Математическая подготовка играет значительную роль в общем образовании современного человека, особенно у выпускников профильных школ математического направления.

Программа курса «метод замены множителей» - это модифицированная программа. Уровень реализации - основное общее образование. Курс предназначен для учащихся 11 классов общеобразовательного профиля . Этот курс строится по программе повышенного уровня изучения данного предмета и помогает учащимся в подготовке к итоговой аттестации в форме ЕГЭ, где предъявляются высокие требования к математической подготовке школьников. В него вошли вопросы, не входящие в базовый курс ,но входящие в программу подготовки к сдаче ЕГЭ по математике.

На уроках в общеобразовательных 10-11 классах учащиеся только знакомятся с основными простейшими методами решения неравенств. Для решения сложных задач, накопления нестандартных методов и приемов решения не хватает времени. А того объема упражнений, которые обычно предлагаются в учебниках по алгебре и началам анализа для 10-11 классов, и вовсе недостаточно для формирования умения решать уравнения и неравенства. С этой точки зрения тема элективного курса «Метод замены множителей» весьма актуальна. Ее рассмотрение обобщает опыт изучения в школьном курсе разнообразных способов решения уравнений и неравенств, а также компенсирует достаточно ограниченные возможности базового курса.

*Предметом*настоящего элективного курса является практика решения более сложных неравенств. На спецкурсе добавляется новый, интересный способ и прием решения. Изучение этого нового метода на занятиях должны помочь ученику впоследствии увидеть «идеи» при поиске способа решения конкурсных задач. Также на занятиях у учащихся есть возможность получить навыки самостоятельной работы в плане отбора, поиска и решения нестандартных заданий. Таким образом, делая выборку нестандартных неравенств, ребята получают навыки работы с математической литературой.

Программа рассчитана на 17 часов классных занятий и может проводиться в течение одного учебного полугодия.

*Цель* программы элективного курса - подготовка к сдаче ЕГЭ по математике, расширение и углубление знаний учащихся по предмету, повышение уровня математической подготовки выпускников средней школы.

*Развивающие и познавательные цели элективного курса:*

* дальнейшее формирование интереса к предмету;
* повышение математической культуры учащихся;
* дальнейшее развитие навыков самостоятельной работы
* развитие творческих способностей школьников (ведь если ученик с успехом разбирает и решает трудные задачи, то с определенной уверенностью можно предположить, что у него имеются определенные математические способности).

*Задачи* данной программы состоят в том, чтобы научить учащихся:

* 1. Применять метод замены множителей при решении неравенств.
  2. Применять разнообразные способы решения одного и того неравенства.
  3. Применять уже обозначенные методы и приемы на практике.
  4. Решать более сложные задания, наиболее встречаемых в вузовской практике.

*Методы* проведения занятий в форме: лекций; семинаров, посвящённых разрешению проблемных ситуаций; мини - групповых занятий; практикумы и т.д.

*Система форм контроля уровня достижений учащихся и критерии оценки.*

Уровень достижений учащихся определяется в результате:

* наблюдения активности на практикумах;
* беседы с учащимися;
* анализа творческих, исследовательских работ;
* проверки домашнего задания;
* выполнения письменных работ;
* самостоятельно созданных слайдов, мини-задачников, выполненных проектов, которые могут быть индивидуальными и коллективными.

Итоговая аттестация проводится в виде зачетной работы в форме теста.

Итоговая оценка является накопительной, т.е. результаты выполнения предложенных заданий оцениваются в баллах, которые суммируются по окончании курса.

*Ожидаемый результат.*

К концу работы по программе элективного курса учащиеся должны четко знать метод замены множителей ,основные способы решения неравенств, уметь быстро определить метод решения данного неравенства , переходить от неравенства к равносильным системам неравенств; а в случаях, если способов решения несколько, найти альтернативный вариант. Также итогом совместной работы учителя и учеников должна явиться «копилка» интересных неравенств. И результатом этой работы может служить самостоятельная подготовка отдельных сообщений по предложенным темам на заключительном семинаре.

**Основные требования к знаниям и умениям учащихся.**

Выполнение практических занятий имеет целью закрепить у учащихся теоретические знания и развить практические навыки и умения в области алгебры, и успешной сдачи ЕГЭ по математике.

* Учащиеся должны знать, что такое метод замены множителей.
* Знать схему решения иррациональных, показательных ,логарифмических. Тригонометрических неравенств , неравенств ,содержащих абсолютные величины.
* Знать таблицы перехода от неравенств к равносильным системам неравенств.
* Знать основные свойства неравенств, применять основные сравнения при решении неравенств.
* Уметь применять вышеуказанные знания на практике.

**Содержание учебного материала.**

**Глава 1.Иррациональные неравенства.(5 часов)**

*Знать :*

Таблицу перехода от иррациональных сравнений к равносильным системам; вводить новые переменные, применять метод замены;

*Уметь*

Применять различные методы при решении неравенств (разложение левой части неравенства на множители, введение новой переменной и тд)

**Глава 2.Метод замены множителей.(7 часов)**

*Знать* :основные замены, основанные на свойствах возрастающих и убывающих функций ; метод интервалов; алгоритм решения дробно-рационального неравенства.

*Уметь :*

Пользоваться составленной таблицей замен множителей ; приводить неравенство к дробно-рациональному.

**Глава3. Неравенства , содержащие абсолютные величины.(5 часов)**

***Знать:***

Определение модуля; виды неравенств , содержащих модуль.

*Уметь :*

Применять методы решения неравенств с модулем, составлять и решать равносильные системы неравенств.

