**Организация дифференцированного обучения математике в старшей школе на примере изучения темы**

**«Решение тригонометрических уравнений с параметром»**

Выполнил:

Комракова Тамара Константиновна,

учитель математики

МБОУ СОШ № 105 г.о. Самара

Самара

2013

**Пояснительная записка.**

В концепции школьного математического образования дифференциация рассматривается как составная часть и необходимое условие гуманизации и демократизации образования, его перевода на новую базу.

**Виды дифференциации**

**Внутренняя дифференциация** – различное обучение детей в достаточно большой группе учащихся (класс), подобранной по случайным признакам, без выделения стабильных групп. Может осуществляться в форме учёта индивидуальных особенностей учащихся, системы уровневой дифференциации.

**Уровневая дифференциация** выражается в том, что обучение учащихся одного и того же класса в рамках одной программы и учебника проходит на различных уровнях усвоения учебного материала. Определяющим при этом является уровень обязательной подготовки (базовый уровень), который задается образцами типовых задач. На основе этого уровня формируется более высокий уровень овладения материалом - уровень возможностей. Предпринята попытка в разработке образцов задач для итоговых требований к математической подготовке учащихся, претендующих на более продвинутый уровень подготовки.

Уровневая дифференциация предполагает, что каждый ученик класса должен услышать изучаемый программный материал в полном объёме, увидеть образцы учебной математической деятельности. При этом одни учащиеся воспримут и усвоят учебный материал, предложенный учителем или изложенный в книге, а другие усвоят из него только то, что предусматривается обязательными результатами в качестве минимума. Каждый ученик имеет право добровольно выбрать уровень усвоения и отчетности в результатах своего учебного труда по каждой конкретной теме (разделу), а возможно и курсу в целом. Задачей учителя является обеспечение поступательного движения учащихся к более высокому уровню знаний и умений.

**Модели внутренней дифференциации**

**1.*Модель разнородных классов.*** Ученик по всем предметам учится в одном и том же разнородном классе. Для некоторых предметов (математика, иностранный язык, естественные науки) материал сгруппирован в разделы, на изучение которых отводится определённое время.

По окончании проводится диагностическое тестирование, по результатам которого одним ученикам даётся дополнительный, более обширный или более сложный материал, а другим – коррекционные задания или материалы.

**2.*Интегрированная модель.*** Дети с разными способностями помещаются в одну группу, акцент делается на индивидуальность, индивидуальное развитие и самостоятельное обучение.

***Уровневая дифференциация*** – организация обучения, при которой школьники, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать её на различных планируемых уровнях: на обязательном (базовом, стандарт образования) и повышенном.

**Внешняя дифференциация** – это дифференциация по содержанию. Она предполагает обучение разных групп учащихся по программам, отличающимся глубиной и широтой изложения материала. Дифференциация этого вида, как правило, осуществляется через курсы по выбору и профильное обучение. При этом одни учащиеся выберут общекультурный уровень изучения и усвоения учебного материала, другие - прикладной, третьи - творческий, в соответствии со своими интересами, способностями, склонностями и с учетом возможной в будущем профессиональной деятельности.

**Внешняя дифференциация** – создание относительно стабильных групп, в которых различаются содержание образования и предъявляемые к школьникам учебные требования.

**Модели внешней дифференциации**

**1. *Модель потоков.*** Учащиеся делятся на три потока: продвинутый, средний и низкий. Распределение по ним происходит в соответствии с общим уровнем интеллектуальных способностей, определяемых либо стандартизированными текстами, либо в ходе начального периода (с помощью тестов или на основании наблюдений и мнений учителей).

**2. *Модель гибкого состава класса.*** По ряду предметов ученики занимаются в разнородных группах (например, общественные науки и физкультура) и одноуровневых классах по другим (ключевым) предметам (математике, естественным наукам или языковым дисциплинам).

**Управление дифференциацией обучения**

* 1. Разработка моделей внутренней и внешней дифференциации обучения как составной части концепции развития школы.
  2. разработка учебного плана, соответствующего целям дифференциации.
  3. Разработка разноуровневого содержания учебных программ по всем предметам.
  4. Разработка (адаптация) технологий личностно ориентированного, разноуровневого обучения.
  5. Научно-методическое обеспечение дифференцированного обучения:
     + вариативная методическая работа в образовательном учреждении;
     + система повышения квалификации;
     + изучение теории и практики дифференцированного обучения;
     + привлечение научных работников.
  6. Диагностика:

а) уровня готовности детей к обучению в школе;

б) уровня обучаемости и обученности;

в) профессиональных интересов, склонностей.

* 1. Мониторинг качества знаний, умений и навыков учащихся, занимающихся по разноуровневым программам.

Дифференцированное обучение представляет собой условное разделение на сравнительно одинаковые по уровню обучаемости группы:  
**1 группа** - обучающиеся с высоким темпом продвижения в обучении, которые могут самостоятельно находить решение изменённых типовых или усложнённых задач, предполагающих применение нескольких известных способов решения.  
**2 группа** - обучающиеся со средним темпом продвижения в обучении, которые могут находить решения изменённых и усложнённых задач, опираясь на указания учителя.  
**3 группа** - обучающиеся с низким темпом продвижения в обучении, которые при усвоении нового материала испытывают определённые затруднения, во многих случаях нуждаются в дополнительных разъяснениях, обязательными результатами овладеют после достаточно длительной тренировки, способностей к самостоятельному нахождению решений измененных и усложнённых задач пока не проявляют.

В настоящее время ученики и учителя стали уделять повышенное внимание задачам с параметрами. Традиционно на выпускных экзаменах по математике одно из заданий представляет собой уравнение или неравенство, содержащее параметр. Эти задачи требуют к себе особенного подхода по сравнению с остальными заданиями.

