**« Удивительные свойства чисел»**

«Число – язык науки»

Т. Данциг

«Число – это закон и связь мира, сила,

царящая над богами и смертными.

Число есть сущность всех вещей».

Пифагор

Издавна числа казались людям чем- то таинственным. Любой предмет можно было увидеть и потрогать. Число потрогать нельзя и, вместе с тем, числа реально существуют, поскольку все предметы можно посчитать. Эти странности заставили людей приписывать числам сверхъестественные свойства.

Основателем мистического учения о числах является знаменитый древнегреческий философ VI в. до н. э. Пифагор. Он и его ученики считали, что все в природе измеряется, все подчиняется числу, и познать мир – это значит познать управляющие им числа.

Пифагорийцы разбили числа на четные и нечетные. Четные числа считались мужскими, нечетные – женскими. Одни числа, например, 7,12,40 , счастливыми, приносящими добро и радость, другие - несчастливыми, к примеру, 13, 41.

Числа, участвуя в математических действиях, образуют причудливые и по-своему красивые числовые комбинации.

Мир чисел бесконечен, а потому бесконечно в нем количество красивейших, удивительных и неожиданных свойств и сочетаний различных цифр и чисел. Если быть внимательным и любознательным, то можно заметить и найти удивительные сочетания, открыть для себя необычный и удивительный мир красоты. Многие ученые, следуя Пифагору, изучая свойства чисел, создавали различные сочетания, числовые созвездия и другие числовые узоры.

Рассмотрим несколько удивительных числовых диковинок.

Числа, подобно звездам можно сгруппировать в различные числовые «созвездия».

«Созвездие» из шести чисел 2,3,7,1,5,6 занятно тем, что сумма первых трех чисел равна сумме последних трех, но равны даже и суммы их квадратов.

2+3+7=1+5+6

22 +32 +72 = 12 + 52 + 62

Еще ярче «созвездие» из восьми чисел 0,5,5,10 1,2,8,9

и из десяти чисел 1, 4, 12, 13, 20 2, 3, 10, 16, 19

В каждом из них сумма чисел первой половины равна сумме чисел второй половины. Как и в предыдущем случае равны суммы квадратов тех же чисел, более того, равны даже суммы кубов тех же чисел:

0 + 5 + 5 + 10 = 1 + 2 + 8 + 9

02 + 52 + 52 + 102 = 12 + 22 + 82 + 92

03 + 53 + 53 + 103 = 13 + 23 + 83 + 93

Вот еще одно интересное «созвездие» - суммы всех степеней, от первой до пятой, шести чисел 1, 6, 7, 17, 18, 23 равны сумме тех же степеней других шести чисел 2, 3, 11, 13, 21, 22.

1 + 6 + 7 + 17 + 18 + 23 = 2 + 3 + 11 + 13 + 21 + 22

12 + 62 + 72 + 172 + 182 + 232 = 22 + 32 + 112 + 132 + 212 + 222

13 + 63 + 73 + 173 + 183 + 233 = 23 + 33 + 113 + 133 + 213 + 223

14 + 64 + 74 + 174 + 184 + 234 = 24 + 34 + 114 + 134 + 214 + 224

15 + 65 + 75 + 175 + 185 + 235 = 25 + 35 + 115 + 135 + 215 + 225.

И самое удивительное состоит в том, что таких «волшебных» чисел существует бесконечное множество. Вот он «золотой ключик», при помощи которого можно найти сколько угодно таких дюжин чисел:

а n + (а+ 4 b + c)n +(а+ b + 2c)n + (а+ 9 b +4 c)n + (а+ 6 b + 5c)n +(а+10 b + 6c)n = (а+ b)n + (а+ c )n + (а + 6b + 2c)n + (а + 4 b + 4c)n +(а +10 b +5 c)n + (а+ 9b + 6c)n, где n = 1, 2, 3, 4, 5, а, b,c – любые натуральные числа.

Если заменить а, b,c любыми числами, а букве n придавать значения сначала 1, а затем 2,3,4,5, то получим столько раз по пять равных сумм, сколько захотим.

Еще одни числовые «достопримечательности» - это некоторое подобие пирамид, составленных из чисел.

