Пифагорейство у математиков нового времени

1. **Пифагорейцы**

С пифагорейством и самой личностью Пифагора связано множество легенд и чудесных историй, которые дошли до нас в позднейшей неопифагорейской и неоплатонической литературе.Первоначально пифагорейство носило практически-мистический характер и что только впоследствии оно получило свое теоретическое, математическое и музыкальное обоснование. Однако уже с самого начала эта мистика должна была иметь внутреннее отношение к числовой гармонии, провозвестниками которой пифагорейцы были всегда. Своим учением о числе пифагорейцы охватили все бытие. Пифагорейство - это учение 1) о числах самих по себе, или о богах как числах; 2) о космосе как числе; 3) о вещах как числах; 4) о душах как числах и 5) об искусстве как числе. Здесь нет необходимости рассматривать все это в целом. Нас будет интересовать лишь учение о природе самого числа, о числовой структуре космоса как главного произведения искусства и о числе в применении к искусству и к его воздействию на человека.

Многие думают, что космология началась с открытия телескопа Галилеем, когда люди смогли разглядывать природу небесных тел. Но на самом деле, ее представления, "теоретические предпосылки", зарождались уже в Древней Греции. Пифагорейцы выдвинули мысль о гармоническом устройстве всего мира, включая сюда не только природу и человека, но и весь космос. Об этом свидетельствует большинство фрагментов, сохранившихся от пифагорейского учения Легенда гласит, что гармонические числа, соотношение которых рождает музыку сфер, были найдены Пифагором. Под музыкой последователи великого мудреца понимали звучание космических тел, пение светил, которое они воспринимали не метафорически, но реально. Звучание планет предопределено их огромной скоростью движения. Музыкальная космогония пифагорейцев была основана на четком убеждении, что вселенная устроена упорядоченным и симметричным образом. Именно поэтому слово Космос, которым в Древней Греции называли вселенную, означало порядок, строй, гармонию, эстетически оформленную организацию мироздания. Символом космического бытия является в пифагорейской традиции шар как фигура, обладающая наибольшей степенью симметрии и совершенства. Пифагор говорит, что есть пять телесных фигур, которые называются также математическими: из куба учит он возникла земля, из пирамиды - огонь, из октаэдра - воздух, из икосаэдра - вода, из додекаэдра - сфера вселенной (т.е. эфир)"..

Пифагорейская философия чисел по [качеству](javascript://) разделяла числа на три основных категории - несовершенные, совершенные, сверхсовершенные. Для определения к какой категории относится данное число они действовали следующим образом - расчленяли его на части, входящие в [первый](javascript://) десяток и на само целое, таким образом, чтобы в результате получались не дроби, а целые части. К несовершенным относились такие числа, сумма частей которых была меньше целого. Примером такого числа можно служить число 8, так как его половина -четвёрка, одна четверть - двойка и одна восьмая - единица в сумме дают число семь. Совершенными считались такие числа, сумма частей которых равнялась целому. Первым совершенным числом считалась шестерка, так как её половина - тройка, треть - двойка и, наконец, шестая часть -единица в сумме составляют целое число шесть. Сверхсовершенными числами пифагорейская философия чисел считала такие числа, сумма частей которых превосходила рассматриваемое целое. Таким числом было, например, число 12, сумма частей которого (половина - шестёрка, треть - четвёрка, четверть - тройка, шестая часть - двойка и двенадцатая часть - единица) в сумме дают число 16. Другими сверхсовершенными числами были такие числа, как 18, 20, 24, 30, 40, 44 и т. д. Пифагорейская нумерология оказала существенное влияние на представления более поздних эзотерических учений, рассматривающих числовой символизм. В результате применения пифагорейских чисел к конструкции бытия получается музыкально-числовой космос, со сферами, расположенными друг в отношении друга согласно числовым и гармоническим отношениям..

