решений нестандартных уравнений функциональными методами.

**Воспитательная:**

Воспитание интереса к предмету посредством использования на уроке ПК, активности, умения общаться, общей культуре;

 воспитывать толерантность и креативность.

**Тип урока**: комбинированный.

**Специфика урока**:

• акцент на выполнение упражнений, включенных в группу С материалов ЕГЭ;

• темп и наглядность подачи материала за счет использования ИКТ;

• работа на уроке с различными группами учеников (сильными,пропустивши-

ми, слабыми);

**Материалы и оборудование:**

УМК А.Г. Мордковича, мультимедийное оборудование, разработки презентаций в средах MS PowerPoint и MS Word, , тесты на бумажном носителе, карточки-задания для работы в группах.

**Основные этапы урока**

**1-й этап – погружение (5 мин)**

формулирует:

• тему урока,

• проблему,

• цель,

• задачи

осуществляют:

• личностное присвоение проблемы,

• вживание в ситуацию,

• принятие и конкретизацию целей и задач

**2-й этап – организация деятельности на уроке (7 мин)**

\*повторение основных правил, теорем

\*выполнение тестов

**3-й этап – основная деятельность (25 мин)**

• знакомит учащихся с новым материалом;

• получают новые знания;

• решают активно и самостоятельно в соответствии с их умениями;

• дает новые упражнения;

• консультирует;

• контролирует

• консультируются по необходимости

**4-й этап – презентация результатов (5 мин)**

• обобщает и резюмирует результаты деятельности учащихся;

• подводит итоги урока;

• оценивает деятельность учащихся за весь урок

демонстрируют:

• понимание проблемы, целей и задач урока;

• умение осуществлять самоконтроль;

• усвоение изученных способов решения задач;

• рефлексию деятельности и результата

**Ход урока**

**I. Организационный момент**

Учитель с помощью мультимедийного проектора проецирует на экран дату, тему урока, эпиграф, проблему, цель и задачи (см. прил. 2). Учащиеся смотрят,слушают, делают записи в тетрадях.

**II. Проверка домашнего задания**.

  - решить традиционным способом.

Решение

уже на этом этапе понятно, что решение будет очень громоздко. Возникла проблема - решать это уравнение дальше или искать другой способ решения?

- т.к. логарифмируемые выражения для всех *х* больше 1, то каждый логарифм – положительное или равное 0 число.

- чтобы сумма была равна 0, необходимо складывать нули или числа противоположные, поэтому каждый логарифм может принимать только значение равное нулю, т.е.:


использовался способ оценки левой и правой частей.

Первая группа– выполняет задания по тестам на бумажном носителе мини-тест (см. прил. 5). Вторая группа участвуют в устной работе, решая кросс-намбер «Числоцветик» по анимационному слайду (см. прил. 2, слайд 7).Сразу после этого 1-я группа осуществляет самоконтроль с помощью ключа ответов, выведенных на экран (см. прил. 2, слайд 8).

**III. Объяснение и закрепление нового материал**

Как нельзя кстати подходит высказывание Винера "Математика - наука молодых. Иначе и не может быть. Занятия математикой - это такая гимнастика ума, для которой нужна вся гибкость и вся выносливость молодости. Решая нестандартные уравнения, мы и займемся этой гимнастикой. (3слайд)

Учитель объясняет новый учебный материал с использованием мультимедийной презентации и проектора:

– При ответе на вопросы кросснамбера и теста вы уже упоминали о воз-

растающих и убывающих функциях. Давайте вспомним определение монотонных функций *(отвечают)*.

Можно ли применить монотонность функций при решении уравнений?

Если да, то насколько эффективно это применение? Вот основополагающие вопросы, на которые мы должны получить ответы.

Для этого мы с вами пройдем несколько этапов.

**Этап 1.** Как решается графически уравнение вида *f*(*x*) = *a*, где *а* – неко-

торое число?

О т в е т: строятся графики функций *y* = *f*(*x*) и *y* = *a*, находятся абсциссы

точек пересечения этих графиков.

Пусть функция *y* = *f*(*x*) – монотонная, например, строго возрастающая.

Тогда прямая *y* = *a* может пересечь график *y* = *f*(*x*) не более чем в одной точке, то есть либо вообще не пересекает, либо пересекает только в одной точке. Значит, в этом случае уравнение *f*(*x*) = *a* или не имеет корней или имеет единственный корень. Аналогично обстоит дело, если *y* = *f*(*x*) – убывающая функция.

Итак, сформулируем следующее утверждение:

***Если*** *f*(*x*) ***– монотонная функция, то уравнение*** *f*(*x*) = *a* ***имеет не более одного корня.***

**Пример 1. =6**

Функция *f* (*x*)– **-** возрастает на *М*$ : \left\{\begin{array}{c}2х-1\geq 0\\5х-1\geq 0\\10х-1\geq 0\end{array}\right.$*,* $\left\{\begin{array}{c}х\geq \frac{1}{2}\\х\geq \frac{1}{5}\\х\geq \frac{1}{10}\end{array}\right.$*,* $х \geq \frac{1}{2}$*.*Значит, данное уравнение имеет не более одного корня. Подбором легко определить корень *х* = 1.

О т в е т: 1.

**Этап 2.** Пусть теперь решаем уравнение вида *f*(*x*) = *g*(*x*), причем *y* = *f*(*x*) –

возрастающая функция, *y* = *g*(*x*) – убывающая функция. Снова обратимся к графическому представлению (на экране). Получаем, что графики этих функций если пересекаются, то только в одной точке. Это представление нам поможет сформулировать так называемое утверждение о «встречной монотонности»:

***Пусть функция*** *y* = *f*(*x*) ***возрастает на промежутке М, а функция*** *y* = *g*(*x*) ***убывает на этом промежутке. Тогда уравнение*** *f*(*x*) = *g*(*x*) ***имеет***

***на промежутке М не более одного корня.***

**Пример 2.**

log2(2*x* – *x*2 + 15)= *x*2 – 2*x* + 5.

