**Некоторые способы повышения вычислительной культуры учащихся.**

Фролова Галина Николаевна,

учитель математики МБОУ «СОШ № 21» г. Перми

**1. Умножение и деление на числа, близкие к «круглым»**

 **Задача 1. Умножение на 9 с помощью пальцев**

 Этот способ настолько прост, что его может освоить любой ребёнок, знакомый лишь с элементарным счётом. Пусть нужно умножить 7 на 9. Положив обе руки на стол, приподнимаем седьмой палец, считая слева направо. Тогда количество пальцев слева от поднятого укажет цифру десятков (в нашем случае 6), а количество пальцев справа от поднятого укажет цифру единиц (равную 3), т. е. искомое произведение будет равно 63.

Объясните, почему предложенный способ даёт правильный ответ при умножении любого однозначного числа на 9.

 **Решение.** При умножении однозначного числа  *а* на *9* предложенным способом мы получаем, что слева от *а*-го (поднятого) пальца находится *а-1* пальцев, а справа *10-а* пальцев, т. е. искомое произведение равно

*10(а-1)+(10-а)=10 а-10+10-а=9 а,* что и требовалось объяснить.

 **Задача 2. Вычитание вместо умножения**

 Умножение некоторого числа на 9 можно свести к вычитанию двух чисел. Подумайте, каких. Предложите аналогичный способ умножения чисел на 99, на 999, на числа, близкие к числам 10, 100, 1000 и т. д.

 **Решение.** Так как *9 а = 10 а – а*, то для умножения числа *а* на *9* достаточно от увеличенного в  *10* раз числа *а* отнять само число *а*. Например, при *а = 584* имеем .

Аналогично вместо умножения числа *а* на 99 или 999 можно умножить его на 100 или 1000 соответственно, а потом отнять само число *а*, т. е.

*99 а = 100 а – а, 999 а = 1000 а – а* и т. д.

Например, 

В общем случае умножения на числа, близкие к степени десятки, поступаем аналогично. Например, ******

 **Задача 3. Умножение на 11**

 Докажите, что для умножения двузначного числа на 11, достаточно между цифрой десятков и цифрой единиц данного числа вписать число, равное сумме цифр этого числа. Например, пользуясь указанным способом, находим произведения , где ;

, где .

 **Решение.** Пусть данное двузначное число имеет вид *10 а + b.* Правильность предложенного способа вытекает из следующих равенств:



Например, , 

 ,

 ,

 .

 **Задача 4. Быстрое деление**

 Деление числа 63475 на 999 было произведено следующим образом:

,

откуда частное равно 63, а остаток 538. Используя аналогичные преобразования, разделите число 63475 с остатком на 99, на 98, на 102.

 **Решение.**  Так как

 , то частное от деления данного числа на 99 равно 641, а остаток 16. Так как ,

 то частное от деления данного числа на 98 равно 647, а остаток 69. Так как ,

то частное от деления на 102 равно 622, а остаток 31.

**2. Применение основных свойств действий**

 Для успешного проведения вычислительных операций необходимы прочные знания элементарных свойств действий над числами. Эти свойства желательно уметь описывать словами, записывать в виде формул и видеть их в вычислительных преобразованиях.

1. Переместительные свойства сложения и умножения:

  

1. Сочетательные свойства сложения и умножения:

 ** **

1. Распределительное свойство умножения относительно сложения:

 

1. Свойства нуля и единицы:

   

**3. Умножение и деление на степень пятёрки и степень двойки**

 **Задача 1. Умножение и деление на 5**

 Трудно не согласиться с тем, что разделить произвольное число на 2 в уме легче, чем умножить его на 5. Нельзя ли воспользоваться этим обстоятельством, чтобы облегчить умножение чисел на 5? Что вы можете предложить вместо деления на 5?

 **Решение.** Вместо умножения числа *а* на 5 можно, и это действительно проще, разделить его на 2 и умножить на 10, поскольку . Например, ,

 

Аналогично вместо деления числа *а* на 5 можно, наоборот, умножить его на 2 и разделить на 10, поскольку .