Они представляют для учеников определенную сложность в техническом и логическом плане, так как представляют собой задачи на исследование. При их решении используются не только типовые алгоритмы решения, но и нестандартные методы, упрощающие решения. При этом необходимо учитывать психологический аспект: возникновение неуверенности ученика в способность решения данных задач. В связи с этим на первом этапе решения ученикам предлагаются одношаговые и двушаговые, простые по алгоритму решения задачи, с последующим усложнением задач.

**Подходы решений тригонометрических уравнений с параметрами**

Рассмотрим некоторые общие подходы при решении определенных типовтригонометрических уравнений с параметрами. При решении таких уравнений необходимо учитывать ограниченность тригонометрических функций у = sinx и y = cosx.

**Введение дополнительных переменных**

Введение дополнительных переменных позволяет упростить выражения присутствующие в заданиях и позволяет упростить выполнение задания. Этот подход может быть применен в следующих случаях.

***Пример.***

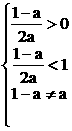
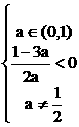
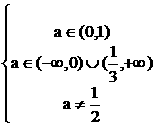
При каких значениях параметра http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image028.gif уравнение

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image030.gif

имеет на интервале http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image032.gif более одного решения.

***Решение*:** Обозначим http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image034.gif, тогда http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image036.gif (при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image038.gif)http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gif

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image042.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image044.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image046.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image048.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image050.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image052.gif и http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image054.gif.

Нам нужно, чтобы уравнение имело более одного корня на интервале (0,1), т.е. http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image064.gif

***Ответ*:**http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image064.gif.

**Разделение области возможных значений переменных и параметров**

Это позволяет упростить задание, или перевести задание в новую форму, более легкую для решения.

***Пример.***

В зависимости от параметра http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image028.gif решить уравнение

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image113.gif.

***Решение*:** Очевидно, что http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image115.gif будет всегда решением.

Если http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image117.gif, то получим http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image119.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image121.gif. Если http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image123.gif, то решений нет, если http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image125.gif, то http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image127.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image129.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image131.gif. Учитывая, что http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image117.gif получаем: при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image134.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image129.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image137.gif и при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image139.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image141.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image143.gif.

Пусть теперь http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image145.gif, тогда http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image147.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image149.gif. Если http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image123.gif, то решений нет, если http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image125.gif, то http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image151.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image153.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image131.gif. Учитывая, что http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image145.gif получаем: при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image134.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image156.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image137.gif и при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image139.gif

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image153.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image143.gif.

Теперь можем записать ответ.

***Ответ*:** при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image123.gifx = 0,

при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image134.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image115.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image159.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image137.gif,

при http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image139.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image115.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image161.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image143.gif.

**Вспомогательные преобразования**

Выполнение вспомогательных преобразований, приводящих к упрoщению выражений задания, либо делает возможным применение других подходов.

***Пример 1.***

Найти **а** при котором имеет по крайней мере одно решение уравнение http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image202.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image204.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image206.gif

***Решение:*** Преобразуем это уравнение, используя формулы сокращенного умножения и основное тригонометрическое тождество:

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image208.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image210.gif

Разделим обе части уравнения на 4:

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image212.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gif

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image214.gif.

В левой части уравнения вынесем за скобки http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image216.gif и получим:

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image218.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image220.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image222.gif.

Приhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image224.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image226.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image228.gif, значит решений нет.

При http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image230.gif получаемhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image232.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image168.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image234.gif.

Зная, что http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image236.gif, следовательно http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image238.gif, значит http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image240.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image242.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image244.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gif

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image246.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gif

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image248.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gif.

Из последней системы мы можем записать ответ.

***Ответ****:*приhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image252.gif

**Применение классических формул**

Решение многих уравнений может быть значительно упрощено применением классических тождеств, неравенств, свойств и теорем. Приведем пример решения такого уравнения.

***Пример.***

Найти наибольшее значение функции

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image254.gif, где http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image134.gif.

***Решение:*** Найдем наибольшее значение квадрата этой функции

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image257.gif.

С учетом того, что http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image259.gif имеем

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image261.gif.

Выражение примет наибольшее значение тогда, когда наибольшее значение будет иметь подкоренное выражение.

Имеем http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image263.gif.

Если сумма двух положительных переменных постоянна, то произведение этих переменных имеет наибольшее значение, когда оба множителя принимают одинаковые значения.

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image265.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image267.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gif

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image269.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image271.gif.

Если http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image273.gif, то http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image275.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image174.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image040.gifhttp://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image278.gif, http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image174.gif.

В этом случае каждое из подкоренных выражений равно (1+a)/2 и

http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image280.gif

Если http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image282.gif, то значение функции будет 2.

*Ответ:*http://www.fmatem.moldnet.md/Savcenco_Larisa_Articol_files/image284.gif.

Я представила несколько подходов для решений тригонометрических уравнений. Использование этих методов может намного упростить решение многих сложных заданий. Используя шаблон каждого метода, ученик может быстро распознать и применить к нему соответствующий метод. Это поможет ученикам приобрести опыт в решении задач данных типов.

Для решения тригонометрических уравнений не существует единого метода. В каждом конкретном случае успех определяется знанием тригонометрических формул и навыками решения задач.

*Необходимо помнить следующие моменты:*

1. При решении тригонометрических уравнений нельзя сокращать на переменную величину, это может привести к потере корней уравнения. Необходимо каждый множитель исследовать на решение.
2. При решении тригонометрических уравнений необходимо учитывать область допустимых значений.
3. При возведении обеих частей уравнения в четную степень могут появиться посторонние корни. Необходима отборка полученных решений, но это сложно, поэтому по возможности нужно обходиться без этой операции.
4. Потеря корней уравнения может произойти и от замены через tg = t - универсальная тригонометрическая подстановка. Тогда

Функция tg не существует для но sinxиcosxопределены в этих точках. Поэтому необходимо всегда проверять корни отдельно.

