**Развитие математических способностей у дошкольников**

И родители, и педагоги знают, что математика - это мощный фактор интеллектуального развития ребенка, формирования его познавательных и творческих способностей. Известно и то, что от эффективности математического развития ребенка в дошкольном возрасте зависит успешность обучения математике в начальной школе.
Почему же многим детям так трудно дается математика не только в начальной школе, но уже сейчас, в период подготовки к учебной деятельности? Попробуем ответить на этот вопрос и показать, почему общепринятые подходы к математической подготовке ребенка-дошкольника часто не приносят желаемых положительных результатов.
В современных обучающих программах начальной школы важное значение придается логической составляющей. Развитие логического мышления ребенка подразумевает формирование логических приемов мыслительной деятельности, а также умения понимать и прослеживать причинно-следственные связи явлений и умения выстраивать простейшие умозаключения на основе причинно-следственной связи. Чтобы школьник не испытывал трудности буквально с первых уроков и ему не пришлось учиться с нуля, уже сейчас, в дошкольный период, нужно готовить ребенка соответствующим образом.
Многие родители полагают, что главное при подготовке к школе - это познакомить ребенка с цифрами и научить его писать, считать, складывать и вычитать (на деле это обычно выливается в попытку выучить наизусть результаты сложения и вычитания в пределах 10). Однако при обучении математике по учебникам современных развивающих систем (система Л. В. Занкова, система В. В. Давыдова, система "Гармония", "Школа 2100" и др.) эти умения очень недолго выручают ребенка на уроках математики. Запас заученных знаний кончается очень быстро (через месяц-два), и несформированность собственного умения продуктивно мыслить (то есть самостоятельно выполнять указанные выше мыслительные действия на математическом содержании) очень быстро приводит к появлению "проблем с математикой".
В то же время ребенок с развитым **логическим мышлением** всегда имеет больше шансов быть успешным в математике, даже если он не был заранее научен элементам школьной программы (счету, вычислениям и
т. п.). Не случайно в последние годы во многих школах, работающих по развивающим программам, проводится собеседование с детьми, поступающими в первый класс, основным содержанием которого являются вопросы и задания логического, а не только арифметического, характера. Закономерен ли такой подход к отбору детей для обучения? Да, закономерен, поскольку учебники математики этих систем построены таким образом, что уже на первых уроках ребенок должен использовать умения сравнивать, классифицировать, анализировать и обобщать результаты своей деятельности.
Однако не следует думать, что развитое логическое мышление - это природный дар, с наличием или отсутствием которого следует смириться. Существует большое количество исследований, подтверждающих, что развитием логического мышления можно и нужно заниматься (даже в тех случаях, когда природные задатки ребенка в этой области весьма скромны). Прежде всего разберемся в том, из чего складывается логическое мышление.
Логические приемы умственных действий - сравнение, обобщение, анализ, синтез, классификация, сериация, аналогия, систематизация, абстрагирование - в литературе также называют логическими приемами мышления. При организации специальной развивающей работы над формированием и развитием логических приемов мышления наблюдается значительное повышение результативности этого процесса независимо от исходного уровня развития ребенка.
Развивать логическое мышление дошкольника целесообразнее всего в русле математического развития. Еще более повышает процесс усвоения ребенком знаний в этой области использование заданий, активно развивающих мелкую моторику, то есть **заданий логико-конструктивного характера**. Кроме того, существуют различные приемы умственных действий, которые помогают усилить эффективность использования логико-конструктивных заданий.
**Сериация** - построение упорядоченных возрастающих или убывающих рядов по выбранному признаку. Классический пример сериации: матрешки, пирамидки, вкладные мисочки и т. д.
Сериации можно организовать по размеру, по длине, по высоте, по ширине, если предметы одного типа (куклы, палочки, ленты, камешки и т. д.), и просто по величине (с указанием того, что считать величиной), если предметы разного типа (рассадить игрушки по росту). Сериации могут быть организованы по цвету, например по степени интенсивности окраски (расставить баночки с окрашенной водой по степени интенсивности цвета раствора).
**Анализ** - выделение свойств объекта, или выделение объекта из группы, или выделение группы объектов по определенному признаку.
Например, задан признак: "Найти все кислые". Сначала у каждого объекта множества проверяется наличие или отсутствие этого признака, а затем они выделяются и объединяются в группу по признаку "кислые".
**Синтез** - соединение различных элементов (признаков, свойств) в единое целое. В психологии анализ и синтез рассматриваются как взаимодополняющие друг друга процессы (анализ осуществляется через синтез, а синтез - через анализ).
Задания на формирование умения выделить элементы того или иного объекта (признаки), а также на соединение их в единое целое можно предлагать с первых же шагов математического развития ребенка. Приведем, например, несколько таких заданий для детей двух - четырех лет.
1. Задание на выбор предмета из группы по любому признаку: "Возьми красный мячик"; "Возьми красный, но не мячик"; "Возьми мячик, но не красный".
2. Задание на выбор нескольких предметов по указанному признаку: "Выбери все мячики"; "Выбери круглые, но не мячики".
3.Задание на выбор одного или нескольких предметов по нескольким указанным признакам: "Выбери маленький синий мячик"; "Выбери большой красный мячик". Задание последнего вида предполагает соединение двух признаков предмета в единое целое.
Аналитико-синтетическая мыслительная деятельность позволяет ребенку рассматривать один и тот же объект с различных точек зрения: как большой или маленький, красный или желтый, круглый или квадратный и т. д. Однако речь не идет о введении большого количества объектов, как раз наоборот, способом организации всестороннего рассмотрения является прием постановки различных заданий к одному и тому же математическому объекту.
В качестве примера организации занятий, развивающих способности ребенка к анализу и синтезу, приведем несколько упражнений для детей пяти-шести лет.
**Упражнение 1**
Материал: набор фигур - пять кругов (синие: большой и два маленьких, зеленые: большой и маленький), маленький красный квадрат.