Выполним замену 2*x* – *x*2+15 = *у*, *у* > 0. Тогда *x*2 – 2*x* + 5=20 – *у*, значит,

log2*y*=20 – *y*.

Функция *f* = log2*y* – возрастающая, а функция *g* = 20 – *y* – убывающая.

Геометрическая интерпретация дает понять, что исходное уравнение имеет

единственный корень, который нетрудно найти подбором, *у* = 16.

Решив уравнение 2*x* – *x*2 + 15 = 16, находим *х* =1.

Проверкой убеждаемся в верности подобранного значения.

О т в е т: 1.

**Пример 3.** В демонстрационных материалах ЕГЭ-2011 включен следующий

пример: С6 Решить уравнение 3*х* + 4*4* = 5*х*.

Р е ш е н и е:

Достаточно очевидно, что *х* = 2 – корень уравнения. Докажем, что это един-

ственный корень.

Разделив обе части уравнения на 4*х*, преобразуем уравнение к виду:

Замечаем, что функция у= $\frac{3}{4}^{х}$ + 1- убывает, а функция у= $\frac{5}{4}^{х}$ - *х* возрастает

Значит, уравнение имеет только один корень.

О т в е т: 2.

**Этап 3.**

Многие уравнения можно решать, используя свойство ограниченно-

сти функции.

Если функция *f*(*x*) ≥ *a*, а функция *g*(*x*) ≤ *a*,

то уравнение *f*(*x*) = *g*(*x*) равносильно системе $\left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)=a\\g\left(x\right)=a\end{array}\right.$

(На экране учитель демонстрирует геометрическую интерпретацию уравне-

ния.)

**Пример 4.** cos(2π*x*) = *x*2 – 2*x* +2.

Рассмотрим функцию *у = x*2 – 2*x* +2. Ее графиком служит парабола, ветви

которой направлены вверх. Значит, в вершине параболы функция достигает своего наименьшего значения. Абсциссу вершины параболы найдем из уравнения *у*' = 0.

Имеем:

*у*' = (*x*2 – 2*x* + 2)' = 2*х* – 2;

2*х* – 2 = 0, *х* = 1,

*у*(1) = 12 – 2 ⋅·1 + 2 = 1.

Итак, для функции *у* = *x*2 –2*x* +2 получили *у*наим. = 1.

В то же время функция *у* = cos(2π*x*) обладает свойством: *у*наиб. = 1.

Значит, задача сводится к решению системы уравнений

$$\left\{\begin{array}{c}\cos(\left(2πx\right))=1\\x²-2x+2=1\end{array}\right.$$

Из второго уравнения системы получаем *х* = 1. Поскольку это значение

удовлетворяет и первому уравнению системы, то оно является единственным решением системы и, следовательно, единственным корнем заданного уравнения. О т в е т: 1.

**Не так уж и трудно задачи решать**

**Проблема даёт вдохновение**

**Искусство же в том, чтоб суметь отыскать**

**Удачный подход для решенья!**

 **П. Хейн**

Далее приводится работа в группах. Каждой предлагается задание.

**1-я группа**

Решить уравнение log4(6*x* – *x*2 + 7) = *x*2 – 6*x* + 11.

Р е ш е н и е:

Выполним замену 6*x* – *x*2 + 7 = *у*, *у*>0. Тогда *x*2 – 6*x* + 11 = 18 – *у*, значит,

log4*y* = 18 – *y*.

Функция *f*= log4*y* – возрастающая, а функция *g* =18 – *y –* убывающая.

Геометрическая интерпретация дает понять, что исходное уравнение имеет

единственный корень, который нетрудно найти подбором, *у* = 16.

Решив уравнение 6*x* – *x*2 + 7 = 16, находим *х* = 3.

Проверкой убеждаемся в верности подобранного значения.

О т в е т: 3.

**2-я группа**

Решить уравнение 5*х* + 12*х* = 13*х*.

Р е ш е н и е:

Достаточно очевидно, что *х* = 2 – корень уравнения. Докажем\_\_\_\_\_\_\_, что это единственный корень.

Разделив обе части уравнения на 12х, преобразуем уравнение к виду:



Замечаем, что функция у =  - убывает, а функция у = возрас-

тает. Значит, уравнение имеет только один корень.

О т в е т: 2.

.**Итоги урока. Рефлексия.**

Вот теперь можно расслабиться, окинуть мысленно всю свою работу на уро-

ке и подвести итог, ответив на следующие вопросы:

• Можно ли применять свойства функций при решении уравнений?

• Эффективно ли применение свойств функций при решении уравнений?

• Что нового вы узнали на этом уроке?

• Какие задачи из предложенных заданий вам понравилось решать?

• Чувствуете ли вы уверенность в данный момент перед нестандартны-

ми уравнениями?

Великий педагог Ян Амос Коменский сказал: «Считай несчастным тот день

или тот час, в который ты не усвоил ничего нового и ничего не прибавил к образованию».

Исходя из этого высказывания, можно заключить, что наш счастливый час

подошел к концу. Всем спасибо!

**Литература**

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа: учеб. и задачник для 10–11 классов. – Ч. I, II – М.: Мнемозина, 2008.

2. Типовые варианты ЕГЭ – 2011, 2012

5. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2012: учеб.-методич. пособие / под ред.

Ф.Ф.Лысенко, С.Ю. Кулабухова.– Ростов-н/Д: Легион-М, 2011.\_\_