***Практическая часть.***

***Пример 1.*** При каких значениях параметра*а* выражение 1 + *Sinx (3 sinx + acosx)* не равно 0 ни при каких значениях  *х*? (ЕГЭ 2002 год)

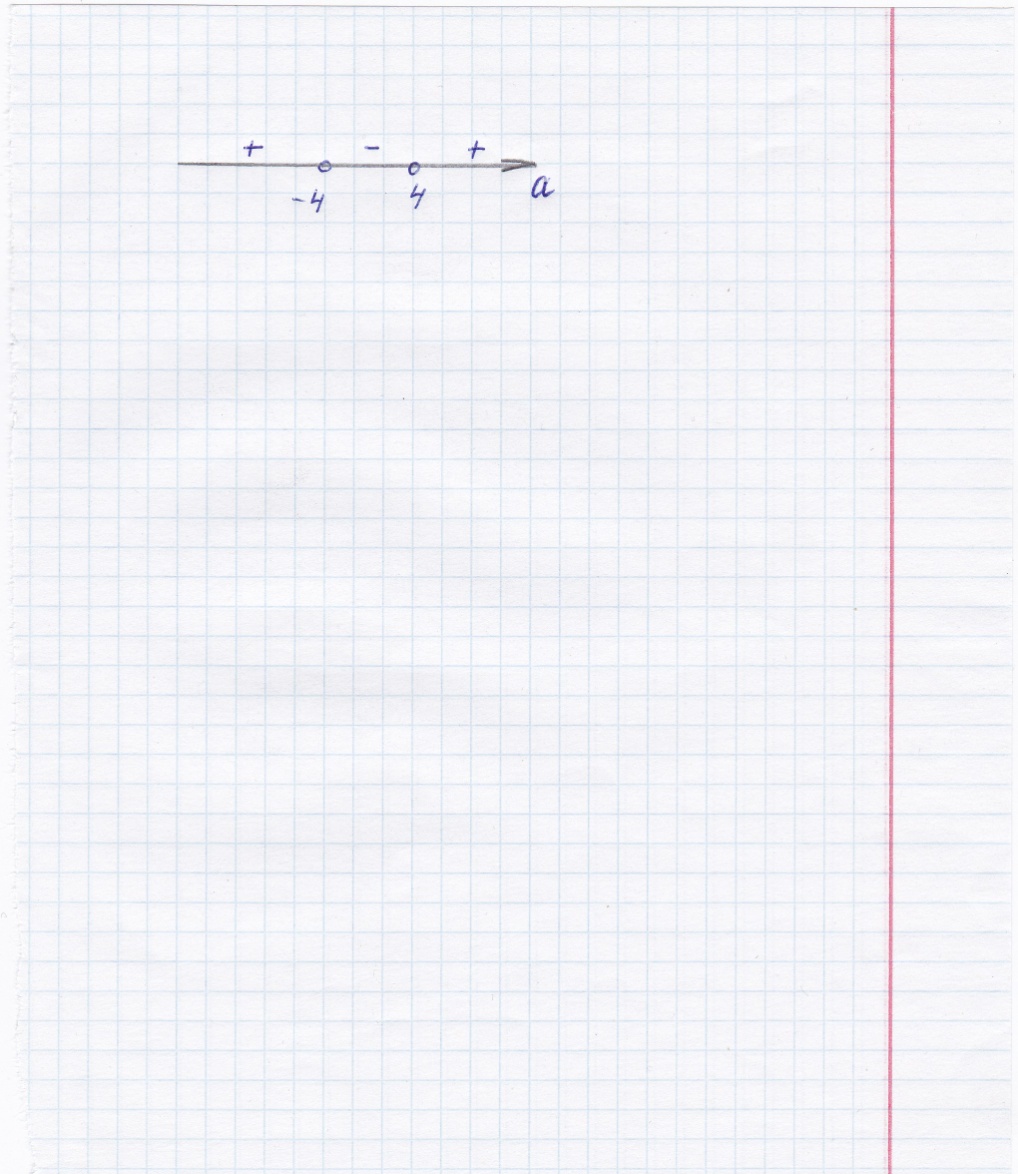
***Решение.*** Это значит, что уравнение 1 + *Sinx (3 sinx + acosx)= 0*  не имеет решений.

*4 t2 + at + 1 = o*

Квадратное уравнение не имеет корней, если D<0

D = *a2 – 42 ; a2 – 42< 0,*

*( a – 4) ( a + 4) < 0*

*, a*

***Ответ:*** *.*

***Пример 2.*** Найдите все значения *р,* при которых уравнение

*8Sin3x = p + 9 cos 2x*не имеет корней. (ЕГЭ 2003 год)