**Глава4.ОДЗ в неравенствах.( 2 часа)**

**Знать:** основные ограничения для функций.

Уметь : применять на практике основные ограничения для функций.

**Глава 5. Тригонометрические неравенства.(5 часов)**

*Знать :* периоды для тригонометрических функций; таблицу основных угловых аргументов ;обратные тригонометрические функции .

*Уметь :* различать виды тригонометрические неравенства; показывать решение на единичной окружности.

**Иррациональные неравенства**.

*Цель:* В результате изучения темы «Иррациональные неравенства» учащиеся научатся различать виды иррациональных неравенств, пользоваться составленной таблицей перехода от иррациональных сравнений к равносильным системам неравенств.

**Урок 1.**

**Тема :** основные иррациональные сравнения.

**Задачи:**

* Создать организационные и содержательные условия для успешного усвоения учащимися основных иррациональных сравнений.
* Способствовать деятельности учащимися по самостоятельному выводу основных равносильных систем неравенств.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять изученный материал при решении неравенств.

**Тип урока** : урок «открытия» нового знания

**Формы работы** : Фронтальная , индивидуальная.

**Структура урока.**

1. **Организационный этап** .Настроить учащихся на работу.
2. **Актуализация знаний.**

Предложить учащимся задания :

=4 ; <4 ; >4 ; x-3 ; x-3.

1. **Мотивация учащихся** .

Предлагается решить : ≤ х-4.

4)**4) Изучение нового материала, применение новых знаний**.

Техника решений основных иррациональных сравнений.

Представим сводную таблицу перехода от данных основных иррациональных сравнений к равносильным им системам.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

Эта таблица соответствует всем основным учебникам школьного курса, но можно свести к минимуму объем технических действий при реализации той или иной процедуры. В случае, кода *f* и *g* дробно-рациональные функции, можно сэкономить время. Для этого полезно знать, что:

При

1)

Эти утверждения легко доказываются в школьном курсе алгебры при изучении свойств неравенств.

Из этих несложных утверждений следует, что . Рассмотрим пример иррационального сравнения и решим его двумя способами:

|  |  |
| --- | --- |
| С использованием утверждения | По таблице |
| ***-*** ***-***  *+*  *4 6 x*  Ответ: | 1. -квадратное неравенство. Перейдем к функции , ветви которой направлены вверх. Найдем нули функции:   Построим схематичный график:  *4 6 x*    *4 6 x*  Ответ: |

Составим новую таблицу основных иррациональных сравнений:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**5) Контроль, самоконтроль**.Предлагается самостоятельно выполнить задания :

.

Проверка результатов.Подведение итогов

**6)Предлагатся закончить фразу** :

«Сегодня на уроке я научился …..»

«Я узнал новое……»

«Я могу…………»

**7) домашняя работа** .§ 30. №46(в,г) 47(а)

1) ≤ х

2) ≥ х

3) <8-х

**Урок 2**

**Задачи :**

* Способствовать деятельности учащихся по самостоятельному решению иррациональных неравенств.
* Продолжить работу по формированию основ теоретического мышления по развитию находить общее и различное.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять изученный материал при решении иррациональных неравенств.

**Тип урока** : урок – практикум

**Формы работы** : фронтальная , индивидуальная , парная.

**Структура урока .**

**1) Организационный этап** . Настроить учащихся на работу.

**2) Проверка дом.задания.**

1.[2;]; 2.[-1;1]ᴗ[1+ ;+∞) ; 3.(-∞;-2]ᴗ[5; )

**3)Актуализация учащихся** .

Предлагается выбрать равносильные системы неравенств :

≥ 2х-7 ; <х2 -5.

4) Мотивация .

Х+3 + ≥ 2х2

**5)закрепление.**

Решение полученной системы неравенств.

**6)контроль и самоконтроль** .

Сам .работа ( 10 мин) 1) > х2 -5. ≤ 2х-7.

**7)Проверка результатов**.

**8) Домашнее задание** .

Составить 3 иррациональных неравенства .

**Урок 3.**

**Задачи** :

* Создать организационные и содержательные условия для успешного усвоения учащимися основного приема для разложения левой части на множители.
* Содействовать деятельности учащихся при решении иррациональных неравенств с помощью метода разложения на множители.
* Организовать деятельность учащихся таким образом , чтобы они смогли провести контроль и самоконтроль.

**Тип урока** : урок «открытия» нового знания.

**Формы работы** : фронтальная , работа в группах.

**Структура урока.**

**1) Организационный этап**. Настроить учащихся на работу.

**2)Проверка дом.задания**.

**3)Актуализация**.

Х3 -х2 у – ху2 +у3 .

( вспомнить метод группировки )

**4) Мотивация**.



**.**

**5) Изучение нового материала.**

Рассмотреть предложенные неравенства.

1) (-2)(1-2∙3х)≥0

-2 ≥ 0 , -2≤0,

1-2∙3х ≥0 , или 1-2∙3х ≤ 0 ,

2-5х-3х2 ≥0 . 2-5х-3х2 ≥0.

2) ( -2)(-2х2 +х+3) ≤ 0.

-2 ≥ 0 , -2 ≤ 0,

-2х2 +х+3 ≤ 0, или -2х2 +х+3 ≥ 0,

х ≥ 0 . х ≥ 0.

**6) Рефлексия**.

Предлагатся закончить фразу :

«Сегодня на уроке я научился …..»

