**Методическая разработка по теме:**

**«Множества и операции над ними. Решение задач с помощью кругов Эйлера».**

Современный математический язык более краток и заменяет разговорный язык специальными буквенными и символьными выражениями. Понятия и обозначения **языка теории множеств** составляет фундамент современного математического языка. Всякий объект, входящий во множество, называют его **элементом**. Например, если множество – дни недели, то понедельник элемент этого множества.

***Блок 1****.* ***Множества и операции над ними.***

**Презентация. (Слайд 2)** Вопросы к слайду 2:

1. Перечислите элементы множеств:

а) арабских цифр; (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9)

б) натуральных чисел; (1; 2; 3; 4;…)

в) целых чисел (…-2; -1; 0; 1; 2;…).

2. Как называется множество цветов, стоящих в вазе? (букет).

3. Перечислите элементы множества планет солнечной системы. (Меркурий, Венера, Земля,

Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун).

4.Как называется множество фруктовых деревьев и кустарников растущих у дома? (сад).

5. Приведите примеры множеств, элементами которого являются геометрические фигуры.

6. Какие названия применяют для обозначения множеств животных? (млекопитающие,

земноводные, хладнокровные и т.п.).

7. Перечислите элементы множества видов спорта (футбол, теннис, волейбол и т. п.).

8. Какие названия применяют для обозначения множеств кораблей? (флотилия, эскадра).

Задайте сами множество описанием.

**(Слайд 3)** Множества обычно обозначают большими буквами латинского алфавита: А, В,

С, Д, и т. д. Некоторые числовые множества столь часто встречающиеся в различных

разделах математики, что для них ввели специальные обозначения:

**N** – множество натуральных чисел;

**Z** – множество целых чисел;

**Q** – множество рациональных чисел;

**I -** множество иррациональных чисел;

**R** – множество действительных чисел.

**(Слайд 4)** Чтобы не забыть, что перечисляемые элементы объединены вместе в

некоторое множество, такое перечисление производят внутри фигурных скобок **{,}**.

Например, цифры десятичной системы счисления задаются множеством

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Если множество состоит из чисел, то при их перечислении иногда удобнее использовать

не запятую, а знак препинания « ; » - точку с запятой. Так как «перечислительную» запятую

можно спутать с «десятичной» запятой.

Элементы множества можно перечислять в произвольном порядке. От изменения порядка

перечисления элементов само множество не меняется. Например, множество гласных букв

русского алфавита задается {А, Е, Ё, И, О, У, Ы, Э, Ю, Я} или {Э, Е, А, Ё, Я, О, Ы, И, У, Ю}.

Эти множества состоят из одних и тех же элементов, их называют **равными**, а для записи

равенства двух множеств употребляют знак « = ».

{А, Е, Ё, И, О, У, Ы, Э, Ю, Я} = {Э, Е, А, Ё, Я, О, Ы, И, У, Ю}.

Чтобы задать **конечное множество**, можно просто перечислить все его элементы.

Например, запись А = {2; 3; 5; 7; 11; 13} означает, что множество А состоит из первых шести

простых чисел.

Однако задавать множество путем перечисления его элементов удобно только в том

случае, когда их число невелико. Если число элементов множества достаточно велико или

**множество бесконечно**, то явное перечисление элементов такого множества невозможно.

Способы задания, описания множеств весьма разнообразны. Например, множество

всех квадратов натуральных чисел можно записать {1; 4; 9; 16; 25; …}, а множество всех

чисел, которые больше 5 и меньше 12 записать {х | 5< х <12} или (5; 12). В примерах

использован оборот « … и так далее» и символ « | » внутри фигурных скобок заменяющий

комбинацию слов « … таких, что …». (Множество всех х таких, что 5< х <12).

Описав словами некоторое множество, нельзя гарантировать, что найдется хотя бы один

объект, отвечающий этому описанию. Предположим, о множестве С сказано, что оно состоит

из чисел, делящихся на 6, но не делящихся на 3. Таких чисел просто нет. В подобных

случаях множество называют **пустым** и обозначают символом Ø, в фигурные скобки его не

ставят, так как никакого перечисления элементов пустого множества не происходит.

**(Слайд 5)** Задание 1. [3]

1) Задайте множество цифр, с помощью которых записывается число:

а) 3254; б) 8797; в) 11000; г) 555555.