***Решение.*** Воспользуемся формулой *cos 2x = 1 – 2 Sin2x*

*8 Sin3x = p + 9(1 – 2 Sin2x),*

*8 Sin3x = p + 9 – 18 Sin2x,*

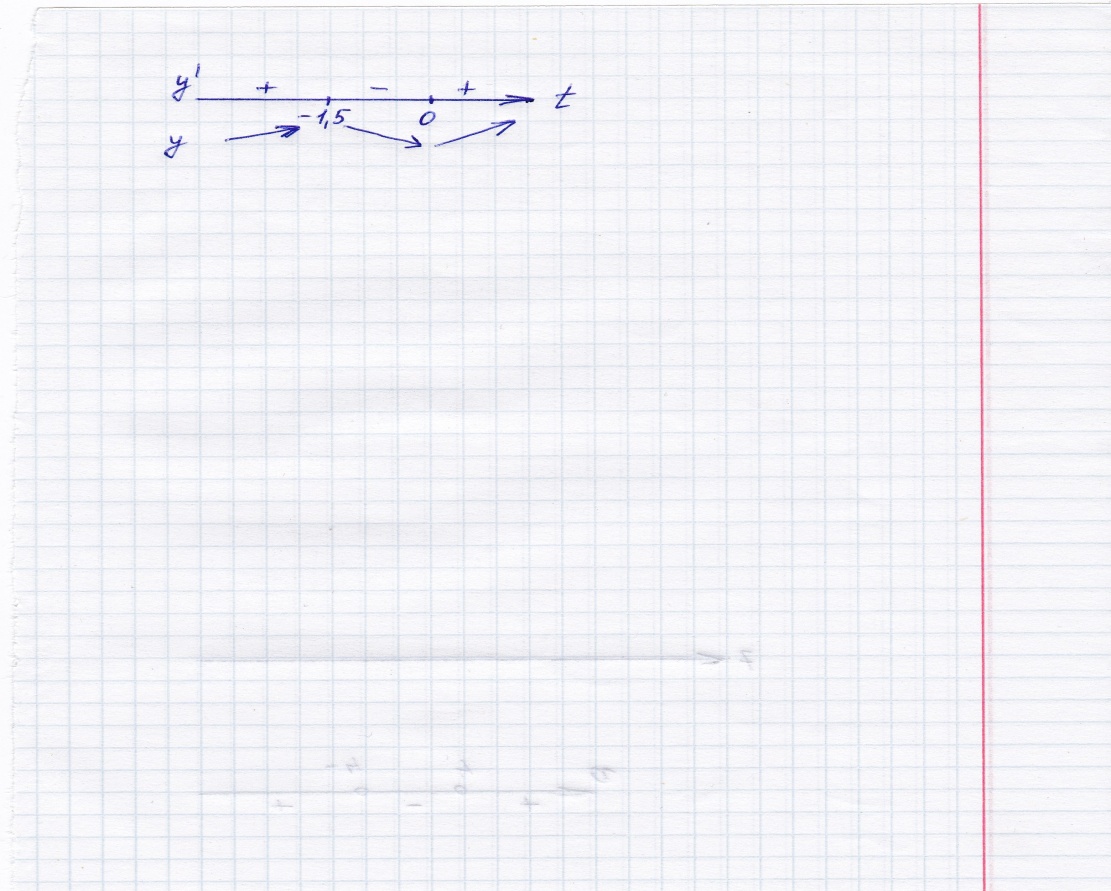
*8 Sin3x +18 Sin2x – 9 = p.*

Это уравнение не имеет корней, если *р* не принадлежит множеству значений левой части функции *у = 8 Sin3x +18 Sin2x – 9.*

