Случайные – события, которые могут произойти, а могут и не произойти.

Действие, которое может привести к одному или нескольким результатам, называется испытанием.

Возможные исходы испытания – это результаты действия (напр., орел или решка при подбрасывании).

Благоприятные исходы – те, которые ожидаются в результате испытания.

Обозначим вероятность события Р, n – число благоприятных исходов, m – число возможных исходов. Тогда $Р= \frac{n}{m}, причем 0 \leq Р \leq 1$.

Пример. Вероятность выигрыша в лотерею, в которой из 100 билетов один выигрышный, равна $Р=\frac{1}{100}$.

В пакете 25 яблок, из них 7 красные, остальные – зеленые. Какова вероятность того, что

а) случайно вытащенное яблоко – красное? Всего исходов – 25, благоприятных – 7. $Р= \frac{7}{25}=0,28$.

б) случайно вытащенный фрукт – банан? Всего исходов – 25, благоприятных – 0 (бананов нет). $Р= \frac{0}{25}=0$.

№1 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | О | О |
|  | 2 | О | Р |
|  | 3 |  Р | О |
|  | 4 |  Р | Р |

Благоприятных исходов 2 из 4-х возможных.

№2 Найдите вероятность того, что при броске двух игральных кубиков, выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 2 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 3 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 4 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 5 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 6 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |

Всего 6\*6 = 36 исходов, благоприятных -5. $Р= \frac{5}{36}≈0,14$

№3. Перед началом 1 тура участников разбивают на пары с помощью жребия. Всего 26 шахматистов, из них из России – 10, в том числе Орлов. Найти вероятность того, что Орлов будет в 1 туре играть с кем-либо из России.

Всего 26 участников. У Орлова всего 25 партнеров. 9 из 10 – благоприятные партнеры из России. $Р= \frac{9}{25}=0,36$.

Несовместимые события – те, которые не могут происходить одновременно. Монета падает орлом или решкой – это 2 несовместимых события. Вероятность их одновременного наступления равна нулю.

Независимые события – такие события, при которых вероятность исхода одного из них не зависит от происхождения другого.

Сумма событий А и Б – произошло событие А и Б ($А∪Б)$

Если А и Б несовместимы, то Р(А+Б) = Р(А) + Р(Б)

Пример: Какова вероятность того, что при бросании кубика выпадет «3» или «4»?

Пусть событие А – выпадет «3», событие Б – выпадет «4». Так как эти события независимы, то Р(А и Б) = Р(А) + Р(Б). $Р\_{А}= \frac{1}{6}, Р\_{Б}= \frac{1}{6}, Р\_{АиБ}=\frac{1}{6}+ \frac{1}{6}= \frac{1}{3} $

Произведением событий А и Б называется событие С, которое заключается в том, что произошли события А и Б одновременно

Если события А и Б независимы, то $Р\left(А∙Б\right)=Р(А)∙Р(Б)$

Какова вероятность одновременного происхождения двух событий одновременно: выиграть в лотерею (А) и познакомиться в этот же день с девушкой (Б), если Р(А) = 0,01, Р(Б) = 0,4?

Так как эти события независимы, то $Р= Р\left(А\right)∙Р=0,01 ∙0,4=0,004$

Противоположные события: $\left\{\begin{array}{c}Р\_{1}=Р(выиграть в лотерею) = 0,01\\Р\_{2}=Р(не выиграть в лотерею) = 0,99\end{array}\right.$

 $Р\_{1}+Р\_{2}=0,01+0,99=1$

№4. В магазине 3 продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найти вероятность того, что в случайный момент времени все продавцы заняты.

 События «Все продавцы заняты» -

 Независимые. Следовательно,

 $Р=0,3 ∙0,3 ∙0,3=0,027$.

№5. Паук заползает в лабиринт. Развернуться и ползти обратно он не может. На каждом разветвлении он выбирает один путь. Определите вероятность его выхода из А.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Когда паук доползает до первой развилки, у него 2 возможности: выход А или дальше. Р(А) = $\frac{1}{2}$. Усложним задачу: вероятность выхода из Б. 1-я развилка: $\left\{\begin{array}{c}выход А (Р=\frac{1}{2})\\ползет дальше (Р=\frac{1}{2}) \end{array}\right.$ 2-я развилка: $\left\{\begin{array}{c}в тупик (Р=\frac{1}{2})\\ползет дальше (Р=\frac{1}{2}) \end{array}\right.$3-я развилка: $\left\{\begin{array}{c}выход Б (Р=\frac{1}{2})\\ползет дальше (Р=\frac{1}{2}) \end{array}\right.$  |

$$Р\left(Б\right)= \frac{1}{2}∙\frac{1}{2}∙\frac{1}{2}=\frac{1}{8}=0,125$$

Задачи на сумму и произведение вероятностей.