Задание: "Определи, какая из фигур в этом наборе лишняя. (Квадрат.) Объясни почему. (Все остальные - круги.)".

**Упражнение 2**

Материал: тот же, что к упражнению 1, но без квадрата.
Задание: "Оставшиеся круги раздели на две группы. Объясни, почему так разделил. (По цвету, по размеру.)".

**Упражнение 3**

Материал: тот же и карточки с цифрами 2 и 3.
Задание: "Что на кругах означает число 2? (Два больших круга, два зеленых круга.) Число 3? (Три синих круга, три маленьких круга.)".

**Упражнение 4**

Материал: тот же и дидактический набор (набор пластиковых фигурок: цветные квадраты, круги и треугольники).
Задание: "Вспомни, какого цвета был квадрат, который мы убрали? (Красного.) Открой коробочку ,Дидактический набор". Найди красный квадрат. Какого цвета еще есть квадраты? Возьми столько квадратов, сколько кругов (см. упражнения 2, 3). Сколько квадратов? (Пять.) Можно сложить из них один большой квадрат? (Нет.) Добавь столько квадратов, сколько нужно. Сколько ты добавил квадратов? (Четыре.) Сколько их теперь? (Девять.)".

Традиционной формой заданий на развитие визуального анализа являются задания на выбор "лишней" фигуры (предмета). Приведем несколько заданий для детей пяти-шести лет.

**Упражнение 5**

Материал: рисунок фигурок-рожиц.



Задание: "Одна из фигурок отличается от всех других. Какая? (Четвертая.) Чем она отличается?"

**Упражнение 6**

Материал: рисунок фигурок-человечков.



Задание: "Среди этих фигурок есть лишняя. Найди ее. (Пятая фигурка.) Почему она лишняя?"

Более сложной формой такого задания является задание на выделение фигуры из композиции, образованной наложением одних форм на другие. Такие задания можно предлагать детям пяти - семи лет.

**Упражнение 7**

Материал: рисунок двух маленьких треугольников, образующих один большой.



Задание: "На этом рисунке спрятано три треугольника. Найди и покажи их".

Примечание. Нужно помочь ребенку правильно показать треугольники (обвести маленькой указкой или пальцем).