*t = Sinx, t* и исследуем функцию*y = 8t3 + 18t2 – 9 на этом промежутке.*

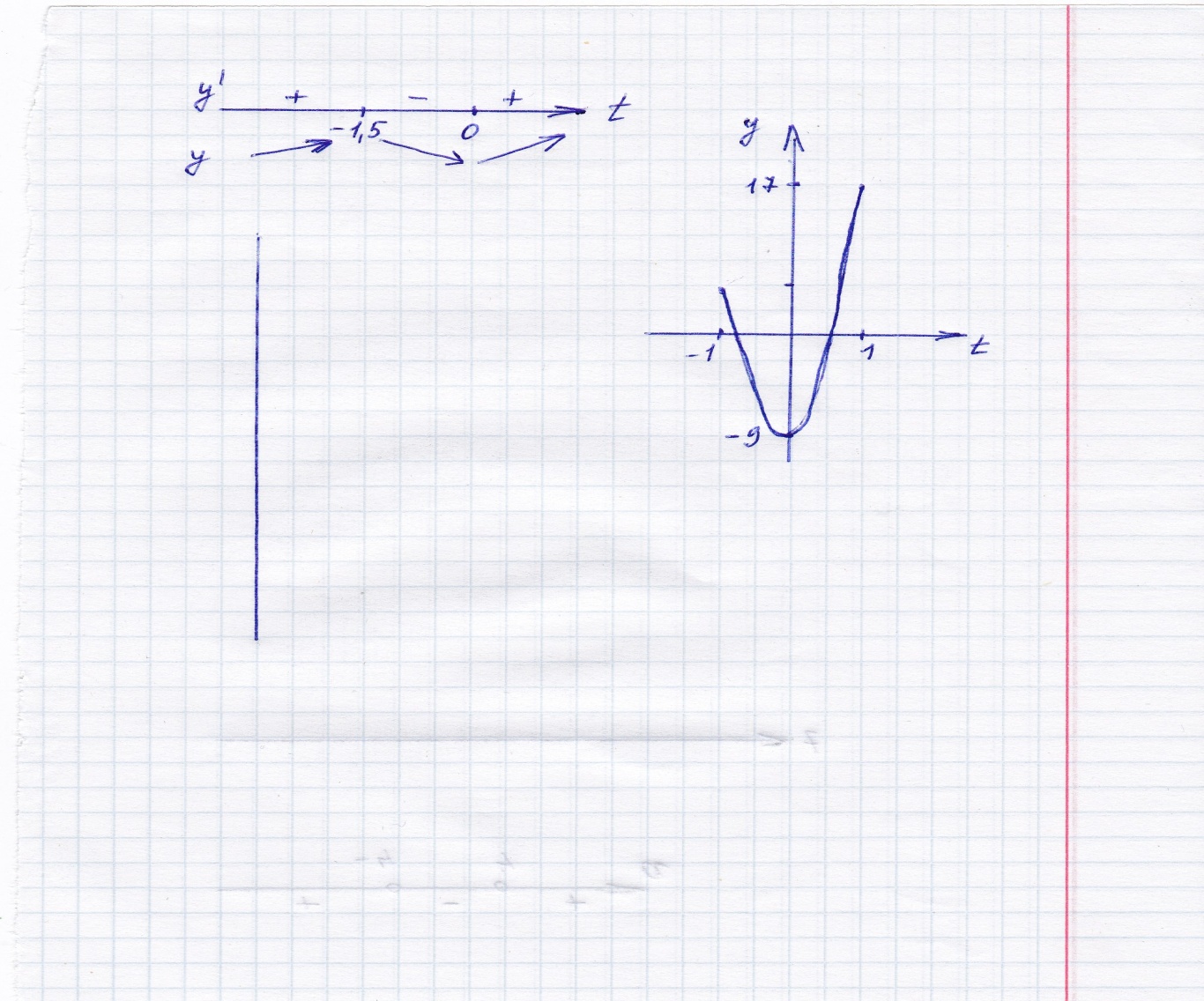
*= 24t2 + 36t = 12t( 2t + 3),*

*t = 0 илиt = - 1,5*

*y(-1,5) ≠ 0, t = - 1,5* 

y(0) = - 9 ; y(- 1) = 1; y(1) = 17

На рисунке эскиз графика *y(t) на .*

*Е(у)* , значит данное уравнение не имеет решений, если значения  *р*  лежат вне этого отрезка, т.е. *р (-*

***Ответ:***  *(- .*

***Пример 3.*** При каких значениях параметра *а* прямая *у = а*  имеет хотя бы одну общую точку с графиком функции *у =*?

