**Применение координатного метода**

**к решению некоторых стереометрических задач.**

*Учитель математики*

*Ромаданова Татьяна Ильинична*

 Предварительно в пространстве вводится декадовая система координат.

1. Определение расстояния между точками $А \left(x\_{0}; y\_{0}; z\_{0}\right) и В (x\_{1}; y\_{1}; z\_{1})$.

$$d= \sqrt{\left(x\_{1}-x\_{0}\right)^{2}+\left(y\_{1}-y\_{0}\right)^{2}+\left(z\_{1}-z\_{0}\right)^{2}}$$

1. Определение угла между прямыми (АВ) и (MN).

$$\vec{a}=\vec{AB}=\left\{a\_{1}, a\_{2},a\_{3}\right\}$$

$$\vec{b}=\vec{MN}=\left\{b\_{1}, b\_{2},b\_{3}\right\}$$

$$\cos(φ)=\left|\frac{\vec{a}\vec{b}}{\left|a\right|\left|b\right|}\right|=\frac{\left|a\_{1}b\_{1}+a\_{2}b\_{2}+a\_{3}b\_{3}\right|}{\sqrt{a\_{1}^{2}+a\_{2}^{2}+a\_{3}^{2}}\sqrt{b\_{1}^{2}+b\_{2}^{2}+b\_{3}^{2}}}$$

1. Определение угла между прямой (АВ) и плоскостью (MNP).

$$\vec{a}=\vec{AB}=\left\{a\_{1}, a\_{2},a\_{3}\right\}$$

$$\vec{b}=\vec{MN}=\left\{b\_{1}, b\_{2},b\_{3}\right\}$$

$$\vec{c}=\vec{MP}=\left\{c\_{1}, c\_{2},c\_{3}\right\}$$

$∎$ **Далее находим нормаль к плоскости (MNP).**

$$\vec{N}=\left\{x,y,z\right\}$$

$\left\{\begin{array}{c}\vec{N}⊥\vec{b}\\\vec{N}⊥\vec{c}\end{array}\right.⟺0⟺\left\{\begin{array}{c}b\_{1}x+b\_{2}y+b\_{3}z=0\\c\_{1}x+c\_{2}y+c\_{3}y=0\end{array}\right.$ Получим систему из 2-х уравнений с 3-мя неизвестными. Нам нужно найти её любое (ненулевое) частное решение. Эти значения x, y, z и дадут нам координаты $\vec{N}$.

Итак, $\sin(φ=)\left|\cos(α)\right|=\frac{\left|\vec{N}\*\vec{a}\right|}{\vec{\left|N\right|}\*\vec{\left|a\right|}}=\frac{\left|x\_{0}a\_{1}+y\_{0}a\_{2}+z\_{0}a\_{3}\right|}{\sqrt{x\_{0}^{2}+y\_{0}^{2}+z\_{0}^{2}}\sqrt{a\_{1}^{2}+a\_{2}^{2}+a\_{3}^{2}}}$

1. Определение угла между плоскостями.

Угол между двумя плоскостями равен углу между их нормалями. Значит, дважды применяя процедуру, помеченную $∎$из **п.3**, мы получим $\vec{N\_{1}} и \vec{N\_{2}}$ – нормали к заданным плоскостям. Тогда $\cos(φ)= \frac{\left|\vec{N\_{1}}\vec{N\_{2}}\right|}{\left|N\_{1}\right|\left|N\_{2}\right|}$ .

1. Определение расстояния от точки M ($m\_{1};m\_{2};m\_{3}$)до плоскости (α).

Составляем вектор нормаль к (α) по указанной в **п.3** процедуре $∎$.

Пусть $\vec{N}=\left\{A,B,C\right\}$. Записываем уравнение плоскости (α). Выберем на плоскости (α) точку $A (a\_{1};a\_{2};a\_{3})$. Тогда $d= \frac{\left|A \left(m\_{1}-a\_{1}\right)+B \left(m\_{2}-a\_{2}\right)+C (m\_{3}-a\_{3})\right|}{\sqrt{A^{2}+B^{2}+C^{2}}}$.

1. Определение расстояния между плоскостями (α) и (β) – это расстояние от любой точки плоскости (α) до плоскости (β), т.е. задача сводится к **п.5**.
2. Определение расстояние между скрещивающимися прямыми.

Расстояние между скрещивающимися прямыми – это кратчайшее расстояние между двумя точками, лежащими на данных прямых – это длинна общего перпендикуляра к ним.

Пусть (AB) первая прямая. A ($a\_{1}, a\_{2},a\_{3}$) B ($b\_{1}, b\_{2},b\_{3}$).

Тогда $\vec{AB}=\left\{b\_{1}-a\_{1};b\_{2}-a\_{2};b\_{3}-a\_{3}\right\}=\left\{α\_{1};α\_{2};α\_{3}\right\}$. Умножим вектор $\vec{АВ}$ на произвольное число k. Получим вектор ǁ $\vec{АВ}$, но произвольной длинны.

 $k\vec{AB}=\left\{kα\_{1};kα\_{2};kα\_{3}\right\}$. Если прибавить к координатам точки A координаты вектора $k\vec{AB}$, получим координаты точки $P \left(a\_{1}+kα\_{1};a\_{2}+kα\_{2};a\_{3}+kα\_{3}\right)$ «плавающей» по прямой AB. Рассуждая аналогично, находим координаты точки Q, «плавающей» по прямой MC, где $M (m\_{1},m\_{2},m\_{3})$ $C (c\_{1},c\_{2},c\_{3})$

$Q (m\_{1}+tβ\_{1};m\_{2}+tβ\_{2};m\_{3}+tβ\_{3})$. Составим вектор $\vec{PQ}=\left\{γ\_{1};γ\_{2};γ\_{3}\right\}$

$\left\{\begin{array}{c}\vec{PQ}⊥\vec{AB}\\\vec{PQ}⊥\vec{MC}\end{array}\right.$Записывая условие перпендикулярности векторов, получим систему их 2-х уравнений с 2-мя неизвестными k и t. Определив их, найдем координаты $\vec{PQ}$. Очевидно, что искомое расстояние $d= \left|\vec{PQ}\right|$.

1. Определение расстояния d от точки до прямой.

Точка M ($m\_{1};m\_{2};m\_{3}$), прямая (AB): A ($a\_{1}, a\_{2},a\_{3}$) B ($b\_{1}, b\_{2},b\_{3}$).

Расстояние от точки до прямой – это высота $∆$MAB, где α – угол между $\vec{AB} и \vec{AM}$.

M

M

$d=\left|MA\right|\*\left|\cos(α)\right|$

α

α

d

d

B

B

B

B

A

A