2) Задайте множество А описанием:

а) А = {1, 3, 5, 7, 9}; б) А = {- 2, - 1, 0, 1, 2}; в) А = {11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99};

г) А = {0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; …}; д) А = {1/2, 2/3, 3/4, 4/5, … }.

3) Задание с выбором ответа. Даны множества: М = {5,4,6}, Р = {4,5,6}, Т = {5,6,7},

S = {4, 6}. Какое из утверждений неверно?

а) М = Р. б) Р ≠ S. в) М ≠ Т. г) Р = Т.

**(Слайд 6)** Словесные обороты, как «элемент х принадлежит множеству А» или «х – элемент

множества А», достаточно длинны и не всегда удобны в записи решений конкретных задач.

В математике эти выражения кратко записывают так: х E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif А, где **E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif – знак принадлежности**.

Например, 5E:\data\articles\56\5659\565933\02.gifN, лучше читать не буквально, а в «литературном переводе», «5 – число

натуральное». Наряду со знаком принадлежит используют и его «отрицание» - знак 

(**знак не принадлежит**). Запись 0 N означает, что нуль не натуральное число.

**(Слайд 7)** Задание 2. [3; 1]

1. Запишите на символическом языке следующее утверждение:

а) число 10 – натуральное;

б) число – 7 не является натуральным;

в) число – 100 является целым;

г) число 2,5 – не целое.

2. Верно ли, что:

а) – 5 E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif N; б) -5 E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif Z; в) 2,(45) E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif Q?

3. Верно ли, что:

а) 0,7 E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif {х | х2 – 1 < 0}; б) – 7 E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif {х | х2 + 16х ≤ - 64}?

**(Слайд 8)** Возьмем множество А = {2; 4; 6} и В = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}. Каждый элемент

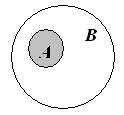
множества А принадлежит также и множеству В. В таких случаях говорят, что множество А

является подмножеством множества В, и пишут: А В.

**Знак** «» называют знаком **включения**.

Соотношения между множествами А и В можно проиллюстрировать на рисунке с помощью

так называемых **кругов Эйлера** (Леонард Эйлер российский ученый — математик, механик,

физик и астроном.). Множество изображается в виде некоторого круга, а его элементы

изображаются точками этого круга (рис 1).

Пустое множество считают подмножеством любого множества. А В

Будем считать, что все элементы рассматриваемых множеств Рис. 1

взяты из некоторого одного и того же «универсального» множества К. Это множество будем

изображать квадратом, а рассматриваемые множества А, В, С, … - подмножества множества

К – кругами (или другими полученными из них фигурами, которые выделим штриховкой).

**(Слайд 9)** Задание 3. [3; 1]

1. Даны множества: А = {10}, В = {10, 15}, С = {5, 10, 15}, D = {5, 10, 15, 20}.

Поставьте вместо … знак включения ( или ) так, чтобы получилось верное

утверждение: а) А… D; б) А…В; в) С…А; г) С…В.

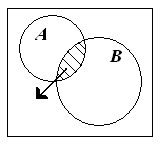
2. Даны три множества А = {1, 2, 3,…, 37}, В = {2, 4, 6, 8, …}, С = {4, 8, 12, 16,…,36}.

Верно ли, что: а) А  В; б) В С; в) С А; г) С В?

**(Слайд 10)** Из данных множеств с помощью специальных операций можно образовывать

новые множества:

**1) Пересечением** множества А и В называют множество, состоящие из всех общих

элементов множеств А и В, т. е. из всех элементов, которые принадлежат

и множеству А, и множеству В (рис. 2). Пересечение множеств А и В

обозначают так: **А∩В**. Это определение можно записать и так:

А∩В = {х | х E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif А **и** х E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif В}. Иными словами, пересечение двух А∩В К

множеств - это их общая часть. Например, если А = {3; 9; 12} и Рис. 2

В = {1; 3; 5; 7; 9; 11}, то А∩В = {3; 9}. Если А = {10; 20; …90; 100} и В = {6; 12; 18;…}, то

А∩В = {30; 60; 90}. Можно рассматривать пересечение не только двух, но трех, четырех и

т. д. множеств. Пересечение множеств В, С и D обозначают так: В∩С∩D.