«Я узнал новое……»

«Я могу…………»

**7) Дом.работа**. -3 ≥ 3 -9 .

**Урок 4.**

Ввод новой переменной. Решение уравнения относительно новой переменной. Интересные замены вида f_clip_image006при решении показательных уравнений. Случаи нестандартных замен в показательных уравнениях.

**Задачи :**

* Продолжить работу по формированию умений учащихся решать иррациональные неравенства.
* Способствовать деятельности учащихся по развитию умений применять изученный материал при решении иррациональных неравнств.

**Тип урока**: Урок «открытия» новых знаний.

**Формы работы** : фронтальная , групповая.

**Структура урока** .

**1) организационный этап**. Настроить учащихся на работу.

**2) Проверка дом.задания**.

**3) Актуализация**.

Х4 -7х2 +6=0 ( вспомнить метод замены).

**4) Мотивация**.

Предлагается решить неравенства.

1.

2. 

3. .

**5) Объяснение нового материала**.

Решение предложенных неравенств.

1) Ввести новую переменную t= , при t>0 . получим новое уравнение

> 2-t , решение этого вспомогательного уравнения сводится к равносильной системе неравенств , рассмотренной в параграфе 1.

2) Доказать , что

( )х = , Привести уравнение к виду

≤0 , где t=, t>0 .

3) для решения этого неравенства нужно ввести новую замену.

=t , получим новое неравенство ≤0 , при t >0 , неравенство не имеет смысла.

6) Рефлексия.

7) Дом.задание . Найти в различных источниках неравенства изученного типа.

Урок 5.

Задачи :

* Создать организационные и содержательные условия для успешного усвоения учащимися приемов для решения различных иррациональных неравенств.
* Содействовать деятельности учащихся при решении иррациональных неравенств с помощью различных методов.
* Организовать деятельность учащихся таким образом , чтобы они смогли провести контроль и самоконтроль.

**Тип урока** : урок – практикум.

**Формы работы** : фронтаоьная , индивидуальная.

**Структура урока :**

1**) Организационный этап**.

**2) Проверка дом.задания**. Рассмотреть найденные неравенства , выяснить к какому типу относятся решения найденных неравенств.

**3)Актуализация**. Систематизировать все изученные методы для решения иррациональных неравенств.

1.С помощью таблиц перехода к равносильным системам неравенств.

2.С помощью разложения левой части неравенства на множители.

3. С помощью метода замены.( вспомнить различные замены).

**4) Применение изученного материала на практике**.

Работа учащихся по карточкам разного уровня.

**5) контроль, коррекция ошибок.**

**6) Рефлексия**.

**Глава 2.Метод замены множителей.(7 часов)**

**Цель :** В результате изучения темы «Метод замены множителей» учащиеся научаться делать основные замены множителей, приводя неравенства к дробно-рациональному , которое решается с помощью метода интервалов.

**Урок 6.**

**Задачи**

* Создать организационные и содержательные условия для успешного усвоения учащимися основной идеи метода замены множителей.
* Способствовать деятельности учащихся по самостоятельному выводу двух основных замен с применением свойств возрастающей и убывающей функции.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять изученный материал при решении неравенств.

**Тип урока** : урок «открытия» нового знания.

**Форма контроля** : Фронтальная , индивидуальная.

**Структура урока** :

1) организационный этап.

2)Актуализация учащихся .

>0. ( Вспомнить алгоритм решения дробно-рационального неравенства ).

3) Мотивация. Предлагается решить неравенство :

4) Объяснение нового материала.

Метод интервалов подробно рассматривается в школьных учебных пособиях для поступающих и, как правило, легко усваивается.

Поэтому возникает желание свести решение того или иного неравенства повышенной сложности к решению рациональных неравенств, алгоритм решения которых известен всем школьникам.

Как выяснилось, достаточно широкий класс неравенств допускает такую попытку.

Итак, рациональные неравенства имеют общий вид:

1. , где символ «» обозначает один из четырех возможных вариантов знаков неравенства:

При решении такого неравенства нас интересует только знак любого множителя в числителе или знаменателе, а не его абсолютная величина, поэтому, если нам неудобно работать с данным множителем, мы можем заменить его на другой совпадающий по знаку с ним в области определения неравенства и имеющий в этой области те же корни.

Этот несложный факт и определяет идею метода замены множителей. Но стоит заметить, что замена множителей осуществляется только при условии, что неравенство можно привести к виду (1) , то есть когда требуется сравнить с нулем.

Основная часть замены обусловлена следующими равносильными утверждениями:

Утверждение 1: Функция *f(x)* строго возрастающая тогда и только тогда, когда для любых двух значений и из ОДЗ функции разность - совпадает по знаку с разностью -*f(*

y

x

-

-*f(*

Утверждение 2: Функция *f(x)* строго убывающая тогда и только тогда, когда для любых двух значений и из ОДЗ функции разность - совпадает по знаку с разностью

*f(* .

y

x

Практически, только замена знакопостоянных множителей не вытекает из утверждений 1 и 2. Поэтому, можно не трогать знак неравенства, а всюду положительные множители просто убрать, а всюду отрицательные заменить на (-1).

Как, например знакопостоянный множитель - квадратный трехчлен c отрицательным дискриминантом удобно заменить на старший коэффициент или на свободный член, то есть

Теперь рассмотрим степенную функцию , при . Эта функция строго возрастает на множестве неотрицательных чисел (и при нечетных на всей числовой оси), значит, учитывая утверждение 1, справедливы замены : - -, - , при натуральном k. Часто встречающиеся степенные функции и являются взаимообратными и строго возрастающими, то есть

, тогда

- , -

Так как ,то

Решить некоторые неравенства при помощи методов, изучаемых в школе, возможно, однако очень трудоемко. Рассмотрим такие случаи .