 Например, 

 **Задача 2. Умножение и деление на степень пятёрки**

Аналогично умножению или делению на 5 можно сравнительно легко в уме умножать или делить числа на 25 и на 125. Как именно?

 **Решение.** Так как , то справедливы формулы

 и .

Пользуясь этими формулами, получаем

 

Что же касается умножения и деления на 125, то здесь аналогично получаем формулы  и .

Например,

 

 **Задача 3. Способ удвоения**

 При умножении чисел на степень двойки иногда используется способ, суть которого можно продемонстрировать на следующем примере:

.

Как видоизменить этот способ для умножения на число, близкое к степени двойки, скажем на 14 или 35?

 **Решение.** При последовательном умножении числа на возрастающие степени двойки, т. е. при последовательном удвоении, можно фиксировать те числа, сумма или разность которых даёт искомое произведение. Так, умножение числа 139 на  можно провести следующим образом:

.

Аналогично умножение на  можно провести так:

.

 Деление на степень двойки можно провести в такой же последовательности, как умножение, но, естественно, с заменой операции умножения операцией деления, например,

.

**4.Умножение и деление на 2,5, на 1,25, на 1,5 и на 0,75 с помощью обыкновенных дробей**

 **Задача 1. С помощью обыкновенных дробей**

 Предложите способы быстрого умножения на 2,5, на 1,25, на 1,5 и на 0,75, использующие представление десятичных дробей в виде обыкновенных.

 **Решение.** Учитывая равенства     мы можем умножение произвольного числа *а*  на 2,5 заменить делением удесятерённого числа на 4, умножение на 1,25 – прибавлением четверти числа или делением удесятерённого числа на 8, умножением на 1,5 – прибавлением половины числа, умножение на 0,75 – вычитанием четверти числа. Следовательно, справедливы формулы:

   

 **Задача 2. Умножение на 15 и на 75**

 Используя решение предыдущей задачи, предложите способы быстрого умножения на 15 и 75.

 **Решение.** Так как  и  то справедливы формулы:  и 

Например,

  

 **Задача 3. Деление на 2,5, на 1,25, на 1,5 и на 0,75.**

 Предложите способы быстрого деления на 2,5, на 1,25, на 1,5 и на 0,75 с помощью обыкновенных дробей.

 **Решение**.  

Например,

 

1. **Приёмы быстрого счёта с дробями**

**Пример 1.** Вычислить 

Заметим, что    и т. д. Следовательно,



**Пример 2.** Вычислить 

Так как      то



**6. Нахождение значений выражений, содержащих степень**

 Программой по математике для 7-х классов предусмотрено изучение степени с натуральным показателем. Учащимся впервые на уроках даётся точное определение степени с натуральным показателем и её свойства. Работая над вычислительными примерами, содержащими степень, учащиеся имеют возможность более глубоко и осознанно разобраться в этой теме. Практика показывает, что полезно и на факультативном занятии ещё раз повторить и записать определение и свойства степени с натуральным показателем.

Определение: Степенью числа *а* с натуральным показателем *п,* большим 1, называется произведение *n* множителей, каждый из которых равен *а*, т. е. 

Число  *а* называется основанием, *n* – показателем степени. Первой степенью числа *а* называется само это число, т. е. 

 Непосредственно из определения степени следуют основные свойства степеней с натуральными показателями: степень положительного числа с любым  положительна; степень отрицательного числа с чётным показателем положительна, с нечётным – отрицательна.

**Действия со степенями производятся по следующим правилам:**

1. Чтобы перемножить степени с одинаковыми основаниями, нужно показатели степеней сложить, а основание оставить прежним, т. е. ****

2. Чтобы разделить степени с одинаковыми основаниями, нужно из показателя делимого вычесть показатель делителя, а основание оставить прежним, т. е. при  и  

3. Чтобы возвести степень в степень, нужно перемножить показатели степеней, оставив основание прежним, т. е. 

4. Чтобы возвести произведение в степень, нужно в эту степень возвести каждый множитель, т. е. 

5. Чтобы возвести дробь в степень, нужно в эту степень возвести числитель и знаменатель дроби, т. е. при  

**Пример 1.** Вычислить значение выражения:

а) 

б) 

в) 

**Пример 2.** Докажите, что выражение: а)  кратно 33;

б)  кратно 33.