Такова была попытка построить всецело гармоничный космос у пифагорейцев, породившая столько предвосхищающих будущее идей. Как и пифагорейцы, наука "считывает", определяет всю Вселенную числом, обрисовывает ее механизмы и действия формулами, математика – язык науки, вся Вселенная, чтоб ее понять обрисовывается абстрактно.

В дальнейшем теория пифагорейцев о музыке сфер получила свое развитие в трудах знаменитого ученого-астронома Иоганна Кеплера.

1. **Иоганн Кеплер (1571-1630)**

[Альберт Эйнштейн](http://www.c-cafe.ru/days/bio/000027.php), назвавший Кеплера «несравненным человеком», писал о его судьбе: «Он жил в эпоху, когда еще не было уверенности в существовании некоторой общей закономерности для всех явлений природы. Какой глубокой была у него вера в такую закономерность, если, работая в одиночестве, никем не поддерживаемый и не понятый, он на протяжении многих десятков лет черпал в ней силы для трудного и кропотливого эмпирического исследования движения планет и математических законов этого движения!

Сегодня, когда этот научный акт уже совершился, никто не может оценить полностью, сколько изобретательности, сколько тяжелого труда и терпения понадобилось, чтобы открыть эти законы и столь точно их выразить».

Взгляды Кеплера на устройство Вселенной за пределами Солнечной системы вытекали из его мистической философии. Солнце он полагал неподвижным, а сферу звёзд считал границей мира. В бесконечность Вселенной Кеплер не верил и в качестве аргумента предложил то, что позже получило название [*фотометрический парадокс*](http://traditio-ru.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BF%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%81): если число звёзд бесконечно, то в любом направлении взгляд наткнулся бы на звезду, и на небе не существовало бы тёмных участков.

Строго говоря, система мира Кеплера претендовала не только на выявление законов движения планет, но и на гораздо большее. Аналогично [пифагорейцам](http://traditio-ru.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%B8%D1%84%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%B9%D1%86%D1%8B&action=edit&redlink=1), Кеплер считал мир реализацией некоторой числовой гармонии, одновременно геометрической и музыкальной; раскрытие структуры этой гармонии дало бы ответы на самые глубокие вопросы: «Я выяснил, что все небесные движения, как в их целом, так и во всех отдельных случаях, проникнуты общей гармонией — правда, не той, которую я предполагал, но ещё более совершенной».

В конце [XVI века](http://traditio-ru.org/wiki/XVI_%D0%B2%D0%B5%D0%BA) в астрономии ещё происходила борьба между [геоцентрической системой](http://traditio-ru.org/w/index.php?title=%D0%93%D0%B5%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%B0&action=edit&redlink=1) [Птолемея](http://traditio-ru.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%BB%D0%B0%D0%B2%D0%B4%D0%B8%D0%B9_%D0%9F%D1%82%D0%BE%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%B9&action=edit&redlink=1) и [гелиоцентрической системой](http://traditio-ru.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%B0) [Коперника](http://traditio-ru.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA). Противники системы Коперника ссылались на то, что в отношении погрешности расчётов она ничем не лучше птолемеевской. Напомним, что в модели Коперника планеты равномерно движутся по круговым орбитам: чтобы согласовать это предположение с видимой неравномерностью движения планет, Копернику пришлось ввести дополнительные движения по [эпициклам](http://traditio-ru.org/w/index.php?title=%D0%AD%D0%BF%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%BA%D0%BB&action=edit&redlink=1). Хотя эпициклов у Коперника было меньше, чем у Птолемея, его астрономические таблицы, первоначально более точные, чем птолемеевы, вскоре существенно разошлись с наблюдениями, что немало озадачило и охладило восторженных коперниканцев.