№6. Две фабрики выпускают одинаковые стекла. 1-я фабрика – 45%, 2-я фабрика – 55%. Бракованных стекол первая фабрика выпускает 3%, вторая – 1%. Какова вероятность купить бракованное стекло? Р(1, брак) = $0,03∙0,45=0,0135;$ Р(2, брак) = $0,01∙0,55=0,0055$; Р(купить брак) = $0,0135+0,0055=0,019$

Повторение.

№7. В чемпионате 16 команд. С помощью жребия нужно разбить на 4 группы по 4 команды в каждой. В барабане вперемежку лежат карточки с номерами групп. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
|  2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 |

2-я группа – это 4 карточки из 16-ти возможных. $Р= \frac{4}{16}= \frac{1}{4}$ = 0,25

№8. Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. решит больше 11 задач = 0,67. Вероятность того, что верно решит больше 10 задач = 0,74. Найти вероятность того, что О, решит ровно 11 задач.

Возможные исходы: пусть n – число верно решенных задач.

 n > 10 (P=0.74)

 n > 11 (события несовместимы) n = 11

 (Р(>11) = 0,67) (Р(=11) = х)

0.74 = 0.67 + х х = 0,07

№ 9. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выиграет у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найти вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Таблица возможных исходов для А.:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Выигрыш | Проигрыш  |
| Белые | 0,52 | 0,48 |
| Черные  | 0,3 | 0,7 |

1-я партия: А. – белые

2-я партия: А. – черные Р = $0,52∙0,3=0,156 $

№10. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле = 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попадет, а последние два раза промахнется. Результат округлите до сотых.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Попал  | Промахнулся  | События независимы |
| 1 выстрел | 0,8 | 0,2 |
| 2 выстрел | 0,8 | 0,2 |
| 3 выстрел | 0,8 | 0,2 |
| 4 выстрел | 0,8 | 0,2 |
| 5 выстрел | 0,8 | 0,2 |

$$Р= 0,8^{3} ∙ 0,2^{2} ≈0,02$$

№11. В магазинах стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найти вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Пусть **+** - автомат исправен (Р=0,95), **-** - автомат неисправен (Р=0,05).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 автомат | 2 автомат |  | События независимые. Подходят исходы А, Б, В.1 способ: $Р=0,05∙0,95+0,95∙0,05+0,95∙0,95=0,9975$2 способ: $Р=1-0,05∙0,05=0,9975$ (сумма противоположных событий = 1) |
| **+** 0,95 | **-** 0,05 | А |
| **-** 0,05 | **+** 0,95 | Б |
| **+** 0,95 | **+** 0,95 | В |
| **-** 0,05 | **-** 0,05 | Г |

№12. Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года = 0,3. Найти вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Пусть + - лампа работает (Р = 0,7), - - лампа перегорела (Р = 0,3)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 лампа | 2 лампа |  | События независимые. Подходят исходы А, Б, В.1 способ: $Р=0,7∙0,3+0,3∙0,7+0,7∙0,7=0,91$2 способ: $Р=1-0,3∙0,3=0,91$ (сумма противоположных событий = 1) |
| **+** 0,7 | **-** 0,3 | А |
| **-** 0,3 | **+** 0,7 | Б |
| **+** 0,7 | **+** 0,7 | В |
| **-** 0,3 | **-** 0,3 | Г |

№13. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе = 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах = 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Так как события зависимые, то вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах =0,12, **а не** $0,3∙0,3=0,09$!

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | Исход  |
| +0,7 | - 0,3 |  |
| - 0,3 | + 0,7 |  |
| + 0,7 | +0,7 | подходит |
| - 0,3 | - 0,3 |  |

Проще посчитать, что кофе закончится хотя бы в одном автомате или в двух сразу (сумма зависимых событий): $Р\left(А∪Б\right)=Р\left(А\right)+ Р\left(Б\right)- Р\left(А∩Б\right)=0,3+0,3-0,12=0,48$ Р = 1 – 0,48 = 0,52

(или 2 способ: пусть В – не закончился в 1-м (Р = 1 - 0,3 = 0,7), Г – не закончился во 2-м (Р = 1 - 0,3 = 0,7), не закончился в обоих автоматах $Р\left(В∩Г\right)=1-0,12=0,88.$ Тогда Р = 0,7+0,7-0,88=0,52)

(Совокупность событий:$\left[\right]$ $- (∪) $- сумма событий, т.е. или то, или другое, или оба сразу;

Система: $\left\{\begin{array}{c}\\\end{array}\right.- \left(∩\right)- произведение событий, т.е и то, и другое сразу.$)

№14. Чтобы поступить в институт на специальность «лингвистика» абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из 3х предметов: математика, русский язык, иностранный язык. Чтобы поступить в институт на специальность «коммерция» абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из 3х предметов: математика, русский язык, обществознание. Вероятность того, что абитуриент К. получит не менее 70 баллов по математике = 0,6, про русскому языку = 0,8, по обществознанию = 0,5, по иностранному языку = 0,7. Найдите вероятность того, что К. сможет поступить хотя бы на одну из упомянутых специальностей.