**5) Применение новых знаний.**

Воспользуемся методом замены множителей. Наше неравенство имеет вид: .

Все множители имеют вид - где , значит, их можно заменить на знакосовпадающие с ними множители:

Тогда имеем:

так как получим

Квадратные трехчлены и имеют постоянные знаки, так как D<0. Заменим на знак старшего коэффициента -1 и 1 соответственно.

+ - + - +

-3 -2 1 5 *x*

*● ●*

-3 -2 -1 1 2 5 *x*

6) Рефлексия.

7 ) Дом.работа

**Урок 7.**

**Задачи :**

* Продолжить работу по формированию основ теоретического мышления , аппарата решения неравенств с помощью метода замены множителей.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять

изученный материал в решениях неравенств.

Тип урока : Урок закрепления новых знаний.

Форма контроля : Фронтальная,групповая.

Структура урока :

1) Организационный этап.

2)Проверка дом.задания.

Как и в первом примере, наше неравенство имеет вид: .

Все множители имеют вид - где , значит, их можно заменить на знакосовпадающие с ними множители: при этом

Тогда имеем:

- +

-5 -3 -2 -1 3 x

3) Актуализация знаний :

Заменить на раносильные множители :

1. |3х-1|2 - | х3 +1 |2>0

2. - ≤ 0

3. (х+1)3 - ( 7х-1)3 ≥0

**4) Закрепление изученного материала.**

Сравним варианты решения данного неравенства:

|  |  |
| --- | --- |
| Используя метод замены множителей. | Используя знания, полученные в школьном курсе алгебры. |
| Неравенство имеет смысл при тогда , то есть мы можем воспользоваться заменой -  + + - +  1 2 5 10 x | Разложим числитель и знаменатель на множители, используя метод группировки:  1)  2)  + + - +  1 2 5 10 x |

В этом примере метод замены множителей значительно облегчает решение.

**4) Контроль и самопроверка.**

Предлагается решить самостоятельно:

<0.

Проверка :

+ - + - - +

-5 -2 2 3 5 x

5) Домашнее задание

**Урок 8.**

**Задачи**

* Организовать деятельность учащихся таким образом , чтобы учащиеся смогли организовать контроль и самопроверку.
* Продолжить работу по формированию навыков решения неравенств методом замены

Тип урока : урок – практикум.

Форма контроля :индивидуальная , парная.

Структура урока :

1) Организационный этап.

2)Проверка дом.работы.

.

Решим квадратное неравенство

1. Строим схематичный график: ветви параболы направлены вверх, нули функции -2 и 3.

-2 3 x

- + - + - +

-2 2- 1 3 2+ x

3) Актуализация учащихся .

При использовании метода замены множителей в решениях неравенств существует:

1. Две основные замены:

- -*f* ( (если возрастает)

- -*f* ( (если

1. Наиболее часто встречающиеся (без учета ОДЗ)

а)

б)

в)

г) -   
д)

е) ,D  
ж)

4) Мотивация учащихся .

5) Закрепление материала. Самостоятельная работа (предложить решить данное неравенство методом замены 1 вариант , как иррациональное )

Сравнить результаты. Провести контроль и самопроверку . Сделать выводы .

|  |  |
| --- | --- |
| Используя метод замены множителей. | Используя знания, полученные в школьном курсе алгебры. |
| + - + - +  -3 -1 2 3 x    -3 -1 2 3 x | Так как , то наше неравенство можно заменить системой состоящей из двух квадратных неравенств, которые легко решаются.    -3 -1 2 3 x  Однако, если (при =1 и=3), то выражение может принимать любые значения, то есть |

. Работа в парах.

Проверить результаты работы.

В данном примере наши множители нельзя рассматривать как неотрицательные разности, так как и в области допустимых значений могут принимать и отрицательные и положительные значения. Однако, если ОДЗ разбить на два промежутка - точка, где выражения и меняют знаки), то видно, что на промежутке мы имеем произведение двух положительных чисел, то есть наше неравенство ложно, а на втором промежутке (при ), каждый множитель – разность положительных чисел, а значит можно воспользоваться методом замены множителей.

Итак,

+ - +

0 14 x

6) Дом.задание. Составить , используя изученные замены три неравенства.

**Урок 9.**

**Задачи :**

* Продолжить работу по формированию навыка решения неравенств методом замены множителей.
* Создать условия для успешного усвоения замен в логарифмических и показательных функциях.

Тип урока : Урок «открытия» новых знаний.

Формы работы : Фронтальная , индивидуальная.

Структура урока :

1) Организационный этап.

2) Проверка дом.задания.

3)Актуализация учащихся .

Показательная и логарифмическая функции и их замены.

1) возрастает при *a*>1, убывает при 0<*a<*1,

y y

1 1

x x

2) возрастает при *a*>1, убывает при 0<*a<*1.

y y

1 x 1 x

≥ 81 , log0,2 x ≤ log0,2(2x-6).

4) Мотивация учащихся .

5) Объяснение нового материала.

(в силу свойств убывания и возрастания функции)

при *a*>1

при 0<*a<*1

Или, если объединить в одно свойство, получим:

То есть разность степеней с одним и тем же основанием всегда по знаку совпадает с произведением разности показателей этих степеней на разность.

Замечание: так как функция возрастающая (10>1), то .

Так как , если

Из полученных утверждений следует следуют полученные схемы решения основных показательных и логарифмических неравенств:

1)

2)

3)

4)

5)

6) Применение изученных знаний.