Вскоре после смерти Коперника на основе его системы мира астрономы составили таблицы движений планет. Эти таблицы лучше согласовывались с наблюдениями, чем прежние таблицы, составлявшиеся еще по Птолемею. Но спустя некоторое время астрономы обнаружили расхождение и этих таблиц с данными наблюдений движения небесных тел.  
Для передовых ученых было ясно, что учение Коперника правильно, но надо было глубже исследовать и выяснить законы движения планет. Эту задачу решил великий немецкий ученый Иоганн Кеплер.   
 Кеплер был горячим и убежденным сторонником теории Коперника.   
Возможность всецело заняться астрономией открылась для Кеплера только в 1600 г., когда приехавший в Прагу знаменитый датский астроном-наблюдатель Тихо Браге предложил ему работу в качестве своего помощника для наблюдений неба и астрономических вычислений. Тихо Браге работал вместе с Кеплером недолго: в 1601 г. Тихо Браге умер. После его смерти Кеплер начал изучать оставшиеся материалы с данными долголетних астрономических наблюдений. Работая над ними, в особенности над материалами о движении Марса, Кеплер сделал замечательное открытие: он вывел законы движения планет, ставшие основой теоретической астрономии.  
  
Философы Древней Греции думали, что круг - это самая совершенная геометрическая форма. А если так, то и планеты должны совершать свои обращения только по правильным кругам (окружностям). Кеплер пришел к мысли о неправильности установившегося с древности мнения о круговой форме планетных орбит. Путем вычислений он доказал, что планеты движутся но по кругам, а по эллипсам - замкнутым кривым, форма которых несколько отличается от круга.

**Первый закон Кеплера** - эллиптическое движение планет. Солнце находится не в центре эллипса, а в особой точке, называемой фокусомНа рис. 1оказана эллиптическая орбита планеты, масса которой много меньше массы Солнца. Солнце находится в одном из фокусов эллипса. Ближайшая к Солнцу точка *P* траектории называется **перигелием**, точка *A*, наиболее удаленная от Солнца – **афелием**. Расстояние между афелием и перигелием – большая ось эллипса.

|  |
| --- |
|  |
| Рисунок 1  Эллиптическая орбита планеты массой *m* << *M*. *a* – длина большой полуоси, *F* и *F'* – фокусы орбиты |

Из этого следует, что расстояние планеты от Солнца не всегда одинаковое. Кеплер нашел, что скорость, с которой движется планета вокруг Солнца, также не всегда одинакова: подходя ближе к Солнцу, планета движется быстрее, а отходя дальше от него - медленнее. Эта особенность в движении планет составляет **второй закон Кеплера.**

Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, описывает равные площади**.**

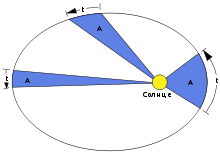


Рисунок 2

Применительное к нашей Солнечной системе, с этим законом связаны два понятия: **перигелий** — ближайшая к Солнцу точка орбиты, и **афелий** — наиболее удалённая точка орбиты. Таким образом, из второго закона Кеплера следует, что планета движется вокруг Солнца неравномерно, имея в перигелии большую линейную скорость, чем в афелии.

Уже Коперник с достаточной для его времени точностью определил расстояния планет от Солнца. Периоды обращения планет также были уже известны. Кеплер установил строгую зависимость между временем обращения планет и их расстоянием от Солнца. Оказалось, что квадраты периодов обращения любых двух планет относятся между собой как кубы их средних расстояний от Солнца. Это - **третий закон Кеплера.**

 или



На рис. 3 изображены две орбиты, одна из которых – круговая с радиусом *R*, а другая – эллиптическая с большой полуосью *a*. Третий закон утверждает, что если *R* = *a*, то периоды обращения тел по этим орбитам одинаковы.

|  |
| --- |
|  |
| Рисунок 3  Круговая и эллиптическая орбиты. При *R* = *a* периоды обращения тел по этим орбитам одинаковы |