В качестве подготовительных полезно использовать задания, требующие от ребенка синтеза композиций из геометрических фигур на вещественном уровне (из вещественного материала).

**Упражнение 8**

Материал: 4 одинаковых треугольника.



Задание: "Возьми два треугольника и сложи из них один. Теперь возьми два других треугольника и сложи из них еще один треугольник, но другой формы. Чем они отличаются? (Один высокий, другой - низкий; один узкий, другой - широкий.) Можно ли сложить из этих двух треугольников прямоугольник? (Да.) Квадрат? (Нет.)".
Психологически способность к синтезу формируется у ребенка раньше, чем способность к анализу. То есть, если ребенок знает, как это было собрано (сложено, сконструировано), ему легче анализировать и выделять составные части. Именно поэтому столь серьезное значение уделяется в дошкольном возрасте деятельности, активно формирующей синтез, -**конструированию**.
Сначала это деятельность по образцу, то есть выполнение заданий по типу "делай как я". На первых порах ребенок учится воспроизводить объект, повторяя за взрослым весь процесс конструирования; затем - повторяя процесс построения по памяти, и, наконец, переходит к третьему этапу: самостоятельно восстанавливает способ построения уже готового объекта (задания вида "сделай такой же"). Четвертый этап заданий такого рода - творческий: "построй высокий дом", "построй гараж для этой машины", "сложи петуха". Задания даются без образца, ребенок работает по представлению, но должен придерживаться заданных параметров: гараж именно для этой машины.
Для конструирования используются любые мозаики, конструкторы, кубики, разрезные картинки, подходящие этому возрасту и вызывающие у ребенка желание возиться с ними. Взрослый играет роль ненавязчивого помощника, его цель - способствовать доведению работы до конца, то есть до получения задуманного или требуемого целого объекта.
**Сравнение** - логический прием умственных действий, требующий выявления сходства и различия между признаками объекта (предмета, явления, группы предметов).
Выполнение сравнения требует умения выделять одни признаки объекта (или группы объектов) и абстрагироваться от других. Для выделения различных признаков объекта можно использовать игру "Найди это по указанным признакам": "Что (из этих предметов) большое желтое? (Мяч и медведь.) Что большое желтое круглое? (Мяч.)" и т. д.
Ребенок должен использовать роль ведущего так же часто, как и отвечающего, это подготовит его к следующему этапу - умению отвечать на вопрос: "Что ты можешь рассказать о нем? (Арбуз большой, круглый, зеленый. Солнце круглое, желтое, горячее.)". Или: "Кто больше расскажет об этом? (Лента длинная, синяя, блестящая, шелковая.)". Или: "Что это: белое, холодное, рассыпчатое?" и т. д.
Рекомендуется сначала учить ребенка сравнивать два объекта, затем группы объектов. Маленькому ребенку легче сначала найти признаки различия объектов, затем - признаки их сходства.
Типы заданий на сравнение:
1. Задания на разделение группы объектов по какому-то признаку (большие и маленькие, красные и синие и
т. п.).
2. Все игры вида "Найди такой же". Для ребенка двух - четырех лет набор признаков, по которым ищется сходство, должен быть четко обозначен. Для более старших детей предлагаются упражнения, в которых количество и характер признаков сходства может широко варьироваться.
Приведем примеры заданий для детей пяти-шести лет, в которых от ребенка требуется сравнение одних и тех же предметов по различным признакам.
**Упражнение 9**
Материал: изображения двух яблок маленькое желтое и большое красное. У ребенка набор фигур: треугольник синий, квадрат красный, круг маленький зеленый, круг большой желтый, треугольник красный, квадрат желтый.