Заменим множители на знакосовпадающие:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Выражение | Замена | Итог |
|  |  |  |
|  |  | (100+*x*-1)( |
|  |  |  |
|  |  |  |

Преобразуем неравенство в дробно-рациональное:

+ - + - + - + - +

-99 -4 -3 -2,5 -1 0 1 3,5 x

Замечание: все множители в знаменателе имеют вид- , где и , поэтому мы заменили их на знакосовпадающие с ними .

Рассмотрим несколько примеров с применением наших замен:

7) Дом.задание.

.

**Урок 10 .**

**Задачи** :

* Продолжить формирование умений и навыков для успешного применения метода замены множителей в неравенствах , содержащих логарифмические и показательных функций.
* Создать организационные и содержательные условия для успешного усвоения метода замены множителей.

Тип урока : Урок закрепления изученных знаний.

Формы контроля : индивидуальная , групповая.

Структура урока.

1) Организационный этап.

2) проверка дом .задания.

Сравним два способа решения данного неравенства:

|  |  |
| --- | --- |
| Используя метод замены множителей. | Используя знания, полученные в школьном курсе алгебры. |
| 0  + - - +  -0,5 0 1 x | при или  -0,5 0 1 x -0,5 0 1 x |

Таким образом, при решении данного неравенства метод замены множителей удобен, но незначительно облегчает решение.

3) Актуализация учащихся .

3

Самостоятельно подбирают новые множители.

4) Этап отработки изученного материала.

1. Проверка полученных результатов.

8

+ - + - +

-1 1 x

2.

+ - - +

0 1 2  x

5) Рефлексия . Закончить фразу:

«Сегодня на уроке я научился …..»

«Я узнал новое……»

«Я могу…………»

6) Дом.задание.  
.

**Урок 11.**

**Задачи :**

* Продолжить формировать аппарат решения неравенств методом замены множителей.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять изученный материал.

Тип урока : Урок – практикум.

Форма контроля : индивидуальная , фронтальная.

Структура урока :

1) Организационный этап .

2) Проверка дом.задания.

* + - +

0 1 3 x

3) Этап применения полученных знаний.

-3 0 3 x

|  |  |
| --- | --- |
| Используя метод замены множителей. | Используя знания, полученные в школьном курсе алгебры. |
| -2 0 3 x  *x*>3 | *>0, ,* при любых значениях, то есть решение сводится к решению системы  *+ - +*  -6 -2 0 3x  *x*>3 |

Видно, что применение нашего метода не рационально.

Рассмотрим еще один пример и сравним результат решения:

D=1+4=5;

-1 0 1 x

Но мы не учли, что Это неравенство равносильно неравенству Если , то, - решение нашего неравенства. Если , то , а при   
, решениями которого с учетом являются значения

-1 0 1 x

4) Коррекция ошибок.

5) Дом.задание.

**Глава 3. Неравенства , содержащие абсолютные велечины.**

**Цель** : В результате изучения темы «Неравенства , с модулем» учащиеся научатся различать виды и решать неравенства , содержащие абсолютные величины.

**Урок 13.**

**Задачи :**

* Содействовать деятельности учащихся по самостоятельному выводу алгоритмов решения неравенств , содержащих модуль.
* Продолжить работу по формированию успешного усвоения учащимися аппарата решения неравенств с модулем.

**Тип урока** : Урок «открытия» новых знаний.

**Форма контроля** : Фронтальная , индивидуальная.

Структура урока :э1) Организационный этап.

2)Актуализация учащихся .

|х|= х, если х≥0

-х, если х<0.

|х-3|≤3.

3) Мотивация |х-5| +|х+2|>7.

4) Объяснение нового материала.

- - - + ++

° °

-2 5 х

1) если х< -2 , то

-х+5-х-2>7

х<2 , х €(-∞;-2)

2) если -2≤х≤5 , то

-х+5 +х+2>7

7>7 х € Ø

3) если х>5 , то

Х-5+х+2>7

х>5

Ответ : , х €(-∞;-2) ᴗ(5;+∞)

**5)Применение новых знаний.**

1.|5х+1|+ |2-3х| > 2

2.|3х+2|+|2х-3|≤11

3.|5х-1|-|4х+2|≤|х-3|

**6) Коррекция ошибок.**

**7) рефлексия**

**8) дом.задание**.3х + |2-х|≤5 , |3х-1|+|4х+3|≤ 3.

**Урок 14.**

**Задачи :**

* Продолжить формирование умений и навыков решать неравенства с модулем.
* Создать организационные условия для успешного усвоения аппарата решения неравенств с модулем.

**Тип урока** : Урок «открытия» нового знания.

**Форма контроля** : Фронтальная, индивидуальная.

**Структура урока**.

**1) Организационный этап**.

**2) Проверка дом.задания**.Коррекция ошибок.

**3) Актуализация учащихся** .

|2х+5|<7-х ( Вспомнить все основные изученные приемы решения неравенств с модулем)

**4) Мотивация**.

||2х2-х|-3|≤ 2х2 +х +5

**5) Введение новых знаний.**

**Прием «одного сравнения»**

1.m< 0 +1=0

2.m≤ 0 |m| +m =0

3. m≥ 0 |m|-m =0

4. m>0 -1=0

5. для любого m ,|m|+m >0

6. для любого m ,|m|-m >0

7. для любого m ≠ 0 , +1 ≥ 0

8. для любого m ≠ 0 , -1 ≤ 0

**Правило «меньше,меньше или равно – система. Больше,больше или равно – совокупность.»**

Равносильные преобразования основных неравенств с модулем.