***Решение.****у =* и *у = а*

= *а;*

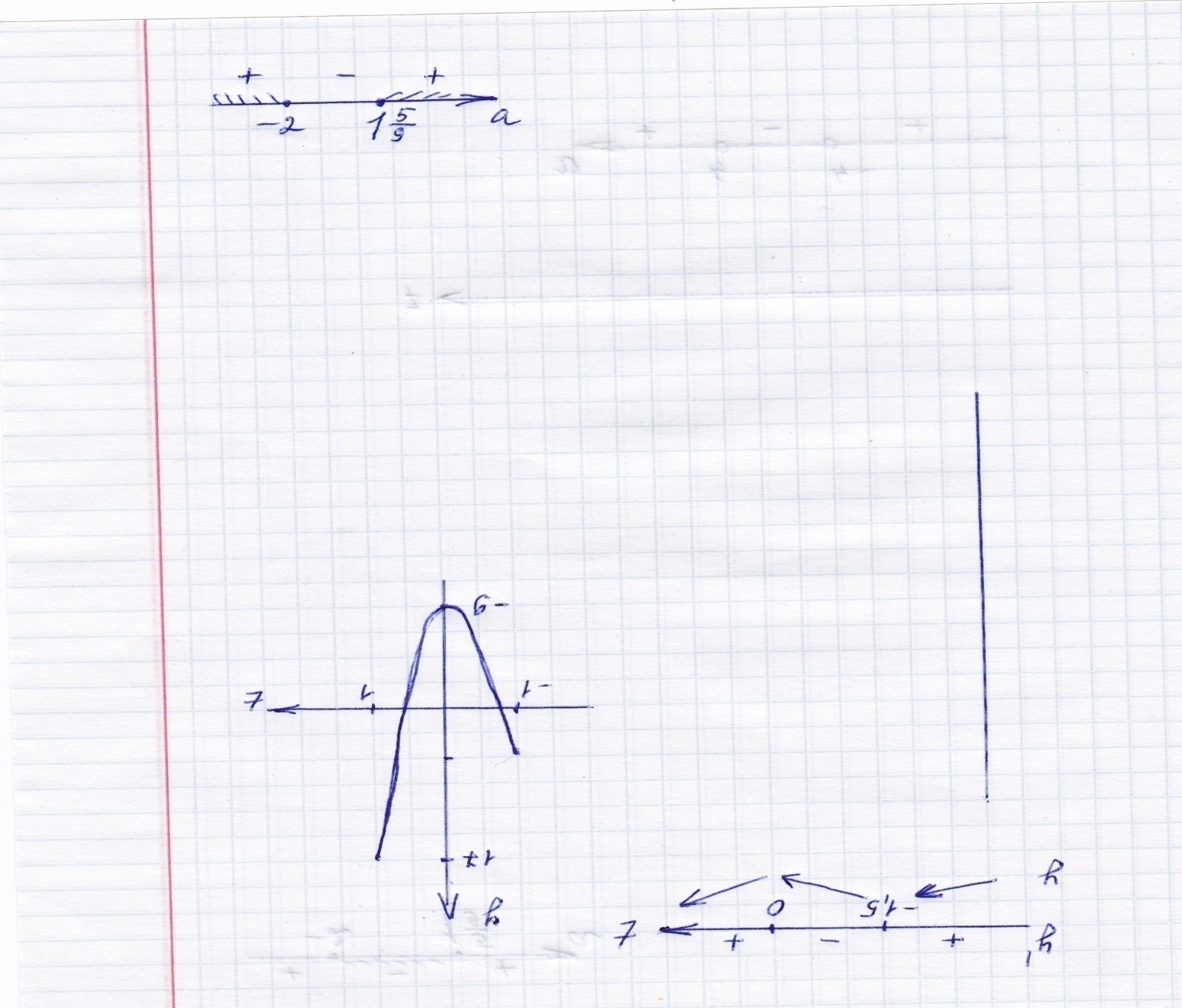
*tg2x + 7 = 3a tg x + a,*

*tg2x - 3a tg x + 7 – a = 0,*

*tg x = t, t R , t2 – 3at + 7 – a = 0*

D ≥ 0, D = 9*a2 – 4(7 – a) = 9a2 + 4a – 28 ;*

*9a2 + 4a – 28 ≥ 0, D = 1024; = 32; a1 = - 2; a2 = = 1;*

*a*

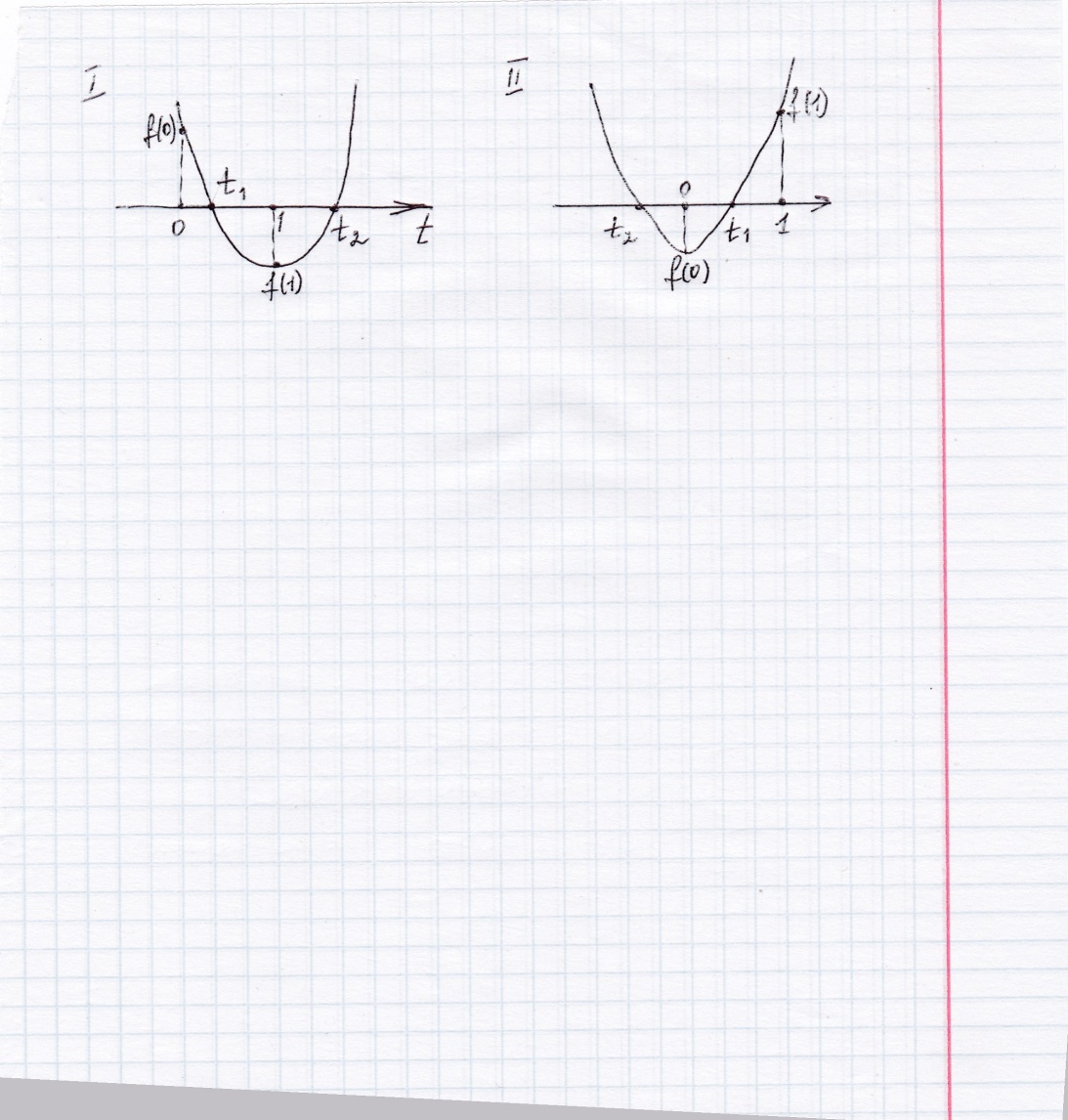
***Ответ:*** *при a*прямая*у = а*  имеет хотя бы одну общую точку с графиком функции *у =*.

***Пример 4.*** При каких значениях параметра*а* уравнение

*cos42x – 2(a + 2) cos22x – (2a + 5) = 0*имеет хотя бы одно решение?

***Решение.*** *cos42x – 2(a + 2) cos22x – (2a + 5) = 0*,обозначим*cos22x = t, t* ,

тогда получим *f(x) = t2 – 2(a + 2)t – (2a + 5).* Условием существования хотя бы одного корня на является неравенство *f (1) ∙ f(0) < 0.*



