***Урок математики в 10-м классе***

**Тема урока: «Решение показательных неравенств».**

*учитель математики*

 *ГБОУ СОШ № 591*

 *Чернышева Е.А.*

**Проблема:**

На уроке будут рассмотрены новые для обучающихся неравенств – показательные, решение которых требует хорошего знания теоретического материала. Данные неравенства ежегодно присутствуют в вариантах ЕГЭ по математике.

 **Цели урока**:

***Образовательные:***

* обобщение знаний и умений учащихся по применению методов решения показательных уравнений;
* закрепление свойств показательной функции в процессе решения показательных неравенств;
* развитие умения систематизации изученного материала, выделения общих и отличительных признаков и свойств изучаемых понятий, умения применять функционально-графический метод при решении уравнений и неравенств;
* формирование заинтересованности учащихся в решении нестандартных показательных уравнений и неравенств при подготовке к ЕГЭ.

***Развивающие:***

* активизация познавательной деятельности посредством использования компьютерных технологий;
* развитие навыков самоконтроля и самооценки, самоанализа своей деятельности.

***Воспитательные:***

* формирование умения работать самостоятельно, принимать решения и делать выводы;
* воспитание устремленности к самообразованию и самосовершенствованию;
* осознание учащимися социальной, практической и личной значимости учебного материала по изучаемой теме

**Оборудование:** компьютер, мультимедийное оборудование.

 **ХОД УРОКА**

1. **КОММЕНТАРИЙ К ОРГАНИЗАЦИИ УРОКА**

Урок построен таким образом, чтобы учащиеся, опираясь на свойства степени и свойства числовых неравенств, а также на свойство монотонности показательной функции, самостоятельно пришли к алгоритму решение показательных неравенств и применили его при решении простейших неравенств.

Актуализация знаний:

*Теоретический опрос*: а) определение показательной функции; б) какова область определения показательной функции; в) какова область значений показательной функции; г) в каком случае показательная функция является возрастающей, убывающей; д) как расположен график; е) каковы основные методы решения показательных уравнений (метод замены, однородное уравнение, разложение левой части уравнения на множители и переход к совокупности, функционально - графический, метод интервалов); ж) что называется решением неравенства, что значит решить неравенств.

1. **ПРОВЕРКА ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ**

**Цель:** Проверка домашнего задания.

Повторение приемов решения показательных уравнений используемых также при решении показательных неравенств.

На интерактивной доске заранее записаны решения уравнений из домашнего задания. Учащимся предлагается сверить свои решения с записями на доске и найти допущенные в решениях ошибки.

1. $3^{2+1}-10∙3^{x}+3=0$ 2) $5^{3x+1}+34∙5^{2x}-7∙5^{x}=0$

$3∙3^{2x}-10∙3^{x}+3=0$ $5^{x}\left(5∙5^{2x}+34∙5^{x}-7\right)=0$

$y=3^{x}$ $5^{x}=0 5∙5^{2x}+34∙5^{x}-7=0$

$3y^{2}-10y+3=0$ $x=0 5^{x}=t$

$y=3 y=\frac{1}{3}$ $5t^{2}+34t-7=0$

$3^{x}=3 3^{x}=\frac{1}{3}$ $t=\frac{1}{5} t=-7$

Ответ: $x=1$; $x=-1$ $5^{x}=\frac{1}{5} 5^{x}=-7$

 Ответ: $x=-1$ ; $x=0$

 3) $0,75^{2x-3}=\left(1\_{3}^{1}\right)^{5-x}$ 4) $2^{x^{2}-1}-3^{x^{2}}=3^{x^{2}-1}-2^{x^{2}+2}$

 $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-3}=\left(\frac{3}{4}\right)^{5+x}$ $2^{x^{2}-1}\left(1+2^{3}\right)=3^{x^{2}-1}\left(1+3\right)$

 $2x-3=5+x$ $ \left(\frac{2}{3}\right)^{x^{2}-1}=\frac{4}{9}$

 $x=8$ $x^{2}-1=2$

 Ответ: $x=8$ $x^{2}=3$

 $x=\sqrt{3}$

 Ответ: $x=\sqrt{3}$

Ошибки допущены в уравнениях 2,3,4 и выделены полужирным шрифтом, а та часть решения, где содержится ошибка, подчеркнута.

