КОВАЛЕНКО Анна Сергеевна

Краснодарский край, город Тимашевск

МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 19 имени Героя Советского Союза И.Ф.Котляра», 10 класс

СВОЙСТВА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

Научный руководитель: Воеводина Ольга Александровна, учитель математики, МБОУ «СОШ №19»

Введение:

Умение находить корни квадратного уравнения является необходимым, так как квадратное уравнение находит широкое применение при решении различных задач. Необходимо уметь решать квадратные уравнения различными способами, потому что некоторые способы являются более удобными и рациональными.

Цель работы: 1) Изучить основные свойства корней квадратного уравнения, выявить наиболее часто используемый способ нахождения корней квадратного уравнения. 2) Попробовать использовать теорему Безу для решения квадратных уравнений.

Задачи:

1. Ознакомиться с понятием «квадратное уравнение»:

1. Полное квадратное уравнение;
2. Приведенное квадратное уравнение;
3. Неполное квадратное уравнение.

2. Выявить основные способы решения квадратного уравнения:

1. Формулы для решения квадратных уравнений (решение через дискриминант);
2. Решение квадратного уравнения по теореме Виета;
3. Решение квадратного уравнения по свойству коэффициентов;
4. Способ разложения левой части квадратного уравнения на множители.

Выявить условия, необходимые для того чтобы решить уравнение для каждого из способов.

3. Определить способы нахождения корней неполного квадратного уравнения.

4. Изучить теорему Безу как один из способов решения квадратного уравнения.

5. Провести сравнение основных способов решения квадратных уравнений и теоремы Безу (как способ решения квадратного уравнения). Выявить, какой из способов решения квадратных уравнений является наиболее удобным.

6. Провести проверочную работу для учеников 10-х классов на тему: «Решение квадратных уравнений».

7. Провести анализ полученных данных:

1. Выявить, сколько учеников справляется с решением квадратных уравнений;
2. Узнать, насколько хорошо ученики ознакомлены с неполными квадратными уравнениями;
3. Определить, какой способ решения квадратного уравнения является наиболее употребляемым среди учеников;

1 часть.

1. **Понятие «квадратное уравнение».**

Квадратным уравнением называется уравнение вида **,** где **x**-переменная, а **a**, **b** и **c**-заданные числа, причем **a0**. [1]

Приведенным квадратным уравнением называется уравнение, в котором коэффициент **a=1** [4]. Оно имеет вид:

Неполным квадратным уравнением называется уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов (b или c) равен нулю [3]:

1) Если коэффициент b0, то квадратное уравнение принимает вид:

2) Если коэффициент c=0, то квадратное уравнение принимает вид:

3) Если коэффициент b0 и c=0, то квадратное уравнение принимает вид:

2. **Основные способы решения квадратного уравнения.**

А) Формулы для решения квадратных уравнений (решение через дискриминант) [4]:

**D**-дискриминант.

Дискриминант нужно найти по формуле:

Если **D<0**, то уравнение не имеет корней.

Если **D=0**, то уравнение имеет один корень:

Если **D>0**, то уравнение имеет два корня:

Пример: *Решить уравнение*

*, значит:*

*Ответ: 3; -2,5.*

Б) Решение квадратного уравнения по теореме Виета:

Теорема Виета [5]:

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту (b), взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену (с).

Если и корни приведенного квадратного уравнения, то:

Если квадратное уравнение полное, и , корни квадратного уравнения, то:

Пример: *Решить уравнение*

*По теореме Виета:*

*Отсюда следует, что:*

*;*

*Ответ: -1; -4*

В) Решение квадратного уравнения по свойству коэффициентов[5]:

Полное квадратное уравнение имеет вид:

1) Первое свойство коэффициентов.

Если **a+b+c=0**, то корни уравнения:

2) Второе свойство коэффициентов.

Если **a-b+c=0**, то корни уравнения:

Пример 1: *Решить уравнение*

*a=1; b=-5; c=4*

*По 1-му свойству коэффициентов:*

*a+b+c= 1+ (- 5) +4=0*

*Отсюда:*

*Ответ: 1; 4.*

Пример 2: *Решить уравнение*

*a=1; b=3; c=2*

*По 2-му свойству коэффициентов:*

*a-b+c= 1-3+2=0*

*Ответ: -1; -2.*

Г) Способ разложения левой части квадратного уравнения на множители.