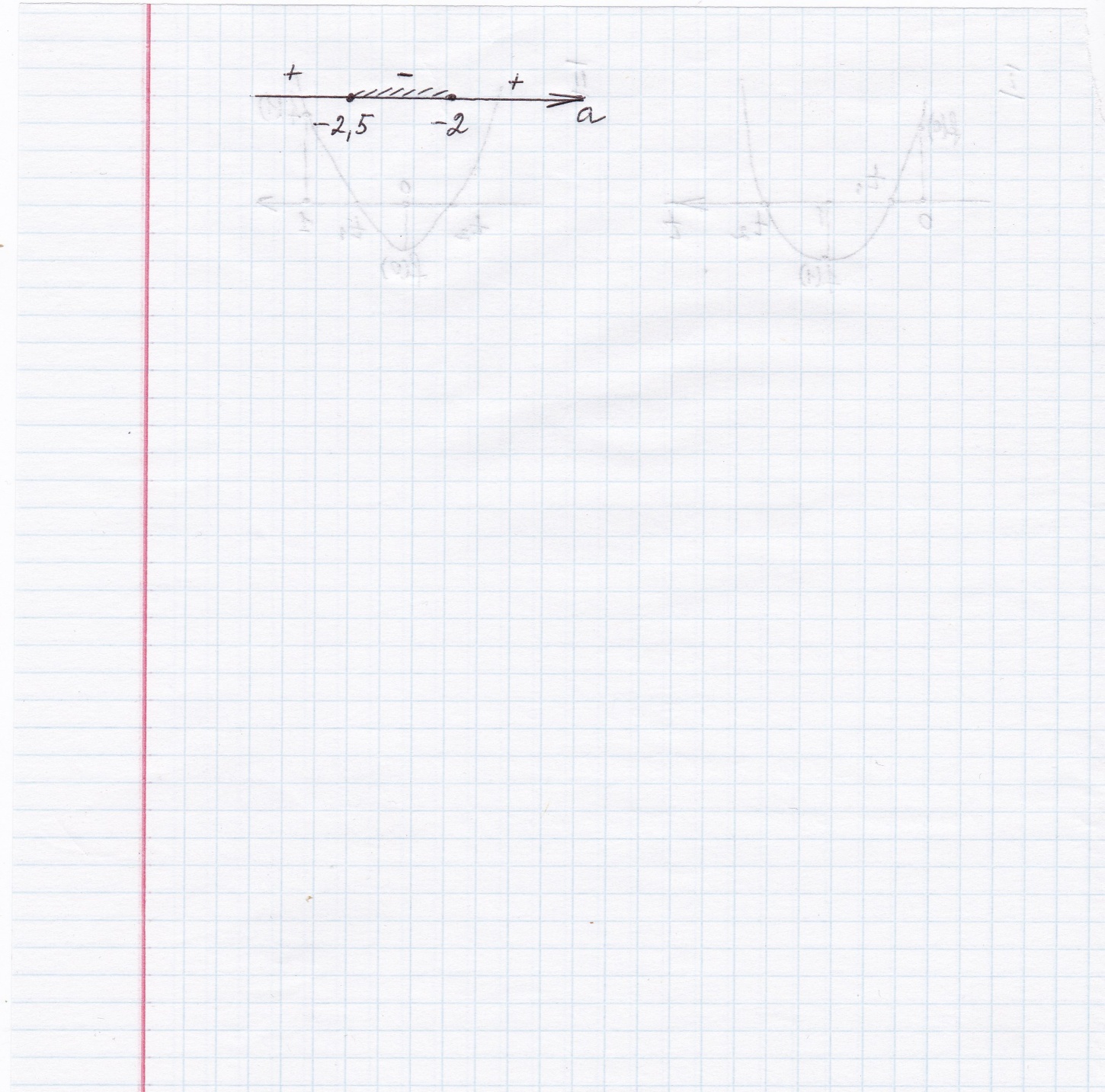
*(1 – 2(a +2) – (2a + 5)) (- (2a +5)) ,*

*- (1 – 2a – 4 – 2a – 5 ) (2a + 5) ≤ 0,*

*- ( - 4a – 8 ) ( 2a + 5) ≤ 0,*

*4 ( a + 2) (2a + 5) ≤ 0,*

*a = - 2 ;a = - 2,5*

*a*.

***Ответ:***  при *a* уравнение имеет хотя бы одно решение.

***Пример 5.*** Найдите все значения параметра *а*, при которых уравнение

*(х2 – 6 – а )2 + 12(х2 – 6 – а ) + 37 = cos*имеет ровно два решения.

***Решение.***Выделим в левой части полный квадрат и приведем к виду:

*(х2 – 6 – а + 6 )2 + (1 – cos) = 0.* Так как в левой части стоит сумма неотрицательных выражений, то уравнение равносильно системе



- это уравнение системы имеет ровно два корня в двух случаях:

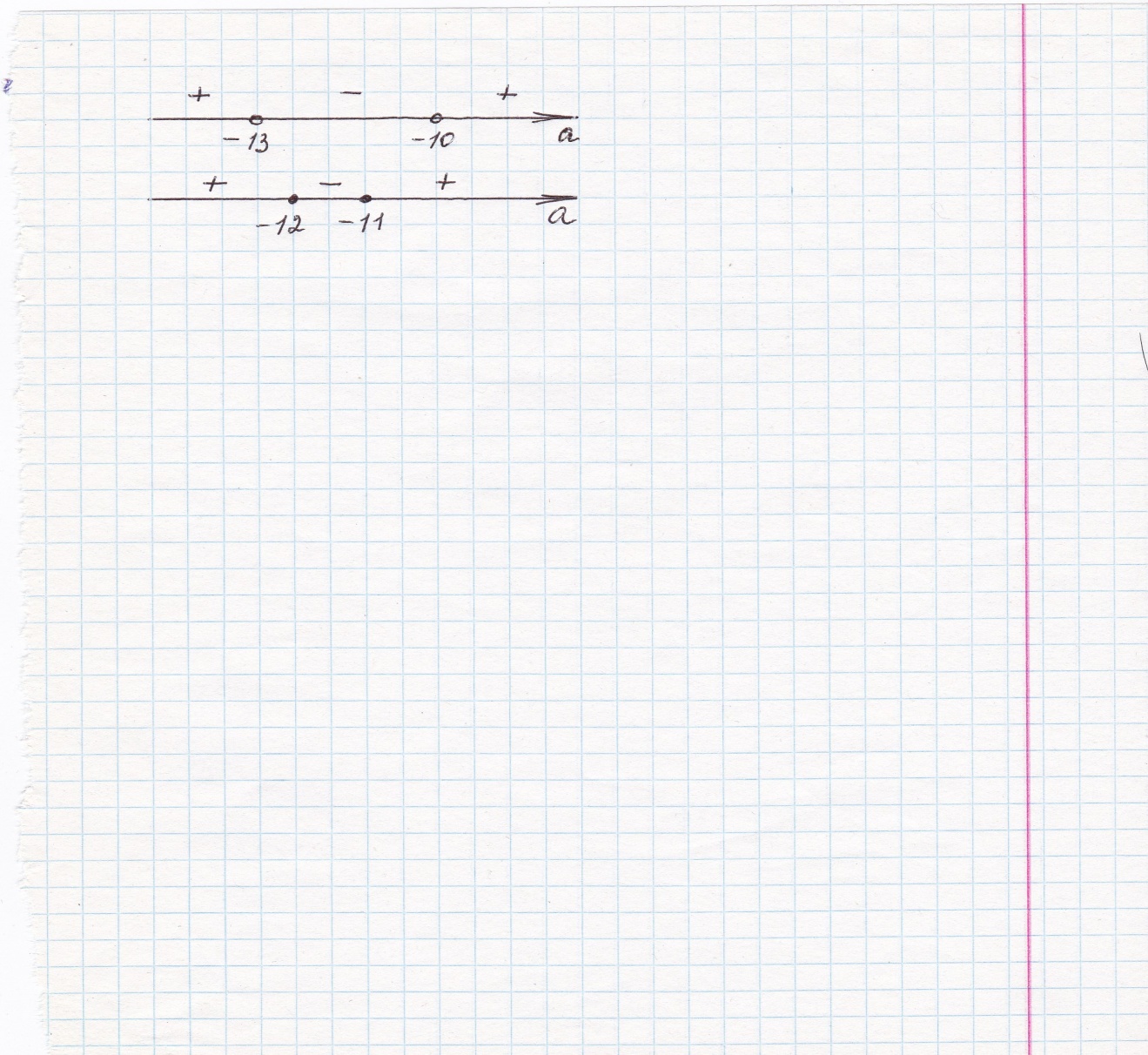
1. *а = - 3*, тогда *-3 = , n = - 3*;
2. 3 -< 0, *a >6 >6 при n = 1, a = 9.*