Хотя исторически кеплеровская система мира основана на модели Коперника, фактически у них очень мало общего (только суточное вращение Земли). Исчезли круговые движения сфер, несущих на себе планеты, появилось понятие планетной орбиты. В системе Коперника Земля всё ещё занимала несколько особое положение, поскольку только у неё не было эпициклов. У Кеплера Земля — рядовая планета, движение которой подчинено общим трём законам. Все орбиты небесных тел — эллипсы (движение по [гиперболической](http://traditio-ru.org/w/index.php?title=%D0%93%D0%B8%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D0%B0_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)&action=edit&redlink=1) траектории открыл позднее [Ньютон](http://traditio-ru.org/wiki/%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD,_%D0%98%D1%81%D0%B0%D0%B0%D0%BA)), общим фокусом орбит является Солнце. Законы Кеплера соединяли в себе ясность, простоту и вычислительную мощь, хотя мистическая форма его системы мира основательно засоряла реальную суть великих открытий Кеплера. Тем не менее уже современники Кеплера, отделив зёрна от шелухи, убедились в точности новых законов, хотя их глубинный смысл до Ньютона оставался непонятным. Никаких попыток реанимировать модель Птолемея или предложить иную систему движения, кроме гелиоцентрической, больше не предпринималось.   
  
 Кеплер занимался не только исследованием обращения планет, он интересовался и другими вопросами астрономии. Его внимание особенно привлекали кометы. Подметив, что хвосты комет всегда обращены в сторону от Солнца, Кеплер высказал догадку, что хвосты образуются под действием солнечных лучей. В то время ничего еще не было известно о природе солнечного излучения и строении комет. Только во второй половине XIX в. и в XX в. было установлено, что образование хвостов комет действительно связано с излучением Солнца. Кеплер объяснял, почему планет именно шесть (к тому времени были известны только шесть планет Солнечной системы) и они размещены в пространстве так, а не как-либо иначе: оказывается, орбиты планет вписаны в правильные [многогранники](http://traditio-ru.org/w/index.php?title=%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D0%B8%D0%BA&action=edit&redlink=1). Интересно, что исходя из этих ненаучных соображений, Кеплер предсказал существование двух спутников Марса и промежуточной планеты между Марсом и Юпитером.

После открытия Иоганном Кеплером законов движения планет были примерно определены и расстояния планет от Солнца (в радиусах орбиты Земли, т.е. в астрономических единицах). Обобщение этих данных привело к появлению **правила Тициуса-Боде.**

**3. Правило Тициуса-Боде или закон планетных расстояний**

Прямым последователем пифагорейцев может считаться немецкий ученый **Иоганн Даниэль Тициус (1729–1796)** был таким же многосторонне развитым, как и Пифагор. Он был и математик, и астроном, и физик и даже биолог, классифицировал растения, животных и минералы.

В 1766 году Тициус в примечании к книге, которую он переводил, поделился интересными наблюдениями. Если написать ряд чисел, первое из которых будет 0,4; второе: 0,4+0,3; третье: 0,4+0,3·2; четвертым: 0,4+0,3·4 и т.д., с удвоением для каждого последующего члена этого ряда множителя при 0,3, то полученный ряд чисел почти совпадает со значением средних расстояний от Солнца до планет, если эти расстояния выражены в астрономических единицах