Задание: "Найди среди своих фигур похожую на яблоко". Взрослый по очереди предлагает рассмотреть каждое изображение яблока. Ребенок подбирает похожую фигуру, выбирая основание для сравнения: цвет, форма. "Какую фигурку можно назвать похожей на оба яблока? (Круги. Они похожи на яблоки формой.)".
**Упражнение 10**
Материал: тот же и набор карточек с цифрами от 1 до 9.
Задание: "Отложи направо все желтые фигуры. Какое число подходит к этой группе? Почему 2? (Две фигуры.) Какую другую группу можно подобрать к этому числу? (Треугольник синий и красный - их два; две красные фигуры, два круга; два квадрата - разбираются все варианты.)". Ребенок составляет группы, с помощью рамки-трафарета зарисовывает и закрашивает их, затем подписывает под каждой группой цифру 2. "Возьми все синие фигуры. Сколько их? (Одна.) Сколько здесь всего цветов? (Четыре.) Фигур? (Шесть.)".
Умение выделять признаки объекта и, ориентируясь на них, сравнивать предметы является универсальным, применимым к любому классу объектов. Однажды сформированное и хорошо развитое, это умение затем будет переноситься ребенком на любые ситуации, требующие его применения.
Показателем сформированности приема сравнения будет умение ребенка самостоятельно применять его в деятельности без специальных указаний взрослого на признаки, по которым нужно сравнивать объекты.
**Классификация** - разделение множества на группы по какому-либо признаку, который называют основанием классификации. Классификацию можно проводить либо по заданному основанию, либо с заданием поиска самого основания (этот вариант чаще используется с детьми шести-семи лет, так как требует определенного уровня сформированности операций анализа, сравнения и обобщения).
Следует учитывать, что при классификационном разделении множества полученные подмножества не должны попарно пересекаться и объединение всех подмножеств должно составлять данное множество. Иными словами, каждый объект должен входить только в одно множество и при правильно определенном основании для классификации ни один предмет не останется вне определенных данным основанием групп.
Классификацию с детьми дошкольного возраста можно проводить:
- по названию (чашки и тарелки, ракушки и камешки, кегли и мячики и т. д.);
- по размеру (в одну группу большие мячи, в другую - маленькие, в одну коробку длинные карандаши, в другую - короткие и т. д.);
- по цвету (в эту коробку красные пуговицы, в эту - зеленые);
- по форме (в эту коробку квадраты, а в эту - кружки; в эту коробку - кубики, в эту - кирпичики и т. д.);
- по другим признакам нематематического характера: что можно и что нельзя есть; кто летает, кто бегает, кто плавает; кто живет в доме и кто в лесу; что бывает летом и что зимой; что растет в огороде и что в лесу и т. д.

Все перечисленные выше примеры - это классификации по заданному основанию: взрослый сообщает его ребенку, а ребенок выполняет разделение. В другом случае классификация выполняется по основанию, определенному ребенком самостоятельно Здесь взрослый задает количество групп, на которые следует разделить множество предметов (объектов), а ребенок самостоятельно ищет соответствующее основание. При этом такое основание может быть определено не единственным образом.
Например, задания для детей пяти - семи лет.
**Упражнение 11**
Материал: несколько кругов одинакового размера, но разного цвета (два цвета).
Задание: "Раздели круги на две группы. По какому признаку это можно сделать? (По цвету.)".  **Упражнение 12**
Материал: к предыдущему набору добавляются несколько квадратов тех же цветов (два цвета). Фигуры перемешиваются.
Задание: "Попробуй снова разделить фигуры на две группы". Возможны два варианта разделения: по форме и по цвету. Взрослый помогает ребенку уточнить формулировки. Ребенок говорит обычно: "Эти - круги, эти - квадраты". Взрослый обобщает: "Значит, разделили по форме".
В упражнении 11 классификация была однозначно задана соответствующим набором фигур только по одному признаку, а в упражнении 12 - дополнение набора фигур намеренно было произведено таким образом, чтобы стала возможной классификация по двум разным основаниям.

**Обобщение** - это оформление в словесной (вербальной) форме результатов процесса сравнения.

Обобщение формируется в дошкольном возрасте как выделение и фиксация общего признака двух или более объектов. Обобщение хорошо понимается ребенком, если является результатом деятельности, произведенной им самостоятельно, например классификации: эти все - большие, эти все - маленькие; эти все - красные, эти все - синие; эти все - летают, эти все - бегают и др.