1. **САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА В ПАРАХ**

**Цель:** Повторение свойства степени при работе с числовыми неравенствами.

На каждом столе находится карточка с заданиями. Учащиеся обсуждают в парах. Для выполнения этих заданий им необходимо вспомнить свойства степени:

- Если $a>1 и$ $x\_{1}< x\_{2}$, $то a^{x\_{1}}<a^{x\_{2}}$

- Если $0<а<1 и x\_{1}<x\_{2}, то a^{x\_{1}}>a^{x\_{2}}$

Задание 1

 Сравните числа (поставьте знаки $\ll >\gg $ или $\ll <\gg $ вместо многоточия):

1) $4^{2}… 4^{3}$; 2)$ (0,2)^{5}… (0,2)^{3}$; 3) $2^{-3}… 2^{-2}$; 4)$ \left(\frac{1}{9}\right)^{1,4}>\left(\frac{1}{9}\right)^{\sqrt{2}}$;

5) $\left(\frac{10}{7}\right)^{-1}>\left(\frac{10}{7}\right)^{-3}$

Задание 2

Сравните показатели $\ll m\gg $ и $\ll n\gg $, если верны неравенства:

1)$1,6^{m}< 1,6^{n}$; 2) $7^{m}> 7^{n}$; 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{m}>\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$ 4) $1,02^{m}> 1,02^{n}$;

5) $\left(\frac{11}{12}\right)^{m}>\left(\frac{11}{12}\right)^{n}$

Задание 3

Сравните с единицей основания $\ll а\gg $, если известно, что:

1. $a^{5}<a^{7}$; 2) $a^{9}>a^{11} $; 3) $а^{1,8}<а^{\frac{10}{7}} $; 4) $а^{\frac{2}{3}}<а^{\frac{3}{4}} $; 5) $а^{\sqrt{2}}>а^{\sqrt{3}}$
2. **ФРОНТАЛЬНАЯ РАБОТА С КЛАССОМ**

**Цель:** Повторение свойство возрастания-убывания показательной функции и применение его при решении показательных неравенств.

**Вопрос к классу:** Какое свойство показательной функции было доказано ранее c помощью свойств степени, использованных в задания 1,2 и 3 ?

**Ответ:** Свойство монотонности.

Ученики формулируют данное свойство, опираясь на графическую иллюстрацию на доске.

 $f(x\_{2})$

 $f(x\_{1})$

 $f(x\_{1})$ $f(x\_{2})$

 $y=a^{x}$ **1**

$y=a^{x}$

 $x\_{1}$ $x\_{2}$ $ $ $x\_{1}$ $x\_{2}$

 $x\_{2}>x\_{1}$ $x\_{2}>x\_{1}$

$ f(x\_{2})>f(x\_{1})$ $f(x\_{2})<f(x\_{1})$

 функция $y=a^{x}$ возрастает функция $y=a^{x}$ убывает

Задание 4

Применяя свойство монотонности показательной функции

1. указать несколько значений x, которые следующие неравенства обращают в верные числовые неравенства
2. записать все решения следующих неравенств

$ 3^{x}>3^{3}$ Ответ: $x>3$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}>\left(\frac{1}{2}\right)^{0}$ Ответ: $x<0$

$ 4^{x}<4^{5}$ Ответ: $x<5$ $\left(\frac{1}{4}\right)^{x}>\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$ Ответ:$x<-3$

Задание 5

Проанализировать результаты задания 4 и попытаться сформулировать правило решения простейших показательных неравенств вида

 $a^{f\left(x\right)}>a^{g\left(x\right)}$ и $a^{f\left(x\right)}<a^{g\left(x\right)}$.

Далее на доске записывается тема урока: $\ll $**Решение показательных неравенств**$\gg $

Правило, сформулированное учениками, переводится на математический язык и запаисывается на доске:

$$a^{f\left(x\right)}>a^{g\left(x\right)}\leftrightarrow \left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)>g\left(x\right) , если a>1 \\f\left(x\right)<g\left(x\right) , если 0<a<1 \end{array}\right.$$

$a^{f\left(x\right)}<a^{g\left(x\right)}\leftrightarrow \left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)<g\left(x\right) ,если a>1 \\f\left(x\right)>g\left(x\right) , если 0<a<1\end{array}\right.$

1. **ОБУЩАЮЩАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА**

**Цель:** Применение алгоритма решения показательных неравенств при решении простейших показательных неравенств.

Задание 6

Решить неравенства:

1)$3^{x}>9 $; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}> \frac{1}{4}$ ; 3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x}<2 ; $4) $4^{x}<\frac{1}{2}$ ; 5) $2^{3x}\geq \frac{1}{2};$ 6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x}\leq \frac{1}{9}$

Выполняя это задание, учащиеся обсуждают решение в парах, а затем решение комментируется одним из учеников, а ответы записываются на доске.

1. **РЕШНИЕ БОЛЕЕ СЛОЖНЫХ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТ**

**Цель:** Решение более сложные показательных неравенств сведением их различными способами к простейшим, когда можно применить сформулированный на уроке алгоритм.

 Рассмотрим методы решения показательных неравенств, не являющихся простейшими. При их решении используются приёмы преобразования выражений, стоящих в левой и правой частях неравенства, аналогичные тем, которые использовались и при решении показательных уравнений.

Задание 7

*а) Метод замены переменной****.*** В этом случае новая неизвестная подбирается так, чтобы относительно неё неравенство не было показательным.