Однако, серьезный интерес к этой интеллектуальной находке ученые проявили лишь через шесть лет, когда другой немецкий ученый, астроном **Иоганн Элерт Боде** (1747-1826) опубликовал формулу Тициуса в своей книге 1772 г. и привел некоторые результаты, вытекающие из ее применения.Он так много говорил и писал по этому поводу, что за правилом повсеместно закрепилось название **правила Тициуса-Боде.**   
Но после открытия **Гершелем** в 1781 г. новой планеты, для которой Боде предложил название Уран, доверие к правилу Тициуса-Боде существенно возросло. Среднее удаление Урана от Солнца составляет 19,2 а.е. и он практически точно попал на восьмое место в ряду Тициуса.  
Но если правило верно, то остается пустым пятое место. И в 1976 году ряд европейских астрономов во главе с придворным астрономом герцога Саксен-Кобург-Готского венгром Ксаверием фон Цахом (1754-1832) создали общество («отряд небесной полиции»), поставившее своей целью обнаружить «что-то» на расстоянии, соответствующем порядковому номеру n=3.   
Однако открытие было сделано случайно директором сицилийской обсерватории в г. Палермо **Джузеппе Пиацци** (1746-1826) при составлении им каталога звезд Планету назвали Церерой, но она оказалось слишком маленькой. Вскоре на таком же расстоянии от Солнца были открыты еще множество небольших объектов: Паллада, Юнона, Веста и т.д., которые получили общее название малые планеты или астероиды («звездоподобные»). Так был открыт пояс астероидов, а правило Тициуса-Боде было еще раз подтверждено. Но не все шло так гладко. Серьезный удар по правилу нанесли сначала открытие Нептуна (1846), а позднее – Плутона (1930), планет, которые не вписывались в него.   
Математически правило можно записать так:   
**Rn = 0,4 + 0,3·2n**.  
Здесь Rn - среднее расстояние от Солнца до планеты.  
Подставляя значения n для каждой планеты (пропуская Нептун), нетрудно даже в уме найти средний радиус их орбиты (табл. 2).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| номер планеты | Название планеты | n | Истинное расстояние от Солнца, a.e. | Расстояние по правилу Тициуса – Боде, а.е. |
| 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 | Меркурий Венера Земля Марс Пояс астероидов Юпитер Сатурн Уран Нептун Плутон (пояс Койпера) | -   0 1 2 3 4 5 6 - 7 | 0,39 0,72 1,0 1,52 2,8 5,2 9,54 19,2 30,07 39,46 | 0,4 0,7 1,0 1,6 2,8 5,2 10,0 19,6 - 38,8 |

Однако, **правило Тициуса-Боде** - это не закон, подобный, например, законам Кеплера или Ньютона, а правило, которое было получено из анализа имеющихся данных о расстояниях планет от Солнцаю. Существует достаточно много различных теорий, претендующих на объяснение зависимости Тициуса-Боде: гравитационная, электромагнитная, небулярная, резонансная., но ни одна из них не может объяснить происхождение геометрической прогрессии для планетных расстояний и в то же время устоять перед всей критикой.

Оно каким-то образом связано с проявлением еще не изученных закономерностей формирования планет Солнечной системы из протопланетного облака Исключение Нептуна пытаются объяснить тем, что он поменял орбиту. Причем одни утверждают, что в момент формирования он располагался ближе к Солнцу – поэтому и плотность у Нептуна больше, чем у других гигантов, другие считают, что он сформировался за орбитой Плутона.

Американский планетолог Харольд Левисон,  работая в 2004 году в международной команде исследователей предложил новую модель формирования Солнечной системы, которая получила название [модель Ниццы](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%9D%D0%B8%D1%86%D1%86%D1%8B). Модель Ниццы допускает, что планеты-гиганты родились совсем на других орбитах, а затем перемещались в результате их взаимодействия с планетезималями, пока Юпитер и Сатурн, две внутренние планеты-гиганты, не вошли 3,9 млрд. лет тому назад в орбитальный резонанс 1:2, который дестабилизировал всю систему. Гравитационные силы обеих планет сработали тогда в одном направлении. Левисон считает, что это похоже на качели: каждый рассчитанный во времени толчок подбрасывает качели все выше. В случае с Юпитером и Сатурном каждый толчок гравитации растягивал орбиты планет, пока они не приблизились к их современной схеме. Нептун и Уран оказываются на орбитах с большим эксцентриситетом и вторгаются во внешний диск протопланентного вещества, сталкивая десятки тысяч планетезималей с прежде устойчивых орбит. Эти возмущения почти полностью рассеивают исходный диск из каменных и ледяных планетезималей: из него удаляется 99% его массы. Так началась катастрофа. Астероиды поменяли свои траектории и направились к Солнцу. Тысячи из них врезались в планеты внутренней Солнечной системы. Наконец, большие полуоси орбит планет-гигантов достигают своих современных значений, и динамическое трение с остатками диска планетезималей уменьшает их эксцентриситет и вновь делает орбиты Урана и Нептуна круговыми.Теория Ниццы объясняет позднюю тяжёлую бомбардировку и отвечает на вопрос почему все лунные кратеры образовались практически одновременно 3,9 млрд. лет тому назад. Если бы масса Сатурна была несколько большей, порядка массы Юпитера, то как показывают расчеты, планеты земной группы были бы поглощены газовыми гигантами.