Все приведенные выше примеры сравнений и классификаций завершались обобщениями. Для дошкольников возможны эмпирические виды обобщения, то есть обобщения результатов своей деятельности. Для подведения детей к такого рода обобщениям взрослый соответствующим образом организует работу над заданием: подбирает объекты деятельности, задает вопросы в специально разработанной последовательности, чтобы подвести ребенка к нужному обобщению. При формулировке обобщения следует помогать ребенку правильно его построить, употребить нужные термины и словесные обороты.
Приведем примеры заданий на обобщение для детей пяти - семи лет

**Упражнение 14**

Материал: набор из шести фигур разной формы.



Задание: "Одна из этих фигур лишняя. Найди ее. (Фигура 4.)". Детям этого возраста незнакомо понятие выпуклости, но они обычно всегда указывают на эту фигуру. Объяснять они могут так: "У нее угол ушел внутрь". Такое объяснение вполне подходит. "Чем похожи все остальные фигуры? (У них 4 угла, это четырехугольники.)".

При подборе материала для задания взрослый должен следить за тем, чтобы не получился набор, ориентирующий ребенка на несущественные признаки объектов, что будет подталкивать к неверным обобщениям. Следует помнить, что при эмпирических обобщениях ребенок опирается на внешние видимые признаки объектов, что не всегда помогает правильно раскрыть их сущность и определить понятие.

Например, в упражнении 14 фигура 4, в общем, тоже является четырехугольником, но невыпуклым. С фигурами такого рода ребенок познакомится только в девятом классе средней школы, где в учебнике геометрии формулируется определение понятия "выпуклая плоская фигура". В данном случае первая часть задания была ориентирована на операцию сравнения и выделения фигуры, отличающейся по внешней форме от других фигур данной группы. Но обобщение сделано по группе фигур с характерными признаками, часто встречающихся четырехугольников. Если у ребенка возникает интерес к фигуре 4, взрослый может отметить, что это тоже четырехугольник, но необычной формы. Формирование у детей способности самостоятельно делать обобщения является крайне важным с общеразвивающей точки зрения.

Далее приведем пример нескольких взаимосвязанных упражнений (заданий) логико-конструктивного характера по формированию представления о треугольнике для детей пяти лет. Для моделирующей конструктивной деятельности ребенок используют счетные палочки, рамку-трафарет с прорезями в форме геометрических фигур, бумагу, цветные карандаши. Взрослый также использует палочки и фигуры.

**Упражнение 15**

Цель упражнения - подготовить ребенка к последующей моделирующей деятельности посредством простых конструктивных действий, актуализировать счетные умения, организовать внимание.
Материал: счетные палочки двух цветов.
Задание: "Возьми из коробки столько палочек, сколько у меня (две). Положи перед собой так же (вертикально рядом). Сколько палочек? (Две.) Какого цвета у тебя палочки (палочки в коробке двух цветов: красные и зеленые)? Сделай так, чтобы они были разного цвета. Какого цвета у тебя палочки? (Одна - красная, одна - зеленая.) Один да один. Сколько вместе? (Две.)".

**Упражнение 16**

Цель упражнения - организация конструктивной деятельности по образцу. Упражнения в счете, развитие воображения, речевой деятельности.
Материал: счетные палочки двух цветов.
Задание: "Возьми еще одну палочку и положи ее сверху. Сколько стало палочек? Сосчитаем. (Три.) На что похожа фигура? (На ворота, на букву "П".) Какие слова начинаются на "П"?"

**Упражнение 17**

Цель упражнения - развитие наблюдательности, воображения и речевой деятельности. Формирование умения оценивать количественную характеристику видоизменяющейся конструкции (без изменения количества элементов).
Материал: счетные палочки двух цветов.
Примечание: первое задание упражнения является также подготовительным к правильному восприятию смысла арифметических действий.
Задание: "Верхнюю палочку переложи так (взрослый сдвигает палочку вниз, чтобы она оказалась посередине вертикально лежащих палочек). Изменилось ли количество палочек? Почему не изменилось? (Палочку переставили, но не убрали и не добавили.) На что теперь похожа фигура? (На букву "Н".) Назови слова, начинающиеся на "Н"".

