Тема 18. **Тригонометрические уравнения.**

**Уравнения, решаемые понижением степени. Однородные уравнения и приводимые к ним. Универсальная подстановка.**

**IV. Уравнения, решаемые понижением степени.**

Если уравнение содержит  в четной степени, то бывает удобно применять формулы понижения степени

****

Пример. Решить уравнение



Решение. 

Решение  является частью множества корней 

Ответ: 

Решить уравнения.

1) Число корней уравнения  на интервале  равно.

 Ответ: 

2)  Ответ:   

3)  Ответ:   

**V. Однородные уравнения и приводимые к ним.**

Однородные уравнения, то есть уравнения вида

****

где - некоторые числа (у всех слагаемых сумма показателей одинакова) приводятся к алгебраическим относительно  путем деления обеих частей уравнения на  соответственно.

Некоторые уравнения можно сделать однородными путем замены 1 на  путем различных преобразований функций, входящих в уравнение и т.д.

Примеры. Решить уравнение.

1) 

Решение. Легко убедиться, что  не является корнем исходного уравнения. В самом деле, если , то в силу исходного уравнения, и , что противоречит основному тригонометрическому тождеству  Этот факт позволяет разделить левую и правую части уравнения на . Получим уравнение 

Ответ: 

2) 

Решение. Поскольку  не является корнем данного уравнения, разделим левую и правую части уравнения на  В результате приходим к квадратному уравнению относительно  

Ответ: 

3) 

Решение. Представим правую часть данного уравнения в виде . Тогда исходное уравнение запишется в виде 

 После преобразований приходим к уравнению

 разобранному в предыдущем примере.

Ответ: 

Решить уравнения.

1.  Ответ:  
2.  Ответ:  
3.  Ответ:  
4.  Ответ:  
5.  Ответ:  
6. Число корней уравнения  на интервале  равно.

 Ответ: 

**VI. Универсальная подстановка.**

Универсальная тригонометрическая подстановка позволяет перейти от синуса и косинуса аргумента  к тангенсу половинного аргумента. Используются формулы

**,  **

Этим методом удобно решать линейные тригонометрические уравнения, т.е. уравнения вида

****

При переходе от синуса и косинуса аргумента  к тангенсу половинного аргумента возможна потеря решений, следует помнить, что (в этих точках  не существует). Поэтому всякий раз, когда приходится пользоваться формулами **,** значения  необходимо проверять отдельно, подставляя в исходное уравнение.

Примеры. Решить уравнение.

1) 

Решение. Сделаем подстановку **** для сокращения письма введем новую переменную  Исходное уравнение перепишется в виде 

 Значит  Отсюда 

Проверим, является ли  решением данного уравнения значит  не является корнем.

Ответ: 

Решить уравнения.

1.  Ответ:  
2.  Ответ:   
3.  Ответ: 
4.  Ответ:    