Кроме того оказалось, что [это правило применимо и к другим планетным системам.](http://lenta.ru/news/2008/03/18/bode/%D0%93%D0%BB%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D0%B9) Такое заявление сделали мексиканские ученые, изучая звездную систему 55 Рака. По мнению ксиканских астрономов, тот факт, что правило Тициуса-Боде выполняется в 55 Рака, показывает, что эта закономерность не является случайным свойством, присущим только Солнечной системе.

В чем же смысл правила Тициуса-Боде,? В том, что существует выделенная орбита, орбита Меркурия, которая обозначает начало отсчета, нижнюю границу планетарной системы, начало координат с пометкой "0". Орбита, расстояния от которой до каждой из орбит по которым вращаются планеты Солнечной системы (движущиеся в первом приближении по окружностям), есть члены геометрической прогрессии со знаменателем два. Исключение составляет Нептун, однако вычисленная по этому же закону восьмая орбита тоже не пустует и занята карликовой планетой Плутон. Важно понимать следующее: правило Тициуса-Боде выполняется с хорошей точностью несмотря на огромный разброс (в четыре порядка) планет по массе. При этом планеты выстраиваются на своих орбитах по закону геометрической прогрессии ориентируясь не на Солнце и не на Юпитер, а на Меркурий, самую маленькую планету, масса которой ничтожно мала в сравнении с Юпитером (в шесть тысяч раз меньше). Цели, которые при этом преследовал неведомый проектировщик и строитель остаются неизвестными.

Таковы были попытки пифагорейцев построить гармоничный космос. Как и пифагорейцы, космология "считывает", определяет всю Вселенную числом, обрисовывает ее механизмы и действия формулами, а математика – язык науки. Поиски продолжаются.

**Литература**

* Ахутин А. В. История принципов физического эксперимента от античности до XVII в. М.: Наука, 1976.
* Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука: Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции. Пер. И. Н. Веселовского. М.: Физматгиз, 1959. (Репр.: М.: УРСС, 2007)
* Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа (ок. 530 — ок. 430 гг. до н. э.). Л.: Наука, 1990.
* Белый Ю. А. [Иоганн Кеплер.](http://naturalhistory.narod.ru/Person/Srednevek/Kepler/Kepler_Ogl.htm) М., Наука, 1971.
* Белый Ю. А. [Вклад Кеплера в развитие математики и его астрономические исследования](http://naturalhistory.narod.ru/Hronolog/IAI/IAI_11/Iai_Ogl.htm) // Историко-астрономические исследования. Вып. XI. 1972. С.65-106.
* В.А.Бронштэн "Клавдий Птолемей, II век н.э.", М., Наука, 1988
* Данилов Ю.А. [Гармония и астрология в трудах Кеплера](http://filosof.historic.ru/books/item/f00/s00/z0000050/index.shtml) // Юлий Александрович Данилов. Прекрасный мир науки. — Традиция, 2008. — 383 с.
* А.В.Молчанов Гипотеза сети сознания С.Пб. 2006.
* Б.И.Кислый О квантово-гравитационной природе закона тициуса-Боде М. 2009..