Пример : $4^{x}-2^{x+1}-24<0⇔\left\{\begin{array}{c}2^{x}=t,\\t>0,\\t^{2}-2t-24=0\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}2^{x}=t,\\t>0,\\-4<t<6\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}2^{x}=t,\\0<t<6\end{array}\right.\right.\right.⇔$

$⇔2^{x}<6⇔2^{x}<2^{log\_{2}6}⇔x<log\_{2}6$*.*

Ответ: $\left(-\infty :log\_{2}6\right).$

*б) Решение однородных неравенств****.*** При решении однородных неравенств используется свойство показательной функции $a^{x}>0$, производим деление обеих частей неравенства на положительную величину и вводим новую переменную. Однородное неравенство первой степени $ma^{x}$+n$b^{x}>0$ решается делением обеих частей неравенства на $a^{x}>0$, а однородное неравенство второй степени $ma^{2x}+nb^{2x}+ka^{x}b^{x}>0$ решается делением на $a^{2x} \left(или b^{2x}, илиa^{x}b^{x}\right).$

Пример: $2^{x+1}-3∙10^{x}>5^{2x+1}$

Решение:

$$2^{x+1}-3∙10^{x}>5^{2x+1}⇔2∙2^{x}-10^{x}-5∙5^{2x}>0$$

Так как $5^{2x}>0$ для любых x, то разделив обе части неравенства на $5^{2x}$, получим неравенство, равносильное данному:

$2∙0,4^{2x}$-$3∙(0,4)^{x}-5>0⇔\left\{\begin{array}{c}(0,4)^{x }=t,\\t>0,\\2t^{2}-3t-5>0\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}(0,4)^{x }=t,\\t>0,\\\left⟦\begin{array}{c}t>2,5\\t<-1\end{array}\right.\end{array}⇔\right.$

$$⇔(0,4)^{x}>2,5⇔x<-1.$$

 Ответ: (-$\infty ;-1)$

*в) Метод интервалов.*

 Пример:

$4^{x}\leq 3∙2^{\sqrt{x}+x}+4^{1+\sqrt{x}}$

Решение. Рассмотрим функцию f(x)$=4^{x}-3∙2^{\sqrt{x} +x}-4^{1+\sqrt{x}}$, областью определения которой является множество неотрицательных чисел. Находим нули функции, решив уравнение

$4^{x}-3∙2^{\sqrt{x} +x}-4^{1+\sqrt{x}}=0$. Делим обе части уравнения на $2^{x+\sqrt{x}}$, после преобразований получим уравнение

$\left(2^{x-\sqrt{x}}\right)^{2}-3∙2^{x-\sqrt{x}}-4=0,$ откуда $2^{x-\sqrt{x}}=4 или 2^{x-\sqrt{x}}=-1.$ Последнее уравнение не имеет решения, а уравнение $2^{x-\sqrt{x}}=4 $ имеет единственный корень, равный 4. Нуль функции разбивает область определения на промежутки $\left⟦0;\left.4\right⟧ \right.$и$ \left⟦4;+\infty )\right.$, в которых функция (в силу своей непрерывности) сохраняет знак.

f(1)$<0,$

f(9)$=4^{9}-3∙2^{12}-4^{4}=4^{4}∙(4^{5}-48-1)>0$

Итак, исходное неравенство выполняется при $0\leq х\leq 4.$

 Ответ:$ \left⟦0;\left.4\right⟧\right..$

*г) Функционально-графический метод****.***

Пример: $2^{x}\leq 3-x$

Решение. Функции $f(x)=2^{x}$ и$ g\left(x\right)=3-x $определены на всём множестве действительных чисел. Функция $f\left(x\right)=2^{x} $возрастающая на R, а функция $ g\left(x\right)=3-x$ убывающая на R, значит, уравнение $f(x)=g\left(x\right)$ имеет не более одного корня. Не сложно убедиться в том, что 1 является единственным корнем уравнения. Таким образом, графики функций имеют одну точку пересечения. Неравенство имеет решение тогда, когда график функции $f(x)=2^{x}$ лежит не выше графика функции

$g\left(x\right)=3-x,$ то есть при $x\leq 1.$

 Ответ: ($-\infty ;\left.1\right⟧.$

1. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**

**Цель:** Закрепление навыка решения показательных уравнений повышенной сложности иумения решать показательные неравенства.

Задание:

1) Решить уравнения:

$$а) 2∙7^{3x}-5∙49^{3x}+3=0$$

$$б) 3∙5^{2x-1}-2∙5^{x-1}=0,2$$

$$в) 9^{x^{2}-1}-36∙3^{x^{2}-3}+3=0$$

$$г) 3^{3x+1}-4∙27^{x-1}+9^{1,5x-1}-80=0$$

2) Решить неравенства №№ 29 (3, 4), 30 (3, 4).