**(Слайд 11)** Задание 4. [3; 1]

1. Даны множества: А = {2; 3; 8}, В = {2; 3; 8; 11}, С = {5; 11}.

Найдите: а) А∩В; б) А∩С; в) С∩В.

2. Даны множества: А – множества всех натуральных чисел, кратных 10, В = {1; 2; 3;…, 41}.

Найдите А∩В.

3. Даны множества: А = {a, b, c, d}, B = {c, d, e, f}, C = {c, e, g, k}.

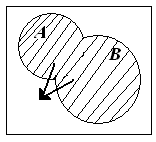
Найдите (А∩В)∩С.

**(Слайд 12)**

**2)** **Объединением** множеств А и В называют множество, состоящее из всех элементов,

которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств – или

множеству А, или множеству В (рис. 3). Объединение множеств

А и В обозначают так: **АUВ**.

Это определение можно записать и так:

АUВ = {х | х E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif А **или** х E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif В}. Например, если А = {3; 9; 12} и

В = {1; 3; 5; 7; 9; 11}, то АUВ = {1; 3; 5; 7; 9; 11; 12}. Можно АUВ К

рассматривать объединение не только двух, но трех, четырех и т. д. Рис. 3

множеств. Объединение множеств В, С и D обозначают так: ВUСUD.

**(Слайд 13)** Задание 5. [3; 1]

1. Даны множества: А = {2; 3; 8}, В = {2; 3; 8; 11}, С = {5; 11}.

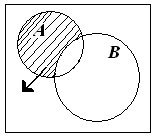
Найдите: а) АUВ; б) АUС; в) СUВ.

2. Даны множества: А = {a, b, c, d}, B = {c, d, e, f}, C = {c, e, g, k}.

Найдите (АUВ)UС.

3. Даны три числовых промежутка: А = (7,7; 11), В = [; ], С = (; 13].

Найдите (АUВ)UС.

**(Слайд 14)**

**3) Разность** А и В это множество элементов А, не принадлежащих В

(рис.4). Разность А и В обозначают так: **А\ В**. Например,

если А = {2; 4; 6; 8; 10} и В = {5; 10; 15; 20}, то А\ В={2; 4; 6; 8}.

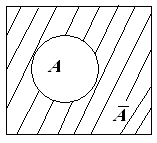
А\ В К

**(Слайд 15)** Рис. 4

**4)** **Дополнение** множества А обозначают так: **Ā** (рис. 5).

Дополнение множества до множества К: Ā = К\А.

Например, если А = {3; 6; 9; 12} и



К = {1; 2; 3; 4; 5; 6; …}, то Ā = {1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 11; 13; …}.

**Ответы:** Рис. 5

Задание 1.

1. а) {2; 3; 4; 5}; б) {7; 8; 9}; в) {0; 1}; г) {5}. 3. г).

Задание 2.

1. а) 10E:\data\articles\56\5659\565933\02.gifN; б) -7  N; в) -10E:\data\articles\56\5659\565933\02.gif Z; г) 2,5  Z . 2. а) нет; б) да; в) да; 3. а) да; б) нет.

Задание 3.

1. а) А  D; б)А В; в)С А; г)С В. 2. а) нет; б) нет; в) да; г) да.

Задание 4.

1. а) А∩В = {2; 3; 8}; б) А∩С = Ø; в) С∩В ={11}. 2. А∩В = {10;20;30;40}. 3. (А∩В)∩С={с}.

Задание 5.

1. а) АUВ = {2; 3; 8; 11}; б) АUС = {2; 3; 5; 8; 11}; в) СUВ = {2; 3; 5; 8; 11}.

2. (АUВ)UС = {a, b, c, d, e, f, g, k}. 3. (АUВ)UС = (7,7; 13].

**Приложение**

***Блок 2.******Решение задач с помощью кругов (диаграмм) Эйлера.***

Чтобы облегчить рассуждения в следующих задачах, воспользуемся кругами Эйлера.

**Презентация. (Слайд 16)** Портрет Леонарда Эйлера (1707-1783).

**(Слайд 17)** Задача 1.[3]

Расположите 4 элемента в двух множествах так, чтобы в каждом из них было по 3 элемента.