**Упражнение 18**

Цель упражнения - формирование конструкторских умений, воображения, памяти и внимания.
Материал: счетные палочки двух цветов.
Задание: "Что еще можно сложить из трех палочек? (Ребенок складывает фигурки и буквы. Называет их, придумывает слова.)".

**Упражнение 19**

Цель упражнения - формирование образа треугольника, первичное обследование модели треугольника.
Материал: счетные палочки двух цветов, нарисованный взрослым треугольник.

                              

Задание: "Сложи из палочек фигуру". Если ребенок сам не сложил треугольник, взрослый помогает ему. "Сколько палочек понадобилось для этой фигуры? (Три.) Что это за фигура? (Треугольник.) Почему он так называется? (Три угла.)". Если ребенок не может назвать фигуру, взрослый подсказывает ее название и просит ребенка объяснить, как он его понимает. Далее взрослый просит обвести фигуру пальцем, сосчитать углы (вершины), касаясь их пальцем.

**Упражнение 20**

Цель упражнения - закрепление образа треугольника на кинестетическом (тактильные ощущения) и визуальном уровне. Распознавание треугольников среди других фигур (объем и устойчивость восприятия). Обводка и штриховка треугольников (развитие мелких мышц руки).
Примечание: задание является проблемным, поскольку на используемой рамке есть несколько треугольников и фигур, похожих на них острыми углами (ромб, трапеция). Материал: рамка-трафарет с фигурами разной формы.
Задание: "Найди на рамке треугольник. Обведи его. Закрась треугольник по рамке". Штриховка производится внутри рамки, кисть движется свободно, карандаш "стучит" по рамке.

**Упражнение 21**

Цель упражнения - закрепление визуального образа треугольника. Распознавание нужных треугольников среди других треугольников (точность восприятия). Развитие воображения и внимания. Развитие мелкой моторики.
Задание: "Посмотри на этот рисунок: вот кошка-мама, кот-папа и котенок. Из каких фигур они составлены? (Круги и треугольники.) Какой треугольник нужен для котенка? Для кошки-мамы? Для кота-папы? Нарисуй своего кота". Затем ребенок дорисовывает остальных кошек, ориентируясь на образец, но самостоятельно. Взрослый обращает внимание на то, что кот-папа самый высокий. "Правильно поставь рамку, чтобы кот-папа получился самый высокий".



Примечание: данное упражнение не только способствует накоплению у ребенка запасов образов геометрических фигур, но и развивает пространственное мышление, поскольку фигуры на рамке-трафарете расположены в различных положениях, и чтобы найти нужную, необходимо узнать ее в другой позиции, а затем повернуть рамку для ее рисования в такой позиции, которую требует рисунок.

Очевидно, что конструктивная деятельность ребенка в процессе выполнения данных упражнений развивает не только математические способности и логическое мышление ребенка, но и его внимание, воображение, тренирует моторику, глазомер, пространственные представления, точность и т. д.

Каждое из приведенных упражнений направлено на формирование логических мыслительных приемов. Например, упражнение 15 учит ребенка сравнивать; упражнение 16 - сравнивать и обобщать, а также анализировать; упражнение 17 учит анализу и сравнению; упражнение 18 - синтезу; упражнение 19 - анализу, синтезу и обобщению; упражнение 20 - фактическая классификация по признаку; упражнение 21 учит сравнению, синтезу и элементарной сериации.

Логическое развитие ребенка предполагает также формирование умения понимать и прослеживать причинно-следственные связи явлений и умения выстраивать простейшие умозаключения на основе причинно-следственной связи. Легко убедиться, что при выполнении всех приведенных выше примеров заданий и систем заданий ребенок упражняется в этих умениях, поскольку в их основе также лежат умственные действия: анализ, синтез, обобщение и др.

Таким образом, за два года до школы можно оказать значимое влияние на развитие математических способностей дошкольника. Даже если ваш ребенок не станет непременным победителем математических олимпиад, проблем с математикой у него в начальной школе не будет, а если их не будет в начальной школе, то есть все основания рассчитывать на их отсутствие и в дальнейшем.