 Благоприятные исходы: абитуриент поступит на специальность

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| «лингвистика» | «коммерция» | «лингвистика» и «коммерция» |
| математика | Р = 0,6 | математика | Р = 0,6 | математика | Р = 0,6 |
| русский язык | Р = 0,8 | русский язык | Р = 0,8 | русский язык | Р = 0,8 |
| иностранный язык | Р = 0,7 | обществознание | Р = 0,5 | иностранный язык | Р = 0,7 |
|  |  |  |  | обществознание | Р = 0,5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| иностранный язык | обществознание | исходы |
| **+ (0,7)** | **- (0,5)** | подходят Р = $0,7∙0,5+0,3∙0,5+ 0,7∙0,5=0,85$ (1 способ) |
| **- (0,3)** | **+ (0,5)** |
| **+ (0,7)** | **+ (0,5)** |
| **- (0,3)** | **- (0,5)** | не подходит Р = $1-0,3∙0,5=0,85$ (2 способ) |

 Так как результаты сдачи экзаменов – независимые события, следовательно

Р = $0,6∙0,8∙0,85=0,408$

№15 Агрофирма закупает яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц купленных в 1-м домашнем хозяйстве – высшей категории, 20% яиц во 2-м домашнем хозяйстве – высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Какова вероятность того, что яйца, купленные в этой агрофирме, окажутся из первого хозяйства?

Пусть х - вероятность того, что купленные яйца из 1-го хозяйства.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Высшая категория | Не высшая категория  |
| 1 хозяйство | 0,4 | 0,6 |
| 2 хозяйство | 0,2 | 0,8 |

Купить яйца одного из хозяйств – несовместные события. Если Р1 = х, то Р2 = 1 – х. Вероятность того, что яйца из 1-го хозяйства – высшей категории = 0,4х, вероятность того, что яйца из 2-го хозяйства – высшей категории =0,2(1 – х). Так как всего высшую категорию получают 35% всех яиц, то вероятность купить яйца высшей категории = 0,35 $∙1$

$0,4х+0,2\left(1-х\right)= 0,35$, х = 0,75.

№16. Ковбой Джон попадает в муху с вероятностью Р = 0,9 из пристрелянного револьвера и с вероятностью Р = 0,2 из непристрелянного. На столе лежат 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет. Найдите вероятность того, что он промахнется.

Так как 4 револьвера пристрелянные, тогда 6 – нет. Вероятность того, что Джон схватит пристрелянный револьвер = 0,4, непристрелянный - =0,6. Вероятность того, что он промахнется из пристрелянного револьвера = $0,4∙0,1=0,04 (независимые события),$ из непристрелянного – $=0,6∙0,8=0,48 (независимые события).$ «Промахнется из пристрелянного револьвера» и «промахнется из непристрелянного револьвера» - несовместные события, следовательно

Р = 0,04 + 0,48 = 0,52

№17. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на 3?

Всего чисел 10, из них делятся на 3 три числа. Р = 0,3.

№18. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают 2х человек, чтобы идти в магазин. Турист А. хочет идти в магазин, но подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдет в магазин?

Р = $\frac{2}{5}=0,4$.

№19. Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы узнать, кто начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что «Физик» выиграет жребий ровно 2 раза.

 Всего исходов – 8, благоприятных – 3.

 Р = $\frac{3}{8}=0,375$.

№20. В классе 26 человек, среди них два близнеца А. и С. Класс случайным образом делят на две группы. Какова вероятность того, что А. и С. окажутся в одной группе?

Пусть А уже в группе, тогда для С. осталось одноклассников 25 человек, для С. шансов уже 12 из 25-ти.

Р = $\frac{12}{25}$ = 0,48.

№21. В группе туристов 30 человек. Их вертолетом забрасывают по 6 человек за рейс случайным образом. Найти вероятность того, что турист А. полетит первым рейсом.

Всего рейсов пять. Р$= \frac{1}{5}=0,2$

№22. На олимпиаде учащихся рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся рассаживают в запасной аудитории. При подсчете выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник попал в запасную аудиторию.

В запасной аудитории 10 человек. $Р= \frac{10}{250}=0,04.$

№23. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе будет меньше 20 человек равна 0,94. Вероятность того, что пассажиров окажется меньше 15-ти, равна 0,56. Найти вероятность того, что пассажиров будет от 15 до 19.

n < 20 (P = 0.94)

$n <15$ события несовместимы $15 \leq n \leq 19$

 Р1 = 0,56 Р2 = х

Р = Р1 + Р2 $\rightarrow $ 0,56 + х = 0,94 $\rightarrow $ х = 0,38.

№24. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявит гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% поступающих с подозрением на гепатит действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Пациент поступил с подозрением

болен Р = 0,05 события несовместные здоров Р = 0,95

 Р = 0,9 Р = 0, 1 Р = 0,01 Р = 0,99

Р = $0,05∙0,9+0,95∙0,01=0,0545$.

Ссылка на сайт: <http://www.ege-study.ru/>