Рассмотрим этот способ решения квадратного уравнения на примере [5]:

Решить уравнение

1) Представим -13x как (–x-12x):

2) Сделаем группировку:

3) Вынесем общий множитель из первого и из второго выражений:

4) Выносим общий множитель :

5) Произведение множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Отсюда:

 или

Ответ: 1; 12.

3. **Способы нахождения корней неполного квадратного уравнения**[4]**.**

1)

Рассмотрим решение данного вида неполного квадратного уравнения на примере:

Нужно перенести коэффициент с=4 с противоположным знаком в правую часть уравнения:

Чтобы найти корни данного уравнения, необходимо извлечь корень из 4:

Отсюда,

 и

Ответ: 2; -2.

2)

Следующий вид неполного квадратного уравнения также рассмотрим на примере:

В левой части уравнения выносим общий множитель *x*:

Произведение множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю:

 или

Ответ: 0; -5.

3)

Рассмотрим, как решаются уравнения данного вида на примере:

Для того чтобы найти неизвестный множитель нужно произведение разделить на известный множитель:

Отсюда,

Ответ: 0.

4. **Теорема Безу как один из способов решения квадратного уравнения.**

Теорема Безу[1]:

Если - многочлен, , то корни уравнения можно найти среди делителей . При условии, что коэффициенты многочлена - целые, и корни уравнения - целые.

В квадратном уравнении:

В уравнении среди делителей можно найти корни этого уравнения, при условии, что коэффициенты a, b, c – целые, и корни этого уравнения – целые.

Решим квадратное уравнение с помощью теоремы Безу[1]:

, ,

Делители -4: , ,

Теперь нужно подставить каждое из делителей в уравнение , и найти, какой из них удовлетворяет равенству:

При x= 1

При x= -1

Отсюда следует, что является корнем уравнения . Значит, данное уравнение должно делиться на двучлен .

Выполним это деление:

Решаем получившееся линейное уравнение:

Отсюда,

Ответ: -1; 4.

Я выяснила, что теорему Безу можно использовать:

1) если квадратное уравнение имеет вид , в случае, если – целое;

2) в случае, когда квадратное уравнение приведенное (a= 1)

3) если квадратное уравнение имеет вид , в случае, если – целое.

5. **Сравнение основных способов решения квадратных уравнений и теоремы Безу (как способ решения квадратного уравнения).**

 Нахождение корней квадратного уравнения с помощью решения по формуле корней не зависит от значений коэффициентов.

 При решении полного квадратного уравнения с помощью теоремы Виета следует учитывать, что выражения и должны быть целыми. В противном случае найти корни квадратного уравнения данным способом будет затруднительно.

 Возможность решения квадратного уравнения с помощью свойства коэффициентов зависит от значений коэффициентов. Так как при решении квадратного уравнения данным способом необходимо чтобы либо **a+b+c** было равно нулю, либо

**a-b+c** было равно нулю.

 Решение квадратного уравнения способом разложения левой части уравнения на множители также зависит от значений коэффициентов. Так как возможность решения квадратного уравнения этим способом в большинстве зависит от значения коэффициента b.

 Способ решения квадратного уравнения с помощью теоремы Безу, как и многие другие способы, зависит от значений коэффициентов уравнения

 Отсюда, я делаю вывод, что каждый способ является удобным в той или иной ситуации, но почти каждый способ решения квадратного уравнения имеет свои условия. Таким образом, я думаю, что способ решения квадратного уравнения через нахождение дискриминанта является универсальным, а значит, наиболее удобным.

Часть 2.

6. **Проверочная работа для учеников 10-х классов на тему: «Решение квадратных уравнений».**

Ученикам 10-х классов была дана проверочная работа на тему: «Решение квадратных уравнений». Проверочную работу написало 26 человек.

 Ученикам было дано задание: « Решить следующие квадратные уравнения любыми, удобными для вас способами»

В работе были следующие примеры:

№1.

№2.

№3.

№4.

№5.