1. |f| ˅ g

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| |f|< g | |f| ≤ g | |f| > g | |f≥g |
| -f < g  f < g | -f ≤ g  f ≤ g | - f > g  f > g | -f ≥ g  f ≥ g |

2. |f| ˅ |g| f 2 ˅ g2   (f-g)(f+g) ˅0

Для всех сравнений |f|= +/- f.

**6) Первичное применение знаний.**

Решить неравенство :

|2х-|х-2||≤3

Решение :

|f| ≤ g -f ≤ g

f ≤ g поэтому

**|2х-|х-2|| ≤3 2х**- |х-2 |≤ 3, 2х-3 – |х-2|≤ 0

-(2х- |х-2 |≤ 3 )≤ 3 2х+3 –|х-2|≤ 0,

2х-3 – |х-2|≥0,

2х+3 –|х-2|≥ 0

х≤1

х≤ ,

х≥ -5 , - ≤ х ≤ .

х≥ -3.

Ответ : [ - ; ].

7) Дом.задание

|2х+1 - |3х+1||≤ х+2.

**Урок 15.**

Задачи :

* Организовать деятельность учащихся таким образом , чтоб они могли самостоятельно проводить коррекцию ошибок , самоконтроль.
* Создать условия для успешного усвоения аппарата решения неравенств с модулем.

Тип урока : Урок – практикум

Формы работы : Индивидуальная , групповая.

Структура урока :

1) Организационный этап .

2) Проверка дом. задания .

х≥ - .

3) Актуализация учащихся

Вспомнить доказанные утверждения.

4)Мотивация .

+ ≥

5) Этап закрепления.

Предлагается решить предложенное неравенство , рассмотреть предложенные варианты решения , провести контроль , коррекцию ошибок.

6) Самоконтроль .

Предлагается по группам решить различные неравенства , содержащие модуль.( по карточкам ).

7) Контроль.

8) Рефлексия.

9) Дом.задание

Составить 3 неравенства по изученному материалу.

Урок 16

Задачи :

Продолжить формирование умений у учащихся решать неравенства , содержащие абсолютные величины.

Создать организационные и содержательные условия для успешного усвоения методов для решения неравенств с модулем.

Тип урока : Урок – практикум.

Формы работы : Фронтальная и индивидуальная.

Структура урока :

1) Организационный этап.

2) Проверка дом .задания.

3) Актуализация учащихся .

Систематизировать изученные методы.

4) Мотивация .Предлагается решить неравенство.

При каких значениях а неравенство выполняется при всех значениях х.

Х2  - |х-а| -|х - 1|+3 ≥ 0

5) Применение изученных знаний для решения незнакомого неравенства.

Относительно модулей неравенство имеет вид : |f| ≤ g

Х2  - (х-а) -(х – 1)+3 ≥ 0 ( - -)

Х2  - (х-а) +(х – 1)+3 ≥ 0 (- + )

Х2  + (х-а) -(х – 1)+3 ≥ 0 (+ -)

Х2  + (х-а) + (х – 1)+3 ≥ 0 ( + + )

Х2 -2х +а+4≥ 0 ,

Х2 +а+2≥ 0 ,

Х2 – а+4≥ 0,

Х2 +2х –а +2 ≥ 0

По условию система равносильна при

D1 ≤ 0 , 2 2 -4( а+4) ≤ 0

D2 ≤ 0 , -4(а+2) ≤ 0

D3 ≤ 0 , -4(-а+4) ≤ 0

D4 ≤ 0 2 2 -4( -а+2) ≤ 0

-2 ≤ а ≤ 1.

Рассмотреть неравенство :

log|| > -1.

6)Рефлексия.

7) Дом задание

Найдите все значения параметра а при которых наименьшее значение функции больше 2 .

У= х2 +|х-а|+|х-1|.

**Урок 17.**

Задачи :

* Продолжить формировать аппарат решения неравенств с модулем.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять изученный материал при решении неравенств.

Тип урока : Урок практикум

Формы работы : фронтальная , групповая , индивидуальная .

Структура урока :

1) Организационный этап

2) Проверка дом.задания.

Относительно неравенства с модулем неравенство имеет вид :

|f| > g , поэтому

х2 +(х-а)+(х-1) >2 (+ +) х2 +2х-а-3>0

х2 -(х-а)+(х-1) > 2 ( - + ) х2 +а-3>0

х2 +(х-а)- (х-1) > 2 ( + -) х2 –а-1>0

х2 –(х-а)-(х-1) > 2 ( - -) х2-2х +а-1 >0

по условию задачи хотя бы один дискриминант был отрицательным.

D< 0 а+4<0

D<0 а-3<0 а<-1

D< 0 а+1<0 а>2.

D< 0 -а+2<0

3) Актуализация учащихся .

Вспомнить все изученные приемы.

4) Этап закрепления изученных знаний.

Предлагается решить неравенства по группам.

|2х+5|+|3х-7|>|4х+1

Х2 +|х-1|≤ 5

|2- | > х-2

|х2-|х2+х||>11

|2х-|х-2||<3

||х3-х-1|-5|≥ х3+х+8

5)Контроль и самоконтроль ( проверка результатов )

х< ,х>3.

≤х≤2

-2≤ х < 2

х<-11,х>11

- < х <

х≤ -

6)Рефлексия.

7) Дом.задание.

||2х2-х|-3|≤ 2х2+х+5

| ≥|х-2|.