**(Слайд 18)** Задача 2.[3]

Множества А и В содержат соответственно 5 и 6 элементов, а множество А ∩ В – 2 элемента.

Сколько элементов в множестве А U В?

**(Слайд 19)** Задача 3.[2]

Каждая семья, живущая в нашем доме, выписывает или газету, или журнал, или и то и

другое вместе. 75 семей выписывают газету, а 27 семей выписывают журнал и лишь

13 семей выписывают и журнал, и газету. Сколько семей живет в нашем доме?

**(Слайд 20)** Задача 4.[1]

На школьной спартакиаде каждый из 25 учеников 9 –го класса выполнил норматив или по

бегу, или по прыжкам в высоту. Оба норматива выполнили 7 человек, а 11 учеников

выполнили норматив по бегу, но не выполнили норматив по прыжкам в высоту. Сколько

учеников выполнили норматив: а) по бегу; б) по прыжкам в высоту; в) по прыжкам при

условии, что не выполнен норматив по бегу?

**(Слайд 21)** Задача 5.[3]

Из 52 школьников 23 собирают значки, 35 собирают марки, а 16 – и значки, и марки.

Остальные не увлекаются коллекционированием. Сколько школьников не увлекаются

коллекционированием?

**(Слайд 22)** Задача 6.[1]

Каждый из учеников 9-го класса в зимние каникулы ровно два раза был в театре, посмотрев

спектакли А, В или С. При этом спектакли А, В, С видели соответственно 25, 12 и 23

ученика. Сколько учеников в классе?

**(Слайд 23)** Задача 7.[2]

В воскресенье 19 учеников нашего класса побывали в планетарии, 10 – в цирке и 6 – на

стадионе. Планетарий и цирк посетили 5 учеников; планетарий и стадион-3; цирк и

стадион -1. Сколько учеников в нашем классе, если никто не успел посетить все три места, а

три ученика не посетили ни одного места?

**(Слайд 24)** Задача 8.[2]

В одном классе 25 учеников. Из них 7 любят груши, 11 – черешню. Двое любят груши и

черешню; 6 – груши и яблоки; 5 – яблоки и черешню. Но есть в классе два ученика,

которые любят всё и четверо таких, что не любят фруктов вообще. Сколько учеников этого

класса любят яблоки?

**(Слайд 25; слайд 26)** Задача 9.[1]

На уроке литературы учитель решил узнать, кто из 40 учеников 9 –го класса читал книги А,

В, С. Результаты опроса выглядели так: книгу А прочитали 25 учеников, книгу В – 22

ученика, книгу С – 22 ученика; одну из книг А или В прочитали 33 ученика, одну из книг А

или С прочитали 32 ученика, одну из книг В или С – 31 ученик. Все три книги прочитали 10

учеников. Сколько учеников: а) прочитали только по одной книге; б) прочитали ровно две

книги; в) не прочили ни одной из указанных книг?

**(Слайд 27)** Задача 10.

На зимних каникулах из 36 учащихся класса только двое просидели дома, а 25 ребят ходили

в кино, 15 – в театр, 17 – в цирк. Кино и театр посетили 11 человек, кино и цирк – 10, театр и

цирк – 4. Сколько ребят побывало и в кино, и в театре, и в цирке?

**Ответы:**

Задача 2. 9 элементов.

Задача 3. 89 семей.

Задача 4. а) 18 учеников; б) 14 учеников; в) 7 учеников.

Задача 5. 10 школьников.

Задача 6. 30 учеников.

Задача 7. 29 учеников.

Задача 8. 14 учеников.

Задача 9. а) 15 учеников; б) 12 учеников; в) 3 ученика.

Задача 10. 2 ученика.

**(Слайд 28)** **Литература**

[1] Алгебра, 9 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений

/ [А. Г. Мордкович, Л.А. Александрова и др.] -12-е изд., испр. - М.: Мнемозина, 2010.

[2] Занимательная математика. 5 – 11 классы. Авт.- сост. Т.Д. Гаврилова. – Волгоград:

Учитель, 2005. – 96 с.

[3] Математика 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, И.Ф.

Шарыгин, С.Б. Суворова и др./; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина; Рос. акад. наук,

Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение». – 11 –е изд. - М.: Просвещение, 2010. –

303 с.: ил.