Рассмотрим, каким способом можно было решить каждое из данных квадратных уравнений:

№1. Этот номер можно было решить всеми основными способами:

1. Формулы для решения квадратного уравнения (решение через дискриминант);
2. С помощью теоремы Виета;
3. Разложение левой части уравнения на множители;
4. Решение по свойству коэффициентов.

Корни этого уравнения: ,

№2. Этот номер можно было решить двумя основными способами:

1. Формулы для решения квадратного уравнения (решение через дискриминант);
2. С помощью теоремы Виета.

Корни этого уравнения: ,

№3. В этом номере было неполное квадратное уравнение вида .

Корни этого уравнения: ,

№4. Этот номер можно было решить двумя основными способами:

1. Формулы для решения квадратного уравнения (решение через дискриминант);
2. С помощью теоремы Виета.

Корни этого уравнения: ,

№5. Данный номер можно было решить только с помощью формулы для решения квадратного уравнения (решение через дискриминант).

Корни этого уравнения: ,

7. **Анализ полученных данных.**

А) Мною было выявлено, что 20 учеников из 26 полностью справились с заданием. (Приложение 1)

Б) С решением неполного квадратного уравнения (Приложение 2):

1. Полностью справилось с заданием – 20 из 26 учеников;
2. Есть ошибки в этом задании у 3 из 26 учеников;
3. Не справилось с заданием – 3 из 26 учеников.

В) Я провела анализ и составила таблицу, которая показывает, сколько учеников решают каждый пример тем или иным способом. (Приложение 3)

Г) Мною была составлена диаграмма, которая показывает (Приложение 4):

1. Сколько учеников пользуются только формулами для решения квадратного уравнения;
2. Сколько учеников знают и умеют использовать способ решения квадратного уравнения по свойству коэффициентов;
3. Сколько учеников знают и умеют использовать способ решения квадратного уравнения по теореме Виета;
4. Сколько учеников знают и умеют использовать способ разложения левой части уравнения на множители.

Заключение.

Я изучила основные способы решения квадратного уравнения, выявила условия, необходимые для того чтобы решить уравнение для каждого из способов. Провела исследовательскую работу и доказала, что решение квадратного уравнения с помощью формул для решения квадратного уравнения действительно является наиболее удобным и часто используемым способом среди учеников.

Я выяснила, что решение квадратного уравнения с помощью теоремы Безу возможно, и обычно этот способ является таким же удобным, как и некоторые основные способы нахождения корней квадратного уравнения.

Я думаю, что каким способом ученик решает квадратное уравнение зависит от его характера (типа темперамента). И в дальнейшем, я намерена продолжить исследовательскую работу и выяснить, зависит ли от типа характера ученика удобный для него способ решения квадратного уравнения.

Список использованной литературы:

1. Пархимович И.В. Математика для поступающих. – Минск: Вышейшая школа, 1998.

2. Якушева Г.М. Математика. Новейший справочник школьника – Москва: Филологическое общество «СЛОВО», издательство Эксмо, 2005.

Интернет-источники:

3. Зенин П.А. и Федюнина О.В., Способы решения квадратных уравнений/ <http://www.kav-inter.1class.ru/page24_3_4/>

4. Решение квадратных уравнений/ <http://fizmat.by/math/equation/quadratic>

5. Титова Т.Н., «История квадратных уравнений и десять способов их решения»/ <http://rudocs.exdat.com/docs/index-200168.html>

Приложение 1. Диаграмма, показывающая, сколько учеников справилось с заданием.

Приложение 2. Диаграмма, показывающая знание учеников неполных квадратных уравнений.

Приложение 3. Таблица, которая показывает, сколько учеников решают каждый пример тем или иным способом.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Задание | Формулы для решения квадратного уравнения (решение через дискриминант); | С помощью теоремы Виета | По свойству коэффициентов | Разложение левой части уравнения на множители | Не справилось с заданием |
| №1 | 14 | 0 | 10 | 1 | 1 |
| №2 | 19 | 8 | 0 | 0 | 0 |
| №4 | 15 | 11 | 0 | 0 | 0 |
| №5 | 24 | 0 | 0 | 0 | 2 |

Приложение 4. Показание, какой из способов является наиболее часто используемым.