**Урок 18**

**Задачи**:

* Создать организационные и содержательные условия для успешного усвоения учащимися основных приемов решения неравенств с модулем.
* Способствовать деятельности учащимися по самостоятельному решению неравенств с модулем различными приемами.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять изученный материал при решении неравенств.

**Тип урока** : Урок проверки знаний .

**Форма работы**: индивидуальная , групповая.

**Структура урока** :

**1)Организационный этап.**

**2) Проверка дом.работы.**

Х ≥ -4.

х≥ .

**3) этап проверки знаний**.

Самостоятельная работа (по карточкам дифференцированно)

**4) Контроль и самопроверка.**

**5) Рефлексия.**

**Глава 4. ОДЗ в неравенствах**

**Цель : в результате изучения темы «ОДЗ в неравенствах» учащиеся научатся применять ограничения некоторых функций при решении неравенств.**

**Урок 19.**

**Задачи :**

* Создать организационные и содержательные условия для изучения одз в неравенствах.
* Продолжить формировать аппарат изучения различных приемов решения неравенств .

**Тип урока** : Урок введения новых знаний.

**Формы работы** : фронтальная , индивидуальная.

**Структура урока** :

**1) Организационный этап.**

**2) Актуализация учащихся** :

Процесс нахождения области определения функции состоит из двух этапов: составление системы ограничений и решение этой системы.

Чтобы составить систему ограничений нужно знать, чем вызваны ограничения:

1) существует

2) существует

3) существует

4) существует

5) существует

6) существует

7) существует

При этом необходимо помнить, что выполнение преобразований заданной функции порой неправомерно.

При решении неравенств, кроме наших ограничений, необходимо помнить о свойствах неравенств:

1)

3)

А также то, что функции и при убывают.

-2 0 2 5 *x*

**3) Мотивация**.

Предлагается найти ОДЗ у заданной функции.

.

4**) Применение нового материала.**

**Решение:**

**5) Этап закрепления.**

**Решение:**

**6) Рефлексия.**

**7)Дом.задание**

.

**Урок 20.**

**Задачи :**

* Продолжить формирование умений и навыков решения аппарата различных видов неравенств.
* Способствовать деятельности учащимися по самостоятельному выводу основных равносильных систем неравенств.
* Содействовать развитию умений рассуждать и применять изученный материал при решении неравенств.

Тип урока : Урок закрепления знаний.

Форма работы : Фронтальная , индивидуальная.

Структура урока :

1) Организационныйэтап.

2) Проверка дом.задания.

**Решение:**

, то есть , тогда ,

3) Актуализация учащихся : Повторить основные ограничения.

4) Мотивация.Предлагается решить неравенство :

5) Этап закрепления изученных знаний.

**Решение:**

, тогда

**Пример**

**Решение:**

При решении необходимо помнить, что основание логарифмов может принимать значения (0;1)(1;), при этом ограничения

остаются прежними.

Итак:

0 1 3 4

**Пример .**

**Решение:**

Примем обозначения:

Тогда имеем неравенство .Рассмотрим функцию ,

Y

9

0 1 t

-9

Область изменения функции , так как ,

.

Рассмотрим три случая:

1) Если , то неравенство неверно.

2) Если , то разделим на

и оценим левую и правую части.

Для левой части имеем

причем равенство достигается тогда и только тогда, когда

3) Если же, получаем

**6) Рефлексия.**

**Глава 5 . Тригонометрические неравенства.**

**Цель : В результате изучения темы «Тригонометрические неравенства» учащиеся научатся решать неравенства с тригонометрическими функциями различными методами.**

**Урок 21 .**

**Задачи :**

* Продолжить формировать аппарат решения неравенств ,содержащих тригонометрические функции.
* Создать условия для самостоятельного вывода основных приемов решения тригонометрических неравенств .

**Тип урока** : Урок ведения новых знаний.

**Формы работы** : Фронтальная , групповая.

**Структура урока :**

**1) Организационный этап.**

**2) Актуализация учащихся** .  
При решении тригонометрических неравенств мы используем свойства неравенств, известные из алгебры, а также различные тригонометрические преобразования и формулы. Использование единичного круга при решении тригонометрических неравенств почти необходимо. Рассмотрим ряд примеров.

 Пример 1 . Решить неравенство:   sin *x* > 0.

Р е ш е н и е .  В пределах одного оборота единичного радиуса это неравенство

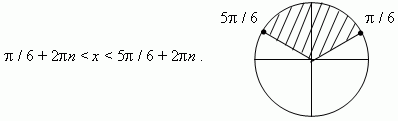
                         справедливо при 0 < *x*< pi. Теперь необходимо добавить период

                         синуса  2*pi n*:

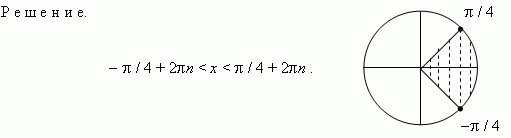
tri18g

Пример 2 .Решить неравенство:   sin *x* > 0.5 .

Р е ш е н и е .



tri18h



**3) Мотивация учащихся**.

Решить неравенство : sinx +cos2x >1

**4) Объяснение нового материала**.

Два тригонометрических выражения , связанные между собой знаками >,<,≤,≥ , называют тригонометрическими неравенствами. Оно может быть тождественным (безусловным) или условным.

Тождественные неравенства доказываются , а условные решаются. Тригонометрические неравенства называются **тождественными** , если оно справедливо при всех допустимых значениях неизвестных, входящих в неравенство.

**Например :**

tg2x≥0 , при всех х € R , кроме (2n +1) ,n € Z.

|sinx|≤1,при всех х € R.