Самая известная «пирамида» - треугольник Паскаля, названная в честь французского ученого, который создал её и объяснил закон образования.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

………………………………

Первое и последнее число в каждой строке равно единице, а каждое из остальных равно сумме чисел, стоящих на одну строку выше справа и слева от него.

Вот примеры некоторых числовых пирамид.

Пирамида 1.

1 · 9 + 2 = 11

12 · 9 + 3 = 111

123 · 9 + 4 = 1111

1234 · 9 + 5 = 11111

12345 · 9 + 6 = 111111

123456 · 9 + 7 = 1111111

1234567 · 9 + 8= 11111111

12345678 · 9 + 9 = 111111111

Для объяснения закономерности, возьмем для примера какой - нибудь из средних рядов нашей пирамиды

123456 · 9 + 7

Вместо умножения на 9 можно умножить на ( 10 – 1), т. е. приписать 0 и вычесть множимое:

123456 · 9 + 7 = 1234560 + 7 – 123456 =

= 1234567

- 123456

1111111

Достаточно взглянуть на последнее вычитаемое, чтобы понять, почему получается результат, состоящий только из единиц.

Сходным образом объясняется образование и следующей числовой пирамиды, получающейся при умножении определенного ряда цифр и прибавления последовательно возрастающих цифр.

Пирамида 2.

1·8 + 1 = 9

12·8 + 1 = 98

123·8 + 1 = 987

1234·8 + 1 = 9876

12345·8 + 1 = 98765

123456·8 + 1 = 987654

1234567·8 + 1 = 9876543

12345678·8 + 1 = 98765432

123456789·8 + 1 = 987654321

Пирамида 3 является прямым следствием первых двух.

Пирамида 3.

9·9 + 7 = 88

98·9 + 6 = 888

987·9 + 5 = 8888

9876·9 + 4 = 88888

98765·9 + 3 = 888888

987654·9 + 2 = 8888888

9876543·9 + 1 = 88888888

98765432·9 + 0 = 888888888

Связь устанавливается очень легко. Из первой пирамиды знаем уже, что, например:

12345·9 + 6 = 111111

Умножив обе части на 8 имеем:

12345·8 ·9 + 6·8 = 888888

Но из второй пирамиды известно, что

12345 ·8 + 5 = 98765 или 12345· 8 = 98760

Значит:

888888 = 12345·8 ·9 + 6·8 = 98760·9 + 48 = 98760·9 + 5·9 + 3 =98765·9 + 3

Следующие пирамиды можно достроить по верхушкам до оснований.

Пирамида 4. Пирамида 5.

12 = 1

112 = 121

1112 = 12321

………………..

1 ·11 = 11

11 ·111 = 1221

111 ·1111 = 123321

1111·11111 = 12344321

…………………………..

Интересная структура получится, если число 111111111 умножить само на себя, т. е. возвести в квадрат.

111111111

111111111

111111111

111111111

111111111

111111111

111111111

111111111

111111111

111111111

111111111

12345678987654321

Цифры результата симметрично убывают от середины в обе стороны. Само же расположение всех этих единиц напоминает своеобразную цифровую лестницу.

Чтобы увидеть прекрасное в математике, и математику в прекрасном, надо сделать над собой усилие.

Например, если взять любое число в два, три или больше знаков, прибавить к нему число с переставленными цифрами, и проделать с результатом те же действия, то на каком-нибудь шаге, получится число, которое одинаково читается слева направо и справа налево.

Вот несколько примеров:

38

+83

121

48017

+ 71084

119101

+101911

221012

+210122

431134

139

+ 931

1070

+0701

1771

Однако иногда для достижения симметричного результата нужно сделать большое количество шагов. Если, например, взять число 89, то только 24-й шаг приведет к симметричному результату:

8813200023188.

Наблюдая за числами можно увидеть много интересных закономерностей.

Используемая литература:

1. Давыдов М.А. Красота математики, г. Нижний Новгород, 2007 г.
2. Глейзер Г. И. История математики в школе, Москва, «Просвещение», 1981 г.
3. Учебно-методическая газета Математика. 1 сентября , №24/2001.