а) Преобразуем сумму в произведение

, что и требовалось доказать.

б) Разложим выражение на множители

, что и требовалось доказать.

**7. Применение формул сокращённого умножения**

 Часто в вычислительных примерах используются формулы сокращённого умножения и деления. Поэтому очень важно знать эти формулы, уметь читать их как слева направо, так и справа налево, видеть их в математических выражениях.

 (квадрат суммы);

 (квадрат разности);

 (куб суммы);

 (куб разности);

 (разность квадратов);

 (сумма кубов);

 (разность кубов).

**Пример 1.** Вычислить, применяя формулу 

а) 

б) 

**в) **

**Пример 2.** Вычислить, применяя формулу 

а) 

б) 

в) 

**Пример 3.** Сформулировать правило, с помощью которого можно возвести в квадрат число, оканчивающееся на 5.

Пусть данное число равно *10 а +5* , тогда . Итак, правило: для возведения в квадрат числа, оканчивающегося на 5, достаточно отбросить у него последнюю цифру, а затем перемножить полученное число с числом, большим его на 1, и приписать к результату права 25.

 Например, 

**8. Вычисление квадратов**

 **Задача 1. Квадраты близких чисел**

 Пусть вы помните квадрат какого-то числа и хотите по нему быстро восстановить квадрат числа, отличающегося от исходного на 1 или 2. Как это можно сделать, не производя операции возведения в квадрат?

Если вы помните только квадраты чисел, кратных 5, то без особого напряжения сможете восстанавливать квадраты остальных целых чисел. Как именно?

 **Решение.** Квадраты двух соседних чисел различаются на сумму этих чисел, поскольку имеют место равенства



 Аналогично, если числа различаются на 2, то разность их квадратов



равна удвоенной сумме этих чисел. Так как любое целое число отличается от ближайшего числа, кратного 5, не более чем на 2, то, пользуясь указанными здесь соображениями, можно восстановить его квадрат.

Например,



 **Задача 2. Квадрат числа, близкого к «круглому»**

 Быстрому возведению в квадрат может способствовать умение перемножать в уме любые числа с некоторыми числами специального вида, например



На каком приёме основаны вычисления квадратов в данных примерах?

 **Решение.** Вычисление квадратов в разобранных примерах основано на формуле , в которой удачный подбор числа *b* сильно облегчает выкладки. Во-первых, один из сомножителей должен оказаться «круглым» числом (желательно, чтобы ненулевой его цифрой была только первая), во-вторых, само число *b*  должно легко возводиться в квадрат, т. е. должно быть небольшим. Эти условия реализуются как раз на числах *а*, близких к «круглым». Например,



 **Задача 3. Следующие 25 квадратов**

 Если вы знаете квадраты всех чисел от 1 до 25, то вам нет никакой необходимости заучивать квадраты следующих 25 чисел. Для возведения в квадрат любого числа, заключённого между 25 и 50, достаточно отнять от него 25 и, увеличив результат в 100 раз, прибавить к нему квадрат дополнения этого числа до 50. Например, справедливы равенства



Дайте обоснование предложенному способу.

 **Решение.** Пусть надо найти квадрат числа *а*, заключённого между 25 и 50. Тогда, пользуясь формулой из предыдущей задачи, получаем



откуда следует справедливость предложенного способа.

 **Задача 4. Квадраты чисел, больших 50**

 Как изменить описанную в предыдущей задаче процедуру возведения в квадрат, чтобы она годилась и для двузначных чисел, больших 50?

 **Решение.** Приведённые в решении предыдущей задачи выкладки справедливы для любого числа *а*, поскольку они не используют оценок . Для описания же процедуры возведения в квадрат двузначного числа *а*, большего 50, имеет смысл в соответствующем описании из условия предыдущей задачи «дополнение» числа *а* до 50 заменить дополнением 50 до числа *а*, а вычитание 25 из числа *а* – прибавлением 25 к уже найденному дополнению *а-50.* Действительно, с учётом формулы из решения предыдущей задачи имеем 

Например,

 