***Ответ:*** *a = - 3; a = 9.*

***Пример 6.*** Найдите все значения параметра *а*, при которых число *х =*  не является корнем уравнения а число *х = 10π* является корнем этого уравнения*.*

***Решение.*** Т.к. *х =*  не является корнем уравнения, а число *х = 10π* является корнем данного уравнения, это значит

*,*т.е.;

.

***Ответ:*** при число *х =*  не является корнем данного уравнения, а число *х = 10π* является его корнем .

***Пример 7.*** При каких значениях параметра*а* уравнение

имеет только четыре корня на отрезке ?

***Решение.*** Пусть *Sinx = t, t*. Уравнение примет вид

*2t2 + (a2 + 5a + 2) t = 0,*

*t (2t + a2 + 5a + 2) = 0,*

*t = 0 или t =*

1. Пусть *t1 = 0,* тогда *Sinx = 0.* Существует три решения на отрезке -

х = 0; х = ; х = 2, т.к. *Sinx*

Если для *t1 = 0*есть три корня, тогда для*t2 =*нужен в данном случае только один, это если *t2 =*

б) Пусть *t2 = а2 + 5а + 4 = 0,*

*а = -1 а = - 4 , т.е. Sinx = 1*

*x =*

в) Пусть *t2 =; а2 + 5а = 0*

*а = 0; а = - 5 , т.еSinx = - 1*

*х = 1,5.*

***Ответ:*** при*а = 0; - 1; - 4; - 5* существует только четыре корня данногоуравнения на*.*

***Пример 8.***При каком значении*а* уравнение

имеет решение?

***Решение.*** Преобразуем выражение

.

Следовательно - = *аа = 0.*

Только при*а = 0* уравнение обращается в тождество.

**Ответ:***а = 0.*

Если условие изменить

***Решение.***

+ = *а*

= *а,* тогда*а ≥ 0.*

= *а,*

*cos x =*

*a ;*

При знаке « +» :

; т.к. *а ≥ 0, то .*

При знаке « - » :

; т.к. *а ≥ 0, то .*

Объединение двух множеств есть множество : = .

**Ответ:***.*

***Пример 9.*** При каких значениях параметра*а*  графики функций

не имеют общих точек?

**Решение.** Нужно найти такие значения параметра *а*, при которых уравнение

не имеет корней

Введем новую переменную: *cosx = t, t,* тогда тригонометрическое

уравнение примет вид Получили квадратное

уравнение с параметром *а*.

D = *a2 + 4(2a2 – 3a + 1) = 9a2 – 12a + 4 = (3a – 2)2,*

Т.к. .

1. , тогда В этом случае уравнение *cosx =*  имеет корни.
2. . Чтобы уравнения *cosx =* и*cosx =*  не имели корней необходимо и достаточно выполнения одного из трех условий:

< — 1 и

Рассмотрим каждое из этих условий.

**Условие 1**. .

Система решений не имеет, значит, не существует таких значений *а*, при которых выполняется условие .

**Условие 2.**

Система решений не имеет, следовательно, не существует таких значений *а,* при которых выполняется условие

**Условие 3.** < — 1 и



Таким образом,

**Ответ:** графики функций не имеют общих точек , если .

***Пример 10.*** Найдите, при каких *а* число π является периодом функции

?

**Решение.**  Для того, чтобы число π являлось периодом функции , необходимо выполнение равенства при всех допустимых *х* .

Равенство становится тождеством только при *а = 0*. Следовательно, функция примет вид Если

**Ответ:** *а = 0****.***

Литература.   
1.Верзилова Н.И. Дифференцированный подход при обучении математике как средство развития творческих и интеллектуальных способностей учащихся.// festival.1september.ru/articles/504920/   
2.Дорофеев Г.В., Кузнецова Л.В. <Дифференциация в обучении математике>.//Математика в школе. 1990.-№ 4.   
3.Жужгова К.А. < Дифференциация в процессе обучения математике>, 2005   
4.Мудрая Л.З. Организация индивидуальной работы учащихся на уроках математики. - М., Высшая школа, 1975.   
5. Колесникова С.И. Решение сложных задач ЕГЭ, М., 2007

6.Денищева Л.О. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся,

2007 г.

7.М.А. Ляшко и др. сдаем ЕГЭ, Дрофа 2011

8.Шахмейстер А.Х. Задачи с параметрами в ЕГЭ, Москва 2010 г.

9.Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами Москва 2007