Тригонометрическое неравенство называют **условным**, если оно справедливо не при всех значениях неизвестных, входящих в неравенство.

**Например :**

1) sinx ≥ выполняется при х € [ +2πk; +2πk]; k € Z.

2) cosx < , x € ( +2πk ; +2πk ) ;k € Z.

Основной способ решения тригонометрических неравенств состоит в их сведении к неравенствам вида

|  |  |
| --- | --- |
| sin*x* ˅ *a*,     cos*x* ˅*a*,     tg*x* ˅ *a*,     ctg*x* ˅*a*, | (1) |

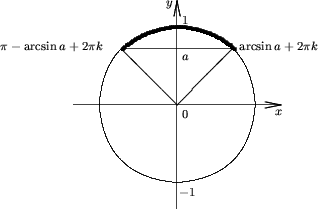
где *a* € **R**, символ "˅" означает знак сравнения и заменяет любой из знаков ">",   " ≥ ",   "<",  " ≤" и использовании следующих утверждений.

**Утверждение 1.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| sin*x* > *a* | (2) |

есть

1. **R**, если *a* < -1;
2. trigi0x(arcsin*a* + 2π*k*; π - arcsin*a* + 2π*k*), если -1 ≤ *a* < 1;
3. Пустое множество, если *a* ≥ 1.

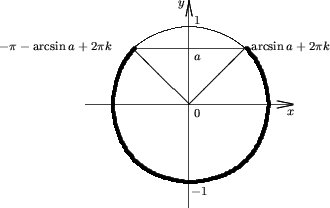


**Утверждение 2.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| sin*x* < *a* | (3) |

есть

1. **R**, если *a* > 1;
2. trigi0x(-π - arcsin*a* + 2π*k*; arcsin*a* + 2π*k*), если -1 < *a* ≤ 1;
3. Пустое множество, если *a* ≤ -1.

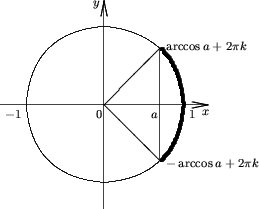


**Утверждение 3.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| cos*x* > *a* | (4) |

есть

1. **R**, если *a* < -1;
2. trigi0x(2π*k* - arccos*a*; 2π*k* + arccos*a*), если -1 ≤ *a* < 1;
3. Пустое множество, если *a* ≥ 1.

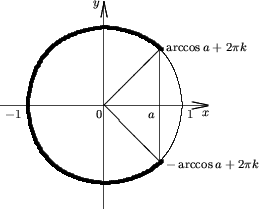


**Утверждение 4.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| cos*x* < *a* | (5) |

есть

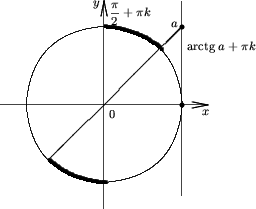
1. **R**, если *a* > 1;
2. trigi0x(2π*k* + arccos*a*; 2π(*k* + 1) - arccos*a*), если -1 < *a* ≤ 1;
3. Пустое множество, если *a* ≤ -1.



**Утверждение 5.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| tg*x* > *a* | (6) |

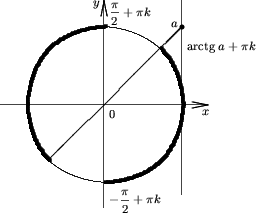
есть trigi5x



**Утверждение 6.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| tg*x* < *a* | (7) |

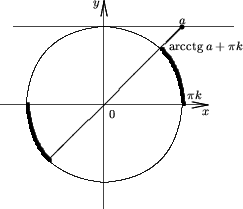
есть trigi7x



**Утверждение 7.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| ctg*x* > *a* | (8) |

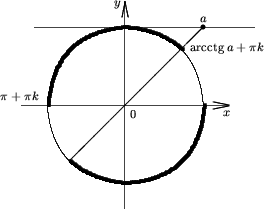
есть trigi0x(π*k*; arcctg*a* + π*k*).



**Утверждение 8.** Множество решений неравенства

|  |  |
| --- | --- |
| ctg*x* < *a* | (9) |

есть trigi0x(arcctg*a* + π*k*; π(*k* + 1))



**Замечания.** 1. Если знак неравенства ([2](http://www.math.md/school/praktikum/trigonomr/trigir.html#ec2))-([9](http://www.math.md/school/praktikum/trigonomr/trigir.html#ec9)) нестрогий, то во множестве решений неравенства включается также и множество решений соответствующего уравнения.

2. Утверждения [1](http://www.math.md/school/praktikum/trigonomr/trigir.html#Af1)-[8](http://www.math.md/school/praktikum/trigonomr/trigir.html#Af8) легко доказать используя графики и свойства соответствующих тригонометрических функций.

5) Этап применения новых знаний . Решить предложенное неравенство.

cos 2 2x = 1- sin2x , тогда sinx – 2sin2x > 0, пусть sinx=t , -1 ≤ t ≤1.

Получим квадратное неравенство : 2t2 –t <0 , решением этого неравенства является интервал : 0 < t < . 2πk < x < + 2πk , k € Z

или + 2πk < x< π+2πk.

Урок 22.

Задачи :

* Создать организационные и содержательные условия для учащихся по самостоятельному выводу методов и приемов для решения тригонометрических неравенств.
* Продолжить формирование навыков решения аппарата решения тригонометрических неравенств.

Тип урока : Урок применения новых знаний.

Форма работы : Фронтальная , групповая.

Структура урока :

1) Организационный этап.

2) Проверка дом.задания.